Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра «Сільськогосподарські машини та інженерія тваринництва»

Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
спеціальності 208 «Агроінженерія»

Затверджено рішенням
науково-методичної комісії
факультету мехатроніки та
інжинірингу ДБТУ
Протокол № 2 від 27.12.2023 р.

Харків – 2023

УДК 519.852(072)
С 37

Схвалено
на засіданні кафедри сільськогосподарських машин та інженерії тваринництва
Протокол № 5 від 19.12.2023 р.

С 37 Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування: методичні вказівки до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни «Моделювання технологічних процесів та систем» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія» / Державний біотехнологічний університет; уклад. Р.В. Кириченко – Харків: [б. в.], 2023. – 24 с.

До методичних вказівок за темою «Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування» включено загальні відомості, алгоритм розв'язку задач симплекс-методом, етапи розв'язку задачі симплексним методом, алгоритм знаходження опорного плану, алгоритм знаходження оптимального плану задачі на min, технологія розв'язку задач лінійного програмування в середовищі EXCEL, аналіз рішення задачі та контрольні запитання для самоперевірки.

Видання призначене здобувачам другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія».

Рецензенти:
Р.В. Антощенков, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.
М.Л. Шуляк, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри агроінжинірингу Сумського національного аграрного університету.

УДК 519.852(072)
Відповідальний за випуск: М.М. Крекот
© Р.В. Кириченко, 2023
© ДБТУ, 2023

СИМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи

Навчитися складати, вирішувати і аналізувати задачу лінійного програмування по визначенню оптимального плану за допомогою симплексного методу та середовища EXCEL.

Загальні відомості

Математичними методами планування називають застосування відповідних математичних завдань в інженерно-економічних розрахунках. У пошуках рішення іноді виникають серйозні труднощі. Виявляється, що далеко не кожне завдання має рішення, причому єдине. З погляду можливості їх отримання, всі завдання можна розділити на наступні три групи: що не мають рішень, мають єдине рішення, мають безліч рішень.

Методи оптимального планування розвиваються, головним чином, на основі використання завдань, що відносяться до третьої групи, тобто що мають незліченну безліч рішень. Проблема полягає в тому, щоб з цієї множини за заданих умовах, уміти знаходити якнайкраще, тобто оптимальне рішення. Цьому покликані служити математичні методи оптимального планування. Найбільшого поширення серед них набули так звані *завдання лінійного програмування.*

Лінійне програмування має вигляд лінійної математичної моделі, яка складається з трьох частин:

1. Функції мети $F = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \rightarrow \max(\min)$, для якої ми повинні отримати оптимальне значення. Якщо змінити знаки коефіцієнтів c_j, ($j=1,n$) на протилежні, то функція F_{max} змінюється на F_{min} і навпаки. Приклад функції мети: прибуток (треба збільшити до максимуму), витрати (треба зменшити до мінімуму). Тут x_1, x_2, …, x_n фактори, які безпосередньо впливають на процес, що розглядається.

Приклад: c_j - це прибуток від реалізації одного з j-го варіантів виробів, а x_j це кількість цих виробів.

2. Обмеження по запасу ресурсів у вигляді:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le b_m \end{cases} \qquad (1)$$

або

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \ge b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \ge b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \ge b_m \end{cases}, \qquad (2)$$

де a_{ij} – норма витрат ресурсу b_i;

x_j - кількість j-го виробу, одиниця якої потребує a_{ij} витрат (величина x_j не повинна бути від'ємною);

b_i - величина i-го ресурсу; $i = 1, ..., m$ - порядковий номер ресурсу; $j = 1, ..., n$ – порядковий номер виробу.

3. Вимоги невід'ємності змінних (факторів) $X_j > 0$, бо результат практичної дії (практична кількість приладів, що випускається і т. п.) не може бути від'ємним. Систему нерівностей (1) або (2) приводять до системи рівностей:

- до системи рівнянь (1) додаємо додаткові додатні змінні x_{n+1}, x_{n+2}, …, x_{n+m};

- від системи (2) віднімаємо додаткові додатні змінні x_{n+1}, …, x_{n+m}.

Розглянуті три частини лінійного програмування (ЛП) виконують такі функції:

1. Нерівності-обмеження та вимоги невід'ємності змінних обмежують область існування розв'язків, яка задовольняє вказані обмеження і визначає загальний розв'язок задачі ЛП. Ця область існування розв'язків містить багато точок (у загальному випадку – нескінченно велику кількість точок) з розв'язками.

2. Функція мети охоплює лише одну точку або частину точок із вказаної області і визначає в ній точні координати точки або точок, в яких функція мети отримує оптимальне постійне значення.

У результаті ми повинні розглядати таку систему рівнянь:

1. Функцію мети $F = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to \max(\min)$. Призначення функції мети – отримати оптимальне розв'язання для області, яка визначається наведеною нижче системою рівнянь-обмежень.

2. Систему рівнянь-обмежень:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \pm x_{n+1} = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \pm x_{n+2} = b_2; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \pm x_{n+m} = b_m; \end{array}$$

де $x_j \geq 0$, $j = 1,\ldots, n+m$; $m<n$.

Розв'язок $X=(x_1, x_2,\ldots, x_{n+m})$ при якому функція F приймає оптимальне значення, називається *оптимальним розв'язком.* Більшість задач лінійного програмування *мають один оптимальний розв'язок.* Але система рівнянь може бути і несумісною (немає оптимального розв'язку), і з нескінченною кількістю оптимальних розв'язків.

Вимога невід'ємності $x_j > 0$ означає, що розв'язок повинен бути *припустимим,* тобто не мати від'ємних компонентів x_i.

Нижче розглядаються особливості та властивості системи рівнянь-обмежень, яка має узагальнений вигляд:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n &= b_1; \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &= b_2; \\
&\dots\dots\dots\dots\dots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n &= b_m;
\end{aligned}
$$

де $i=1,...,m$; $j=1,...,m$; a_{ij} - коефіцієнти; b_i - вільні члени.

Ці отримані рівняння потрібно перевірити на:

- наявність тотожностей (тотожності вилучаються);
- сумісність (несумісна система рівнянь не має сенсу і тому не розглядається);
- визначеність (щоб мати уяву про кількість можливих розв’язків).

Потім отриману таким чином систему рівнянь можна розв’язувати.

Розглянемо розв’язання системи рівнянь за допомогою симплексного методу.

