

УДК 536.3

**В.П. Плевако**, д-р техн. наук  
**В.А. Куценко**, канд. техн. наук  
**І.П. Педорич**

## **ВИЗНАЧЕННЯ ПРОФІЛЮ РЕФЛЕКТОРА ТЕПЛОТЕХНІЧНОЇ УСТАНОВКИ, ЯКА МАЄ ДОДАТКОВУ ВІДБИВАЛЬНУ ПОВЕРХНЮ**

*Розглянуто двовимірну задачу щодо визначення форми рефлектора теплотехнічної установки, яка має для відбивання теплових променів ще й плоске дзеркало.*

*Рассмотрена двухмерная задача по определению формы теплотехнической установки, которая имеет для отражения тепловых лучей еще и плоское зеркало.*

*Considered two-dimensional problem of determining the form thermotechnical installation, which has to reflect heat rays and even a flat mirror.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Суттєвою вадою існуючого теплового обладнання є його неспроможність забезпечувати рівномірне опромінювання всієї робочої поверхні, що неминуче позначається на якості кінцевого харчового продукту та призводить до енергетичних перевитрат.

Цю розвідку присвячено побудові алгоритму визначення форми рефлектора сушарки, який дозволяє отримати однакову густину теплового потоку в усіх точках плоскої робочої поверхні.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У працях [1-3] розглядалися подібні задачі для теплотехнічних систем із одним випромінювачем і рефлектором – так звані „обернені задачі”. Розв’язки були отримані у двовимірній постановці, тобто припускалося, що теплові промені від випромінювача поширюються лише в площинах, нормальних до його осі (обґрунтування такого підходу зроблено в праці [4]).

У разі, коли рефлектор розташовується над продуктом, його поверхня під час роботи швидко забруднюється та вкривається шаром суги. Тому природним виглядає намагання винести рефлектор із зони над продуктом подальше в бік. Але тут виникає нова проблема: чим більше рефлектор зсувається вбік, тим більше його переріз за формою починає нагадувати латинську літеру U. Зробити такий рефлектор

можна, але виявляється, що він став дуже чутливим до неточностей форми, і від цього розподіл теплового потоку на робочій поверхні може неприпустимо спотворитися.

Щоб частково позбавитися такої вади, автори пропонують, окрім рефлектора, встановлювати ще й плоску дзеркальну поверхню. Наприклад, так, як це показано на рисунку 1, де зображено схему теплотехнічної установки. На ній цифрою 1 зліва позначено лінійний випромінювач, 2 – рефлектор, 3 – плоский приймач, 4 – відбивальне дзеркало.

Очевидно, що наявність дзеркала дозволяє віддалити один від одного кінці рефлектора.

**Мета та завдання статті** – розробити методику визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок, в яких робочі поверхні опромінюються рівномірно.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розглянемо обернену задачу з визначення профілю рефлектора теплотехнічної установки, переріз якої наведено на рис. 1. Уважатимемо, що густина опромінювання робочій поверхні однакова в усіх її точках. Розв’язання будемо вести в плоскій постановці [4], а втратами енергії на шляху від випромінювача до приймача нехтуватимемо. Обґрунтування такого підходу частково зроблено в [5].

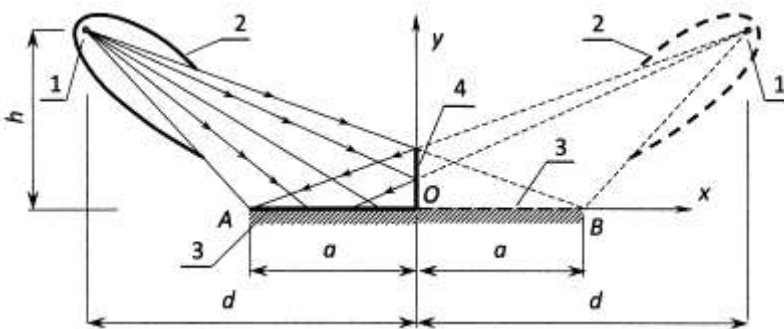


Рисунок 1 – Схема теплотехнічної системи

Методику розв’язання будуватимемо на припущеннях, що кути падіння теплових променів дорівнюють кутам їх віддзеркалення, а фізичний закон випромінювання й поглинання енергії Ламберта є справедливим.

Введемо такі позначення:  $a$  – ширина приймача  $AO$ ;  $h$  – висота над поверхнею  $AB$ , на якій розташовано випромінювач 1;  $d$  – віддаль у поземному напрямі від точки  $O$  приймача до випромінювача.

