

Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра «Сільськогосподарські машини та інженерія тваринництва»

Рототабельне центральне композиційне планування

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
спеціальності 208 «Агроінженерія»

Затверджено рішенням
науково-методичної комісії
факультету мехатроніки та
інжинірингу ДБТУ
Протокол № 2 від 27.12.2023 р.

Харків – 2023

УДК 519.87(072)

Р 84

Схвалено
на засіданні кафедри сільськогосподарських машин та інженерії
тваринництва
Протокол № 5 від 19.12.2023 р.

Р 84 Рототабельне центральне композиційне планування: методичні вказівки до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни «Моделювання технологічних процесів та систем» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія» / Державний біотехнологічний університет; уклад. Р.В. Кириченко – Харків: [б. в.], 2023. – 26 с.

До методичних вказівок за темою «Рототабельне центральне композиційне планування» включено загальні відомості, порядок виконання роботи, зміст звіту, приклад розрахунку рототабельного ЦКП та контрольні запитання для самоперевірки.

Видання призначене здобувачам другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія».

Рецензенти:

Р.В. Антощенко, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.

М.Л. Шуляк, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри агроінжинірингу Сумського національного аграрного університету.

УДК 519.87(072)

Відповідальний за випуск: М.М. Кречот

© Р.В. Кириченко, 2023

© ДБТУ, 2023

ЗМІСТ

Мета роботи.....	4
1. Загальні відомості.....	4
1.1 Розробка математичної моделі з використанням рототабельного центрального композиційного планування....	4
1.2 Складання матриці планування експерименту.....	6
2. Порядок виконання роботи.....	7
2.1 Порядок проведення експерименту.....	8
2.2 Розрахунок оцінок коефіцієнтів рівняння регресії.....	8
2.3 Перевірка значущості коефіцієнтів регресії.....	10
2.4 Перевірка адекватності отриманої математичної моделі.....	11
2.5 Перехід до фізичної змінної.....	13
3. Зміст звіту.....	14
4. Приклад розрахунку рототабельного центрального композиційного планування.....	15
5. Контрольні запитання для самоперевірки.....	18
Додаток А. Таблиця G -розподілення Кохрена.....	19
Додаток Б. Таблиця t -розподілення Ст'юдента.....	21
Додаток В. Таблиця F -розподілення Фішера.....	23

РОТОТАБЕЛЬНЕ ЦЕНТРАЛЬНЕ КОМПОЗИЦІЙНЕ ПЛАНУВАННЯ

Мета роботи

Отримати математичну модель (ММ) досліджуваного технічного засобу (ТЗ) або технологічного процесу (ТП) у вигляді рівняння множинної регресії другого порядку за допомогою рототабельного центрального композиційного планування (РЦКП).

1. Загальні відомості

1.1 Розробка математичної моделі з використанням рототабельного центрального композиційного планування

Рототабельне центральне композиційне планування (РЦКП) дозволяє отримати математичний опис технічного засобу або технологічного процесу у вигляді рівняння множинної регресії другого порядку:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n (b_i \cdot x_i) + \sum_{i \neq j} (b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j) + \sum_{i=1}^n (b_{ii} \cdot x_i^2) + \dots, \quad (1)$$

де b_0 , b_i , b_{ii} , b_{ij} – коефіцієнти рівняння множинної регресії.

Рототабельні плани, як і ортогональні, є композиційними. Вони дозволяють зберегти експериментальну інформацію, отриману за допомогою повного факторного ПФЕ або дробового факторного експерименту ДФЕ (напіврепліки), яку дослідник потім доповнює дослідями в «зоряних точках» і в центрі плану.

Метод РЦКП дозволяє отримати більш точний математичний опис, що досягається завдяки збільшенню числа дослідів в центрі плану і спеціальному вибору величини «зоряного плеча» α .

Число дослідів РЦКП визначається за формулою:

$$N = N_{\text{я}} + N_{\alpha} + N_0, \quad (2)$$

де $N_{\text{я}}$ – число дослідів в ядрі плану;

N_{α} – число дослідів в «зоряних» точках.

N_0 – число дослідів в центрі плану з координатами (0; 0; ... 0).

Кількість дослідів в «зоряних» точках становить:

$$N_{\alpha} = 2n, \quad (3)$$

n – число факторів.