Основою алгоритму симплексного методу є ідея цілеспрямованого перебору вершин багатогранника планів задачі, при якому забезпечується монотонна зміна значення цільової функції в потрібному напрямі – монотонне зростання чи зменшення залежно від того, яке екстремальне значення функції треба знайти. При цьому стає можливим обстеження лише невеликої кількості з усього числа вершин багатогранної фігури. Число вершин опуклої багатогранної фігури завжди скінчене, що забезпечує скінченність алгоритму.

Алгоритм симплексного методу застосовують лише до стандартної форми задачі лінійного програмування. Отже, щоб розв’язати задачу загальної форми симплексним методом, її слід представити стандартною.

Процес розв’язування задачі симплекс-методом має ітераційний характер: обчислювальні процедури (ітерації) одного типу повторюються у певній послідовності доти, доки не буде отримано оптимальний план задачі або з’ясовано, що його не існує.

Таким чином, ***симплексний метод*** - це цілеспрямований перебір вершин n-гранника (симплекса), при якому цільова функція монотонно зростає або спадає.

Алгоритм розв’язку задач симплекс-методом

Приклад:

$$Z = 3x_1 - x_2 + x_3 \to extr \qquad (3)$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 \ge 18$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \ge 12 \qquad (4)$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \ge 18$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}. \qquad (5)$$

1. Представимо задачу (3–5) у стандартній формі, усі нерівності (1.4) перетворимо у рівняння, при чому у рівнянні справа – *const* або «0». У ліву частину кожного обмеження системи (4) введемо невід’ємні додаткові змінні, які візьмемо зі знаком мінус («-»), якщо обмеження типу «≥» і зі знаком плюс («+») > якщо обмеження типу «≤».

Отже, отримуємо такий запис:

$$Z - 3x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 18$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}.$$

2. Усі базисні змінні мають утворювати одиничну матрицю, порядок якої дорівнює кількості основних обмежень задачі (у даному випадку – матрицю 3-го порядку):

$$x_4 \quad x_5 \quad x_6$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Для того, щоб змінна x_4 була базисною, треба перший ряд матриці помножити на (-1), тоді отримуємо такий вигляд системи основних обмежень:

$$Z - 3x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$-2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -18$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,6}.$$

3. Побудова симплекс-таблиці:

Таблиця 1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
x_4	-2	-3	2	1	0	0	-18	← розв'язуючий рядок
x_5	2	1	1	0	1	0	12	
x_6	3	2	2	0	0	1	18	
Z	-3	1	-1	0	0	0	0	← цільовий рядок

↑ - розв'язуюча колонка ↑ - колонка вільних елементів

min (-18/-3; 12/1; 18/2) = (6; 12; 9) = 6, розв'язуючий елемент -3

$$x_1^6 = (x_1;\ \ x_2;\ \ x_3;\ \ x_4;\ \ x_5;\ \ x_6)$$

$$x_1^6 = (0;\ 0;\ 0;\ -18;\ 12;\ 18)$$

Позначимо через $x = \left(x_1; \ x_2; \ \dots \ x_n\right)$ розв'язок задачі лінійного програмування.

Будь-який розв'язок $x = \left(x_1; \ x_2; \ \dots \ x_n\right)$ системи основних умов стандартної задачі лінійного програмування, в якому значення небазисних змінних дорівнюють нулю, а базисних - відповідним елементам колонки вільних членів, називається ***базисним розв'язком задачі***.

Базисний розв'язок $x = \left(x_1; \ x_2; \ \dots \ x_n\right)$, компоненти якого невід'ємні, тобто $x_j \geq 0, \ j = \overline{1,\dots,n}$ називається ***опорним планом*** задачі.

Опорний план, при якому цільова функція приймає екстремальне значення, називається ***оптимальним планом*** задачі і позначається $x^* = \left(x_1^*; \ x_2^*; \ \dots \ x_n^*\right)$.

<u>Виділяють три етапи розв'язку задачі симплексним методом:</u>

- побудова базисного плану;
- знаходження опорного плану;
- розв'язок задачі — отримання оптимального плану.

Згідно з даними таблиці розв'язок задачі такий:

$$x_1^6 = \left(x_1; \ x_2; \ x_3; \ x_4; \ x_5; \ x_6\right)$$

$$x_1^6 = \left(0; \ 0; \ 0; \ -18; \ 12; \ 18\right),$$

а значення цільової функції, що відповідає цьому розв'язку $-Z\left(x_1^6\right) = 0$.

Оскільки, у колонці вільних елементів (табл. 1) є від'ємні значення, то план базисний, тому переходимо до знаходження опорного плану.

Алгоритм знаходження опорного плану:

Критерієм опорності плану задачі є невід'ємність елементів колонки вільних членів симплексної таблиці.

1. Проглядаємо колонку вільних елементів. Якщо немає від'ємних елементів, то план опорний, якщо є кілька від'ємних елементів, то вибирають найменший з них або більший за модулем. Вибраний від'ємний елемент визначить розв'язуючий рядок (у нашому прикладі розв'язуючий рядок – перший, де стоїть -18).

2. Якщо у розв'язуючому рядку немає від'ємних елементів, то система не сумісна і не має розв'язку. Якщо є кілька від'ємних елементів, то вибирають найменший або більший за модулем. Вибраний від'ємний елемент визначить розв'язуючу колонку (розв'язуюча колонка - друга, де стоїть -3).

3. Складаємо невід'ємні співвідношення колонки вільних елементів до розв'язуючої колонки і знаменник меншого з них приймаємо за розв'язуючий елемент (розв'язуючий елемент -3.)

4. Виконуємо повні виключення Жордана-Гауса. Алгоритм повторюємо доти, поки не буде знайдено опорний план. До таблиці 2 перейдемо наступним чином:

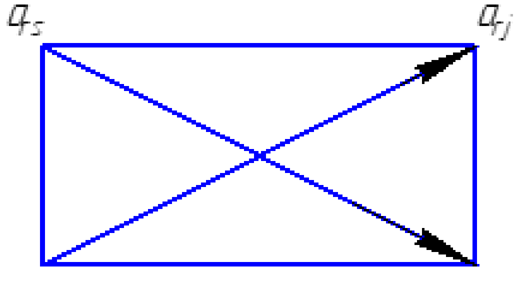
1. Замість розв'язуючого елементу в наступній таблиці запишемо 1, а решту елементів колонки замінимо на 0.

2. Елементи рядка, в якому міститься розв'язуючий елемент, ділимо на цей розв'язуючий елемент.