Проведемо декартові осі  $Ox$  і  $Oy$  так, як це показано на рис. 1.

Очевидно, що інтенсивність опромінювання робочої поверхні  $q = const$  складається з двох величин

$$q = q_1 \overleftarrow{\leftarrow} + q_2 \overleftarrow{\leftarrow}, \quad (1)$$

де  $q_1 \overleftarrow{\leftarrow}$  – густина опромінювання приймача променями, що надходять безпосередньо від випромінювача 1, минаючи рефлектор;

$q_2 \overleftarrow{\leftarrow}$  – щільність опромінювання робочої поверхні променями, які віддзеркалилися від рефлектора.

Деякі з променів перш ніж потрапити на робочу поверхню 3 мають відбитися від дзеркала 4 (на рис. 1 показані лише промені, що проходять безпосередньо від випромінювача, минаючи рефлектор).

Неважко побачити, що відбиті від дзеркала 4 промені поводять себе так, ніби вони прийшли від уявного випромінювача й рефлектора, які є зображеннями в дзеркалі наявних тіл (на рис. 1 уявні випромінювач і рефлектор показані пунктирними кривими з правого боку рисунка).

Таким чином, поставлена задача зводиться до пошуку ідентичних профілів двох рефлекторів, що забезпечують рівномірне опромінювання більшого приймача  $AB$ , який складається із заданого  $AO$  та уявного  $OB$ .

Отже,

$$q_1(x) = q_{1L} \overleftarrow{\leftarrow} + q_{1R} \overleftarrow{\leftarrow}, \quad q_2(x) = q_{2L} \overleftarrow{\leftarrow} + q_{2R} \overleftarrow{\leftarrow}, \quad (2)$$

де літера  $L$  в індексах означає, що введена в розгляд величина стосується реального тіла, а  $R$  – уявного.

Із однаковості профілів цих двох рефлекторів випливає, що

$$q_{1R}(x) = q_{1L} \overleftarrow{\leftarrow} x \overleftarrow{\leftarrow}, \quad q_{2R}(x) = q_{2L} \overleftarrow{\leftarrow} x \overleftarrow{\leftarrow}, \quad (3)$$

Нехай один погонний метр реального й уявного джерел кожної секунди випромінює  $Q$  одиниць енергії. Тоді, якщо знехтувати

витратами енергії на шляху променів від джерела до приймача, то густина потоку на робочій поверхні має дорівнювати

$$q = \frac{2Q}{2a} = \frac{Q}{a}. \quad (4)$$

Згідно з працею [4]

$$q_1(x) = \frac{Qh}{2\pi} \left[ \frac{1}{(x+a)^2 + h^2} + \frac{1}{(x-a)^2 + h^2} \right]. \quad (5)$$

Як і в цитованій вище праці, від густини  $q$ ,  $q_1(x)$ ,  $q_2(x)$  зручно перейти до безрозмірних величин  $p$ ,  $p_1(\xi)$ ,  $p_2(\xi)$   $\left( \xi = \frac{x}{a} \right)$ , які називатимемо „функції опромінювання”.

Для цього покладемо

$$\begin{aligned} q &= \frac{Q}{2a} p, & q_1(x) &= \frac{Q}{2a} p_1(\xi), & q_2(x) &= \frac{Q}{2a} p_2(\xi), \\ q_{2L}(x) &= \frac{Q}{2a} p_{2L}(\xi), & q_{2R}(x) &= \frac{Q}{2a} p_{2R}(\xi), \end{aligned} \quad (6)$$

та введемо в розгляд ще такі безрозмірні параметри:

$$\kappa = \frac{h}{a}, \quad \delta = \frac{d}{a}. \quad (7)$$

Із залежностей (2), (4), (6), (7) випливає, що

$$\begin{aligned} p &= 2, \quad p_1(\xi) = \frac{\kappa}{\pi} \left[ \frac{1}{(\xi + \delta)^2 + \kappa^2} + \frac{1}{(\xi - \delta)^2 + \kappa^2} \right], \\ p_2(\xi) &= 2 - p_1(\xi), \end{aligned} \quad (8)$$

$$p_2(\xi) = p_{2L}(\xi) + p_{2R}(\xi), \quad p_{2L}(\xi) = p_{2R}(\xi), \quad (9)$$

На рисунку 2, побудованому за допомогою залежностей (8), показано, як змінюються функції  $p$ ,  $p_1(\xi)$ ,  $p_2(\xi)$  в разі, коли  $\kappa=1$ ,  $\delta=2$ . На ділянці  $-1 \leq \xi \leq 0$  криві подані суцільними кривими, а на уявній  $\xi > 0$  – точковими.