3. Елементи, що не ввійшли ні в рядок, ні в колонку, де стоїть розв'язуючий елемент, знаходимо за правилом чотирикутника:

4.

$$x = \frac{a_{rs} \cdot a_{ij} - a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{rs}}$$



В таблиці 2 отримується ***опорний план,*** бо у колонці вільних елементів немає від’ємних елементів, але не оптимальний, тому що у цільовому рядку є від’ємні елементи.

Таблиця 2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	2/3	1	-2/3	-1/3	0	0	6
x_5	4/3	0	5/3	1/3	1	0	6
x_2	5/3	0	10/3	2/3	0	1	6
Z	-11/3	0	-1/3	1/3	0	0	-6

min (6/$_{2/3}$; 6/$_{4/3}$; 6/$_{5/3}$) = (9; 9/2; 18/5) = 18/5
розв’язуючий елемент 5/3

Переходимо до знаходження оптимального плану.

*Критерієм оптимальності задачі на **максимум** є невід’ємність коефіцієнтів цільового рядка таблиці.*

Теорема (ознака необмеженості цільової функції зверху): якщо у симплексній таблиці при знаходженні оптимального плану знайдеться колонка з від’ємним елементом цільового рядка, а всі інші елементи цієї колонки будуть недодатні, то функція мети цієї задачі буде на множині планів задачі з боку максимуму необмеженою ($Z \to \infty$)

Таблиця 3

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_1	0	1	-2	-3/5	0	-2/5	18/5
x_5	0	0	-1	-1/5	1	-4/5	6/5
x_2	1	0	2	2/5	0	3/5	18/5
Z	0	0	7	9/5	0	11/5	36/5

Знайдено оптимальний план для задачі на max

Теорема (ознака необмеженості цільової функції знизу): якщо у симплексній таблиці при знаходженні оптимального плану знайдеться колонка з додатнім елементом цільового рядка, а всі інші елементи цієї колонки будуть недодатні, то цільова функція задачі буде на множині планів задачі з боку мінімуму необмеженою ($Z \to -\infty$).

Критерієм оптимальності задачі на ***мінімум*** *є недостатність коефіцієнтів цільового рядка таблиці.*

Алгоритм знаходження оптимального плану задачі на min:

1. Проглядаємо цільовий рядок таблиці. Якщо немає додатніх елементів, то план оптимальний. Якщо є кілька додатніх елементів, то вибирають найбільший додатній елемент. Вибраний додатній елемент визначає розв'язуючу колонку.

2. Складаємо невід'ємні співвідношення колонки вільних елементів до розв'язуючої колонки і знаменник меншого з них приймаємо за розв'язуючий елемент.

3. Виконуємо повні виключення Жордана-Гауса.

Алгоритм повторюємо доти, поки не буде знайдено оптимальний план. Слід сказати, що оптимальний план (на *min* чи на *max*) знаходять після знаходження опорного плану, що у даному випадку відповідає таблиці 2.

Від таблиці 2 почнемо знаходити оптимальний план на мінімум (оскільки у цільовому рядку є додатній елемент, що визначає розв'язуючу колонку).

Отже, *min* $(6/_{1/3}; 6/_{2/3}) = (18; 9) = 9$ – розв'язуючий елемент 2/3.

Робимо крок повних жорданових вилучень і переходимо до таблиці 4, де знайдено оптимальний план на *min*.

Таблиця 4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	3/2	1	5/6	0	0	1/2	9
x_5	1/2	0	0	0	1	-1/2	3
x_2	5/2	0	5	1	0	3/2	9
Z	-9/2	0	-2	0	0	-1/2	-9

x^*_{min} (0; 9; 0; 9; 3; 0)

$Z(x^*_{min}) = -9$

Як підсумок наведемо етапи розв'язку задачі лінійного програмування симплексним методом у вигляді схеми (рис. 1):

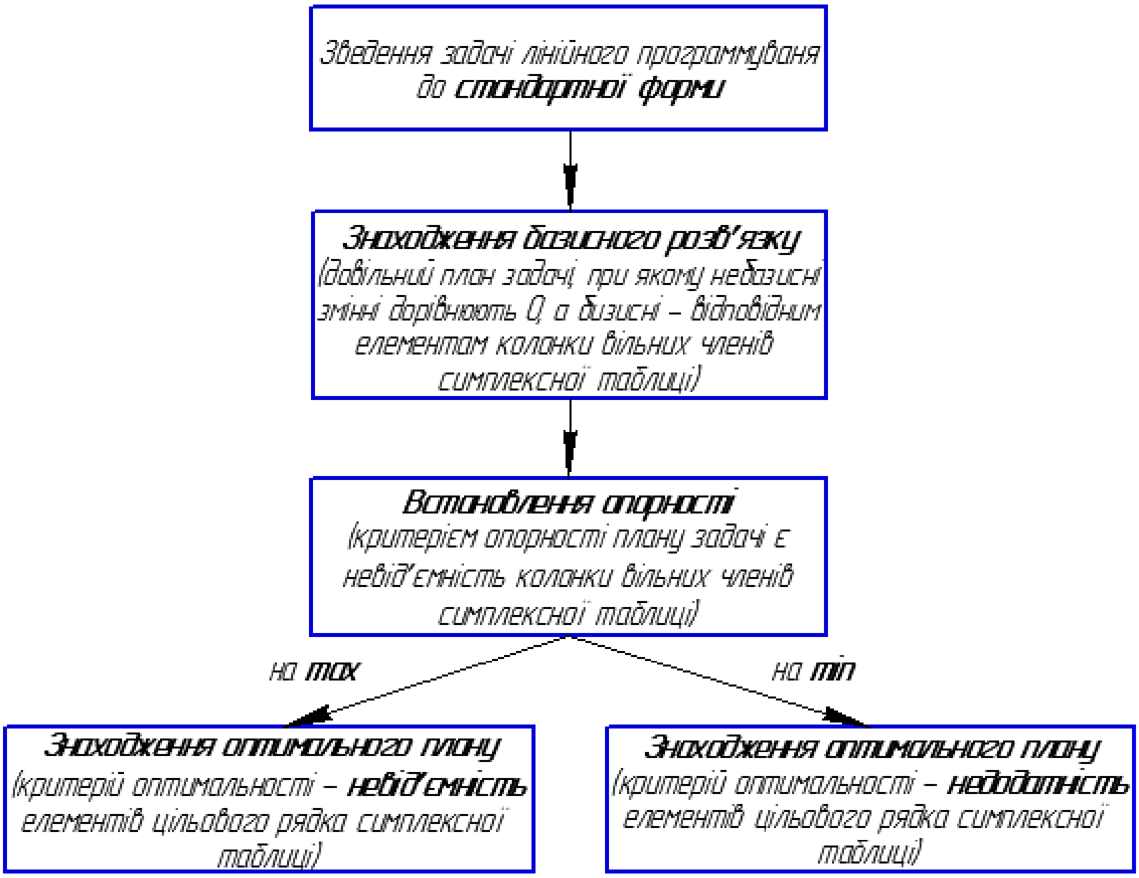


Рис. 1. Етапи розв'язку задачі лінійного програмування симплексним методом

Технологія розв'язку задач лінійного програмування за допомогою *«ПОИСКА РЕШЕНИЙ»* в середовищі EXCEL

Оптимізаційні задачі виникають у зв'язку з багаточисельністю можливих варіантів функціонування конкретних технологічних систем, коли постає ситуація вибору альтернативи, найкращої за деяким правилом, критерієм, вимогою. Лінійні оптимізаційні задачі можуть бути реалізовані в середовищі EXCEL.

«ПОИСК РЕШЕНИЯ» – це надбудова EXCEL, що дає можливість розв'язувати задачі лінійного програмування (ЗЛП). Якщо в меню *Сервис* відсутня команда -*ПОИСК РЕШЕНИЯ*-, її потрібно активізувати : *Сервис* -*Надстройки* - *Поиск решения*.

Для реалізації алгоритму задачі необхідно:

- сформувати форму для вводу умов задачі;
- вказати адреси клітин, в які буде надсилатися результат розв’язку задачі (*Изменяемые ячейки);*
- ввести вихідні дані;
- ввести залежність для цільової функції;
- ввести залежності для цільової функції;
- вказати призначення цільової функції *(установить целевую ячейку)*;
- ввести обмеження;
- ввести параметри для розв’язку ЗЛП.

Методику розв’язку наведемо розглядаючи класичну задачу оптимального використання ресурсів.

Визначити оптимальний варіант добового раціону годівлі дійних корів молочного напрямку в стійловий період при середньому вмісті жиру в молоці 3,7 – 3,9 %, середньодобовому удої 18 кг, живій вазі корови 450 кг. Господарство має у своєму розпорядженні корми трьох видів: концентровані, грубі (сіно багаторічних трав і солома зернових) і силосні (табл. 5). Мінімально припустима потреба в живильних речовинах, розрахована відповідно до ваги корови, її продуктивність і жирність молока наведені в таблиці. Там же наведено середній вміст основних поживних речовин в одиниці корму. У добовому раціоні необхідно мати не менш 5 кг сіна.

За критерій оптимальності взятий показник мінімальна вартість раціону.

Таблиця 5

Показники	На 1 ц корму				Потреба на добу одній корові (не менше)
	концент-ровані	сіно	солома	силосні	
Кормові од. (ц)	1,0	0,6	0,3	0,2	0,13
Протеїн (кг)	10,0	4,0	2,0	0,8	1,2
Собівартість (у. од./ц)	6,0	2,0	0,4	0,6	-

Позначимо кількість концентрованих кормів (ц) у раціоні через x_1, сіна – через x_2, соломи – x_3, силосу – x_4 та складемо систему обмежень.

1. По змісту в раціоні кормових одиниць:

$$x_1 + 0{,}6x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}2x_4 \geq 0{,}13;$$

2. По змісту в раціоні протеїну:

$$10x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 0{,}8x_4 \geq 1{,}2;$$

3. По змісту в раціоні сіна:

$$x_2 \geq 0{,}5;$$

Цільова функція:

$$Z = 6x_1 + 2x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}6x_4.$$

Підготовка вихідної інформації та рішення задачі

Задача вирішена в середовище електронних таблиць EXCEL за допомогою меню *Сервис → Поиск решения*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Оптимизация кормового рациона						Результаты решения			
2	Исходная информация						Независимые переменные			
3		Концентраты	Сено	Солома	Силосные		x1	x2	x3	x4
4	Показатели					Ограничения				
5	1. Корм. ед.						Значения ограничений			
6	2. Протеин									
7	3. Сено						Заданные	Полученные	S	
8	Z									
9	Функция цели									
10		Z=								

Рис. 2. Форма для вводу даних

1. Вхідна інформація заноситься в робочий лист EXCEL (рис. 3) Так, коефіцієнти при незалежних змінних в обмеженнях знаходяться в чарунках B5:D7; значення правих частин обмежень - в чарунках G8:G10; коефіцієнти цільової функції - в осередках B8:E8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Оптимизация кормового рациона						Результаты решения			
2	Исходная информация						Независимые переменные			
3		Концентраты	Сено	Солома	Силосные		x1	x2	x3	x4
4	Показатели	X1	X2	X3	X4	Ограничения				
5	1. Корм. ед.	1	0,6	0,3	0,2	>=0,13	Значения ограничений			
6	2. Протеин	10	4	2	0,8	>=1,2				
7	3. Сено		1			>=0,0,5	Заданные	Полученные	S	
8	Z	6	2	0,4	0,6		0,13			
9	Функция цели						1,2			
10		Z=					0,05			

Рис. 3. Дані введено в форму

2. Введемо залежність для цільової функції:

- Робимо активною клітину C10.
- Курсор на *Мастер функций*.
- На екрані з’являється діалогове вікно *Мастер функций*.
- З вікна *Категория* курсором вибираємо категорію *Математические*.
- У вікні *Функции* обираємо СУММПРОИЗВ.
- У масив 1 ввести B8:E8.
- У масив 2 ввести G4:J4 (адреси клітин в усі діалогові вікна зручно вводити не з клавіатури, а рухаючись мишкою по клітинах, адреси яких слід ввести).
- Установку цільової функції завершено. На екрані в C10 цільова функція введена, як показано на рисунку 4.

3. У діапазон клітин G8:G10 введені значення правих частин обмежень. У клітини H8:H10 введені формули для лівих частин обмежень. Тут також використовується функція СУММПРОИЗВ. Для її вибору і роботи з нею варто зробити дії, зазначені у попередньому пункті.

Так у клітину H8 варто ввести: СУММПРОИЗВ(B5:E5;G4:J4);
у клітину H9: СУММПРОИЗВ(B6:E6;G4:J4);
у клітину H10: СУММПРОИЗВ(B7:E7;G4:J4).