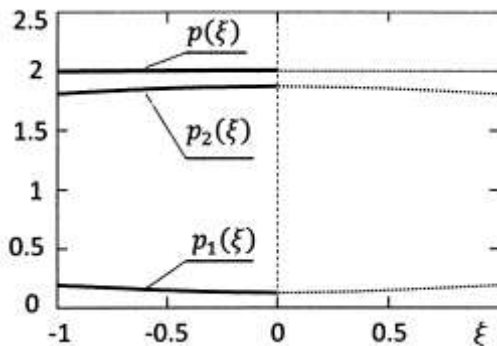


Рисунок 2 – Характер зміни функцій опромінювання

У праці (4) доведено, що функції  $p_{2L}(\xi)$ ,  $p_{2R}(\xi)$ , які задовольняють останній залежності з (8), може бути нескінченна кількість, і наведено методику їх пошуку. Із цієї праці візьемо для подальших досліджень такі відносно прості функції:

$$p_{2L}(\xi) = p_{2R}(\xi) = \begin{cases} D\xi + 1^2 + p_2(\xi), & -1 \leq \xi \leq 0; \\ D\xi - 1^2 + p_2(\xi) - p_2(\xi), & \xi > 0. \end{cases}$$

Характер зміни цих функцій залежно від  $\xi$  та сумарна функція  $p_2(\xi) = p_{2L}(\xi) + p_{2R}(\xi)$  показані на рисунку 3. Як і раніше, криві на ділянці  $-1 \leq \xi \leq 0$  подані суцільними лініями, а на уявній  $\xi > 0$  – точковими.

Тепер, коли характер залежностей  $p$ ,  $p_1(\xi)$ ,  $p_2(\xi)$ ,  $p_{2L}(\xi)$  відомий, можна приступити до визначення профілю рефлектора.

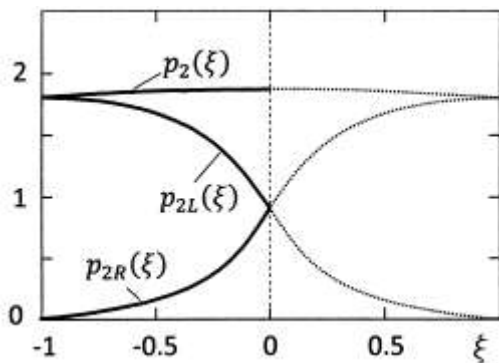


Рисунок 3 – Розрахункова функція опромінювання  $p_2(\xi)$ , та її складові

Розглянемо спочатку рух віддзеркалених від рефлектора променів. Як показано в попередніх працях авторів, обраний спосіб потрапляння цих променів на робочу поверхню суттєво впливає на форму профілю.

Розглянемо один із найпростіших. Припустимо, що в довільну точку  $K$  приймача (рис. 4) із відносною координатою  $\xi$  потрапляє віддзеркалений від точки  $M$  рефлектора промінь. Положення точки  $M$  на рефлекторі характеризується двома полярними координатами  $\rho$ ,  $\varphi$ .

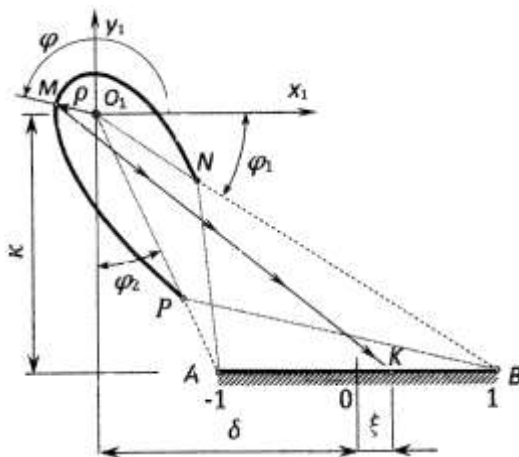


Рисунок 4 – Схема руху віддзеркалених від рефлектора променів

Змінні  $\rho$ ,  $\varphi$ ,  $\xi$  пов'язані між собою диференціальною залежністю [2]

$$\frac{d\rho}{d\xi} = -\rho \frac{\rho_1 - \rho \cos\varphi + \xi + \delta}{\rho_1 + \rho \sin\varphi + \kappa} \cdot \psi \quad (10)$$

де

$$\rho_1 = \sqrt{\rho^2 \cos^2\varphi - \xi^2 + \rho^2 \sin^2\varphi + \kappa^2}, \quad \psi = \frac{d\varphi}{d\xi}.$$

Щоб ця залежність стала диференціальним рівнянням, треба знайти зв'язок між кутовою координатою  $\varphi$  і лінійною  $\xi$ . Це можна зробити різними способами. Візьмемо найпростіший, який було використано в праці [4]. Для цього почнемо монотонно рухати точку  $M$  у бік збільшення  $\varphi$  (тобто проти ходу годинникової стрілки) так, щоб вона пробігла весь контур рефлектора, починаючи від точки  $N$  і до  $P$ .