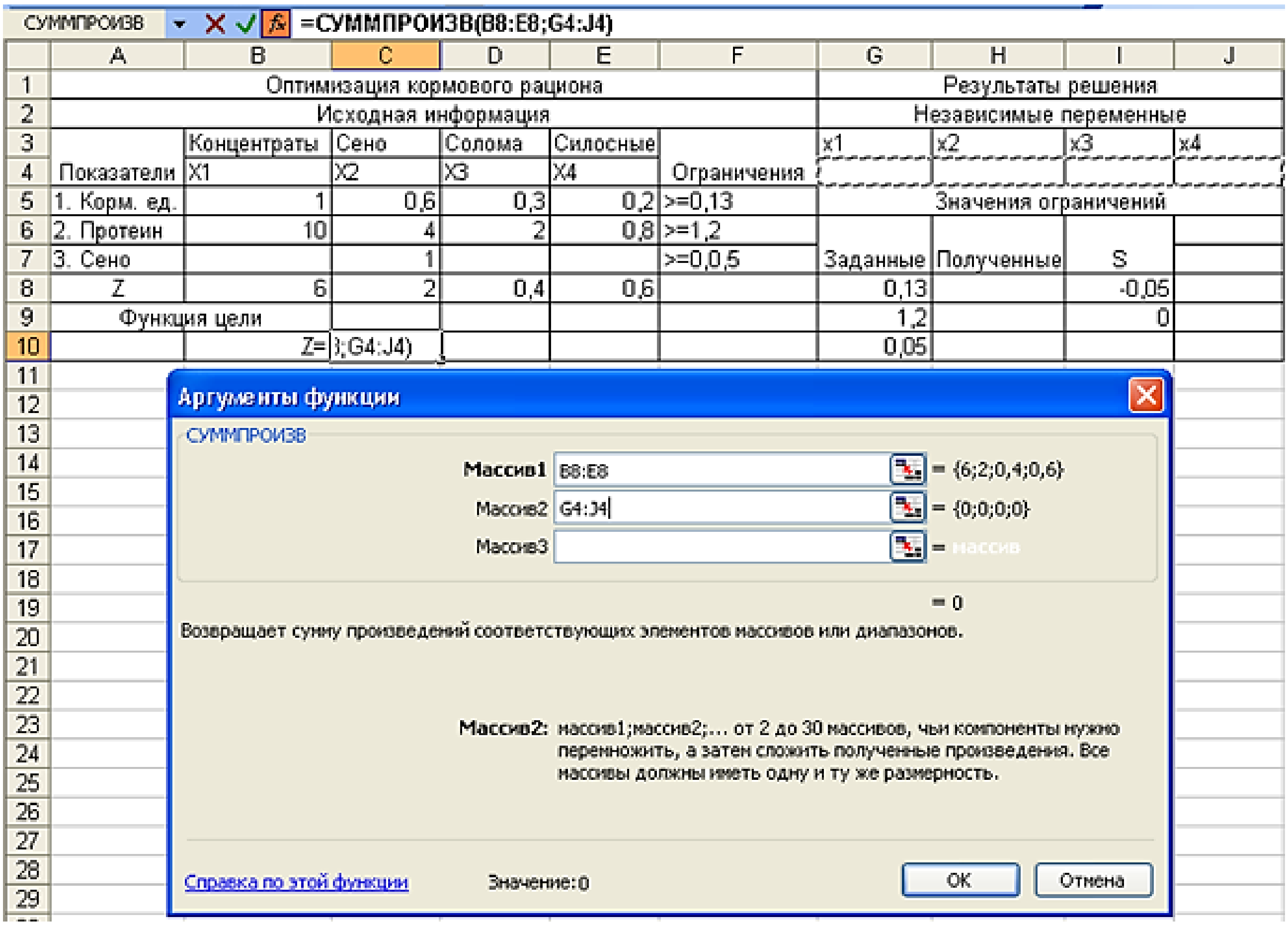


Рис. 4. Формування цільової функції

4. Значення додаткових змінних приведені в клітинах I8:I10. Вони визначаються як різниця між заданими й отриманими значеннями обмежень і показують на резерв кормових ресурсів.

5. Запуск сервісної програми *«ПОИСК РЕШЕНИЯ»*

Після вибору команд *Сервис → Поиск решения* з'явиться діалогове вікно –*Поиск решения* (рис. 5).

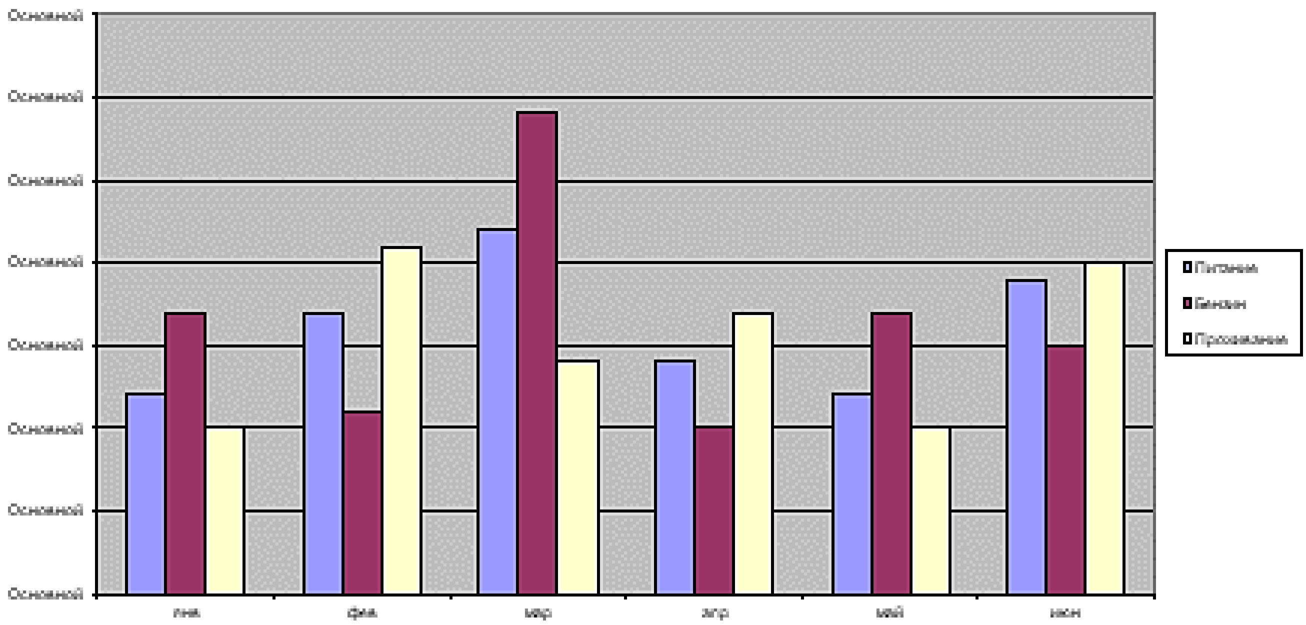
У діалоговому вікні *Поиск решения* є три основних параметра:

– *установить целевую функцию;*
– *изменяя ячейки;*
– *ограничения.*

Насамперед необхідно заповнити поле *«Установить целевую функцию».*

У всіх задачах для засобу «*Поиск решения»* оптимізується результат в одній з клітин робочого листа. Цільова функція зв'язана з іншими клітинами цього листа за допомогою формул. Засіб «*Поиск решения»* дає можливість обрати пошук найменшого чи найбільшого значення для цільової функції, або встановити конкретне значення.

Другий важливий параметр засобу *«Поиск решения» – Изменяя ячейки*.



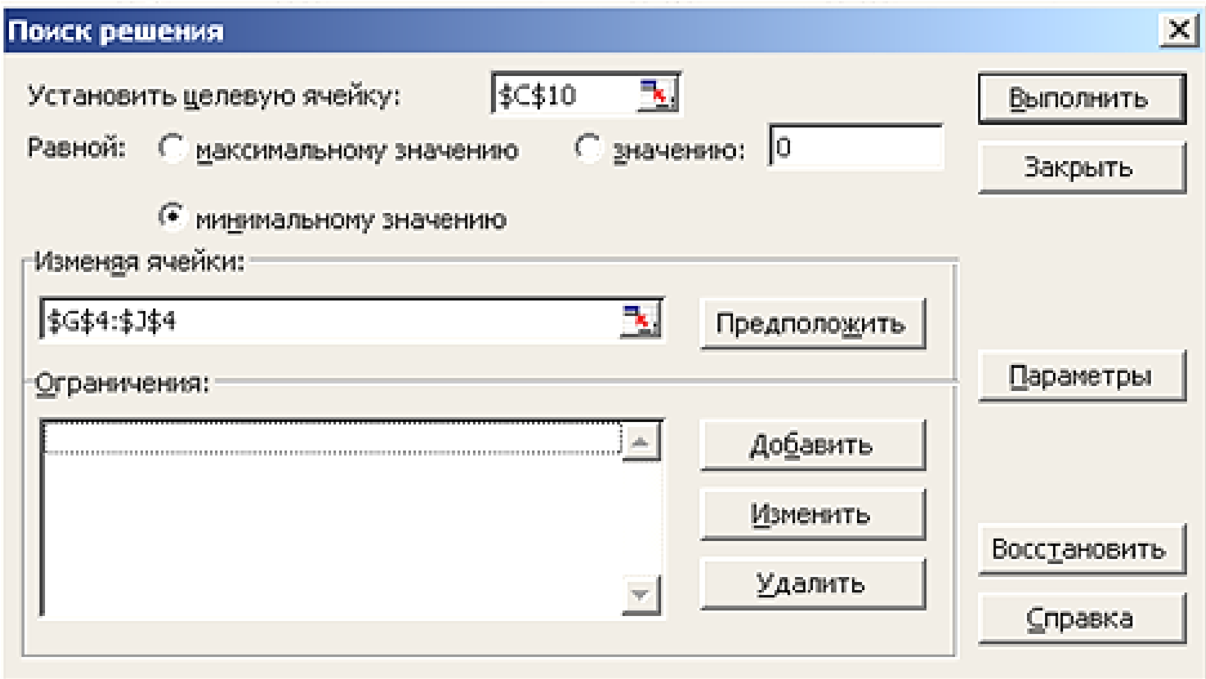


Рис. 5. Введення адреси G4:J4

«Изменяемые ячейки» - це клітини, значення в яких будуть змінюватися, для того щоб оптимізувати результат у цільовій клітині.

Для розв’язку задачі можна вказати до 200 таких клітин, але до них є дві основних умови: вони мають містити формули і зміна їх значень повинна впливати на зміну значення цільової функції, тому цільова клітина залежна від *«Изменяемых ячеек».*

Третій параметр, що необхідно встановити – «*Ограничения*».

6. Призначення цільової функції.

– Навести курсор у поле *Установить целевую функцию*.
– Ввести адресу клітини С10.
– Ввести напрямок цільової функції (мінімального значення).

Ввести адреси змінних:

– Навести курсор у поле *«Изменяя ячейки».*
– Ввести адреси G4:J4.

7. Вводимо обмеження:

– Курсор у поле *Добавить,* з’являється діалогове вікно *Добавление ограничений* (рис. 6).
– У полі *«Ссылка на ячейку»* ввести адресу *F7*.
– Ввести знак обмеження та обсяг обмеження.

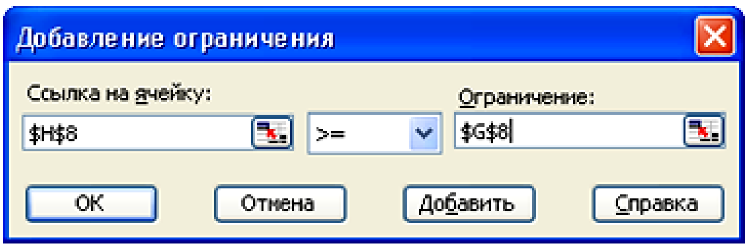


Рис. 6. Формування обмежень *H8:G8*

Натиснути «Добавить».

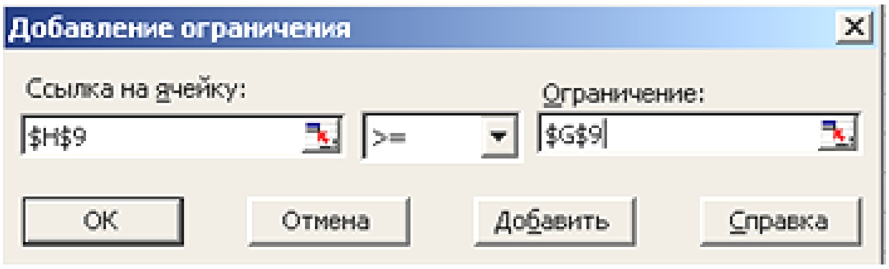


Рис. 7. Формування обмежень *H9:G9*

Натиснути «Добавить»

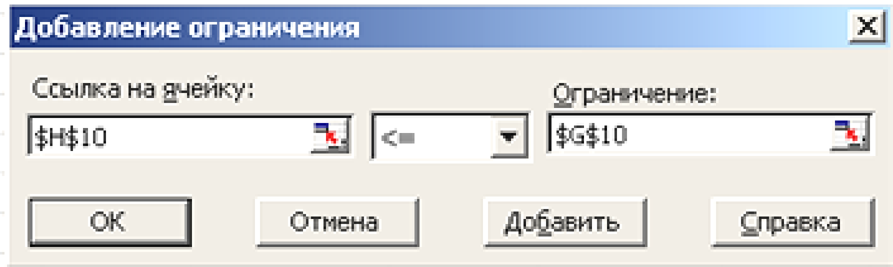


Рис. 8. Формування обмежень *H10:G10*

Після останнього обмеження ввести ОК.

На екрані з'являється діалогове вікно *«Поиск решения»* з введеними умовами (рис. 9).

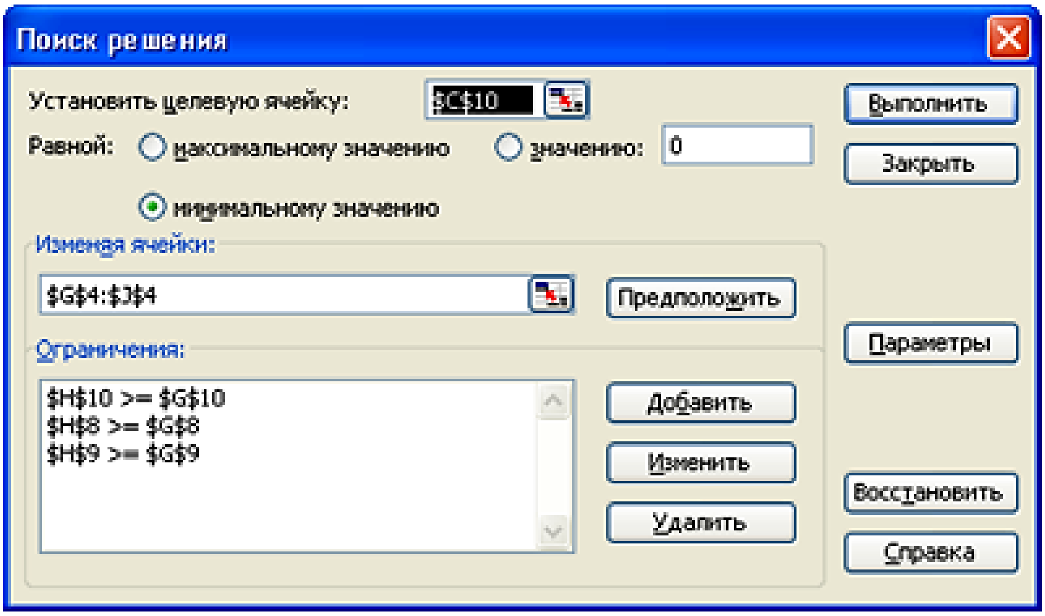


Рис. 9. Сформовані та введені всі умови для розв'язку задачі без параметрів для ЗЛП

8. Зазначення параметрів для розв'язку ЗЛП (рис. 10).

– Відкрити вікно *Параметры в Поиск решения*.
– Відмітити позначку *Линейная модель*, що забезпечує використання симплекс-методу, та позначити прапорцем *«Неотрицательные значения»*.

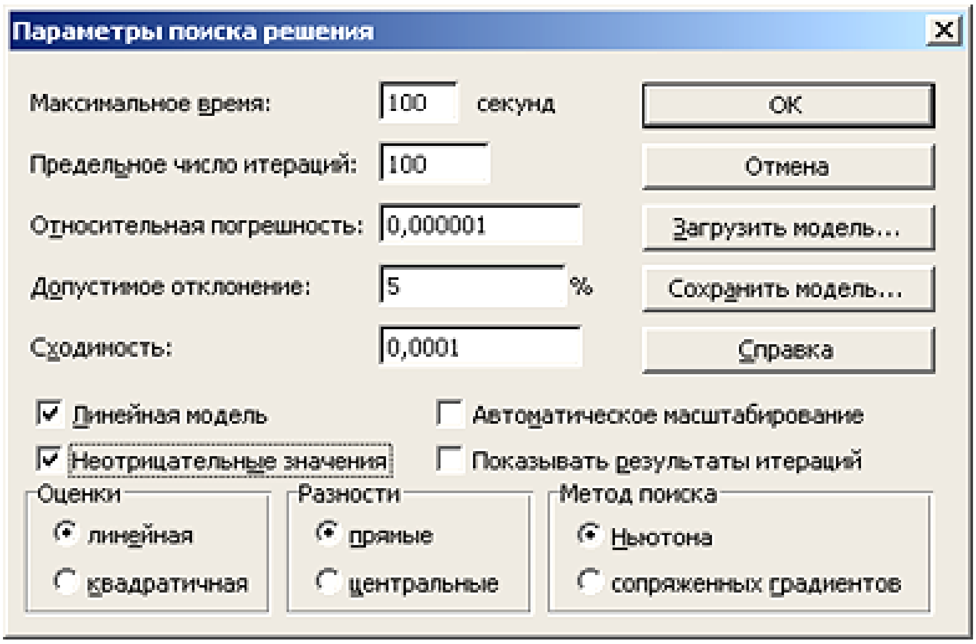


Рис. 10. Параметри для ЗЛП

– ОК. На екрані з'явиться вікно *«Поиска решения»* (рис. 11).