Будемо вважати, що при цьому точка  $K$  приймача, в яку потрапляє відбитий промінь, теж стане монотонно рухатися починаючи відповідно від  $A$  до  $B$ .

Як показано в [4], за цих умов

$$\varphi = -\varphi_1 + \pi \int_{-1}^{\xi} p_2 L d\xi. \quad (11)$$

Можна, очевидно, намітити й інший закон руху точки  $K$  за монотонного руху  $M$ . Тоді можна було б отримати й іншу функціональну залежність  $\varphi$ .

Рівняння (10) разом із залежністю (11) розв'язувалося методом Рунге-Кутта за умови, що  $\kappa=1$ ,  $\delta=2$  і для двох різних початкових значень  $\rho = \rho_0$ , а саме:  $\rho_0 = 0,7 O_1 A$  і  $\rho_0 = 0,9 O_1 A$ .

На рис. 5 наведено відповідні цим значенням  $\rho_0$  форми профілів рефлекторів. Таким чином, поставлену задачу розв'язано.

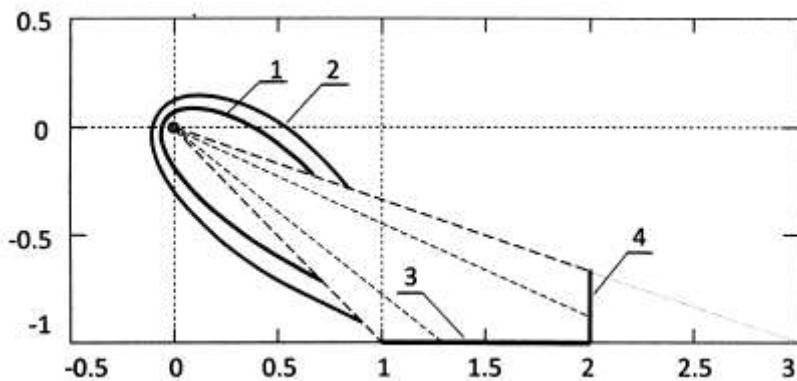


Рисунок 5 – Сім'я рефлекторів

**Висновки.** Запропоновано ефективну методику визначення профілів рефлекторів теплотехнічних установок, в яких робочі поверхні опромінюються тепловим потоком рівномірно.

*Список літератури*

1. Плевако, В. П. Визначення форми рефлектора для рівномірного обігрівання плоскої поверхні [Текст] / В. П. Плевако, С. Ю. Саєнко // Сучасні проблеми геометричного моделювання: міжнар. наук.-практ. конф., 20-23 жовтня : [матеріали]. – Львів, 2003. – С. 191–194.

2. Плевако, В. П. Визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок, які забезпечують заданий розподіл тепла на приймачах довільних перерізів [Текст] / В. П. Плевако, С. Ю. Саєнко // Геометричне та комп'ютерне моделювання : зб. наук. праць. – Харків, 2007. – Вип. 17. – С. 75–90.

3. Плевако, В. П. Визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок із приймачами тепла, що мають перерізи у вигляді довільних ламаних ліній [Текст] / В. П. Плевако, С. Ю. Саєнко // Геометричне та комп'ютерне моделювання : зб. наук. праць. Харків, 2008. – Вип. 20. – С. 53–67.

4. Плевако, В. П. Доведення доцільності розрахунку теплотехнічних систем у плоскій постановці [Текст] / В. П. Плевако, С. Ю. Саєнко // Геометричне та комп'ютерне моделювання : зб. наук. праць. – Харків, 2008. – Вип. 21. – С. 20–29.

5. Плевако, В. П. Визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок [Текст] / В. П. Плевако, І. П. Педорич // Обладнання та технології харчових виробництв: темат. зб. наук. праць ; Донецький нац. ун-т екон. і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2009. – Вип. 22. – С. 273–281.

Отримано 30.03.2011. ХДУХТ, Харків.

© В.П. Плевако, В.А. Куценко, І.П. Педорич, 2011.