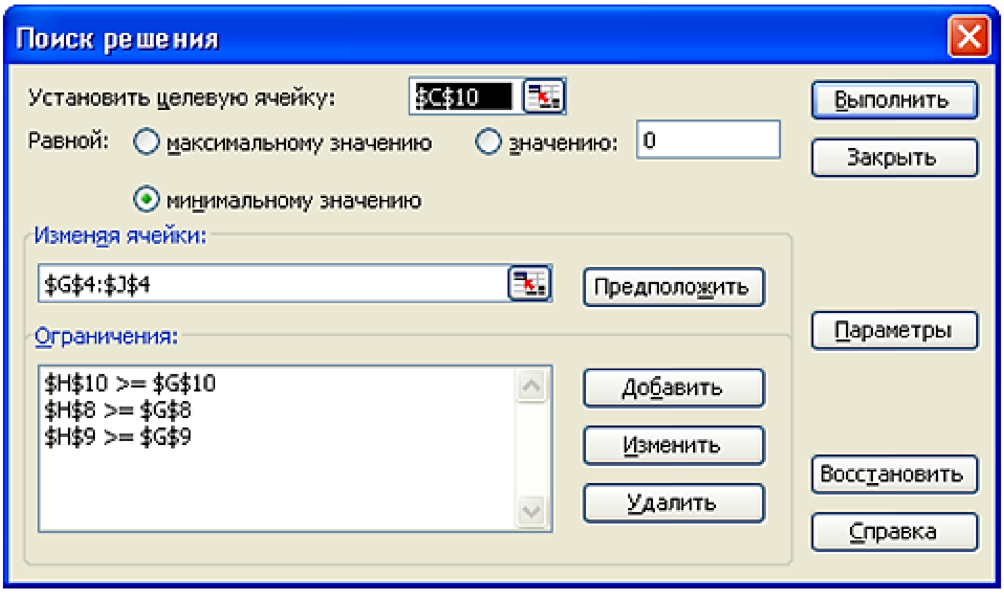


Рис. 11. Сформовані та введені всі умови для розв'язку задачі

«Выполнить». На екрані з'явиться діалогове вікно *«Результаты поиска решений»* - (рис. 12).

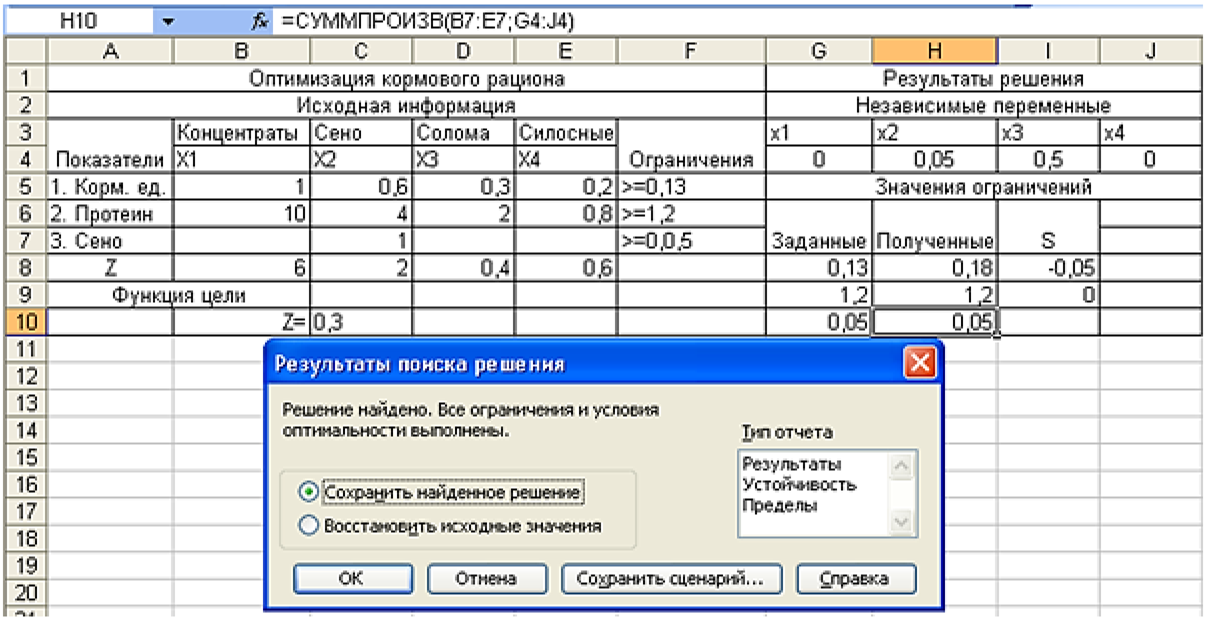


Рис. 12. Оптимальний розв'язок знайдено

Аналіз рішення задачі

До раціону за оптимальним планом входять два види корму – сіно (x_2) в обсязі 5 кг (0,05 ц в клітині H4) і солома (x_3) в обсязі 50 кг (0,5 ц в клітині I4). У цьому випадку дотримані всі обмеження. Причому умова по вмісту протеїну в раціоні використовується цілком (клітина I9), а умова по вмісту кормових одиниць припускає перевитрату на 5 кг к.од. (клітина I8). Умова по вмісту сіна в раціоні використовується цілком (клітина I10).

ФОРМУВАННЯ ЗВІТУ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОШУКУ РОЗВ'ЯЗКУ (рис. 13)

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [Оптимизация кормового рациона.xls]Лист1
Отчет создан: 31.07.2008 9:57:22

Целевая ячейка (Минимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$C$10	Z= X2	0,3	0,3

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$G$4	X4 x1	0	0
$H$4	X4 x2	0,05	0,05
$I$4	X4 x3	0,5	0,5
$J$4	X4 x4	0	0

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$H$8	Z Полученные	0,18	$H$8>=$G$8	не связан.	0,05
$H$9	Функция цели Полученные	1,2	$H$9>=$G$9	связанное	0
$H$10	Z= Полученные	0,05	$H$10>=$G$10	связанное	0

Рис. 13. Звіт за результатами пошуку розв'язку

Контрольні запитання для самоперевірки знань

1. Що називають математичними методами планування?
2. Що є основою алгоритму симплексного методу?
3. Що таке симплексний метод?
4. Як здійснюється алгоритм симплексного методу?
5. Що називають базисним розв'язком задачі?
6. Що називають оптимальним планом?
7. Які три етапи розв'язку задачі симплексним методом виділяють?
8. Що є критерієм оптимальності задачі на максимум?
9. В чому полягає алгоритм знаходження оптимального плану на максимум?
10. Що є критерієм оптимальності задачі на мінімум?
11. В чому полягає алгоритм знаходження оптимального плану на мінімум?

Навчальне видання

СИМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

Укладач:

КИРИЧЕНКО Роман Васильович

Формат 60х84/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.
Ум. друк. арк. 1,0.
Тираж 100 пр.
Державний біотехнологічний університет.
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44.