Досліди в «зоряних» точках мають координати:

$$\begin{pmatrix} \pm \alpha, & 0, & 0, & \dots & 0 \\ 0, & \pm \alpha, & 0, & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & \dots & \pm \alpha, \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Ядром плану є ПФЕ або ДФЕ. Характеристики РЦКП для дворівневого дослідів ($q = 2$) в ядрі плану експериментів наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 - Характеристики РЦКП для дворівневого дослідів ($q = 2$) в ядрі плану експериментів

Число факторів n	Число дослідів в ядрі плану $N_{\text{я}}$	Величина «зоряного плеча» α	Число дослідів в «зоряних точках» $2n$	Число дослідів в центрі плану N_0	Загальна кількість дослідів N
2	2^2 (ПФЕ)	1,414	4	5	13
3	2^3 (ПФЕ)	1,682	6	6	20
4	2^4 (ПФЕ)	2,000	8	7	31
5	2^5 (ПФЕ)	2,378	10	10	52
5	2^{5-1} (ДФЕ)	2,000	10	6	32
6	2^6 (ПФЕ)	2,828	12	15	91
6	2^{6-1} (ДФЕ)	2,378	12	9	53
7	2^7 (ПФЕ)	3,333	14	21	163
7	2^{7-1} (ДФЕ)	2,828	14	14	92

Для того, щоб композиційний план був рототабельним, величина «зоряного» плеча α вибирається з умов:

$$\alpha = 2^{n/4} \text{ при } n < 5, \quad (5)$$

$$\alpha = 2^{(n-1)/4} \text{ при } n \geq 5. \quad (6)$$

1.2 Складання матриці планування експерименту

Матриця планування будується так само, як і при ортогональному плані. Відмінність полягає тільки в тому, що число дослідів в центрі плану вибирається з умови, щоб інформація про значення вихідної змінної залишалася незмінною (або майже незмінною) для точок сфери одиничного радіусу, тобто, щоб інформаційний профіль мало відрізнявся всередині цієї сфери. Плани, що задовольняють цій умові, називаються *рототабельними уніформ-планами*. Матриця РЦКП для двох факторів наведена в таблиці 2.

Матриця, наведена в таблиці 1, не володіє властивістю ортогональності.

Геометрична інтерпретація РЦКП для двох факторів представлена на рисунку 1 і є квадратом.

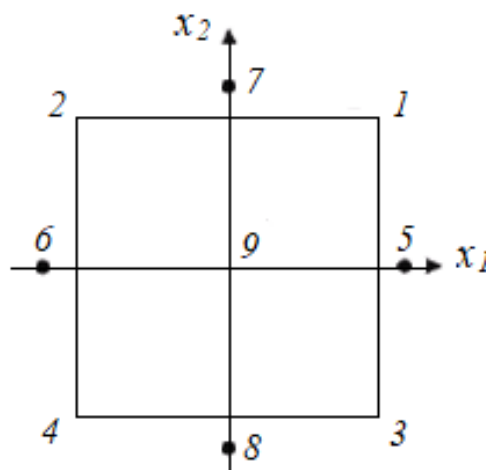


Рис. 1 – Геометрична інтерпретація РЦКП для двох чинників

Таблиця 2 - Матриця РЦКП для дворівневого дослідження ($q = 2$) в ядрі плану експериментів і двох факторів

Системи дослідів	Номер дослідів	x_0	x_1	x_2	$x_1 \cdot x_2$	x_1^2	x_2^2	y_i
Ядро плану ПФЕ	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1
	2	+1	-1	+1	-1	+1	+1	y_2
	3	+1	+1	-1	-1	+1	+1	y_3
	4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	y_4
Досліди в «зоряних» точках	5	+1	+1,41	0	0	2	0	y_5
	6	+1	-1,41	0	0	2	0	y_6
	7	+1	0	+1,41	0	0	2	y_7
	8	+1	0	-1,41	0	0	2	y_8
Дослід в центрі плану	9	+1	0	0	0	0	0	y_9
	10	+1	0	0	0	0	0	y_{10}
	11	+1	0	0	0	0	0	y_{11}
	12	+1	0	0	0	0	0	y_{12}
	13	+1	0	0	0	0	0	y_{13}

2. Порядок виконання роботи

1. Відповідно до індивідуального завдання необхідно перейти до стандартизованого масштабу факторів, скласти матрицю рототабельного ЦКП і перевірити її властивості.
2. Провести експеримент (або імітацію експерименту на ЕОМ).
3. Перевірити відтворюваність дослідів. Якщо дисперсії неоднорідні, повторити експеримент.
4. Розрахувати оцінки коефіцієнтів рівняння регресії.
5. Перевірити статистичну значущість коефіцієнтів регресії.
6. Перевірити адекватність отриманої математичної моделі.
7. Перейти до початкових фізичних змінних.
8. Записати отриману математичну модель і зробити висновки.

2.1 Порядок проведення експерименту

При рототабельному центральному композиційному плануванні стандартизація масштабів факторів, порядок постановки дослідів, перевірка відтворюваності дослідів проводяться так само, як і при ортогональному центральному композиційному плануванні. Дещо відрізняються співвідношення для розрахунку оцінок коефіцієнтів регресійного рівняння і їх дисперсій. При реалізації рототабельних планів можна відмовитися від постановки паралельних дослідів для оцінки відтворюваності експерименту, що зменшує число дослідів в порівнянні з ОЦКП. Дисперсія відтворюваності може бути оцінена в цьому випадку за експериментами в центрі плану.

2.2 Розрахунок оцінок коефіцієнтів рівняння регресії

Формули для розрахунку коефіцієнтів полінома і їх дисперсій при РЦКП значно складніше, ніж при ОЦКП. При рототабельному плануванні для обчислення оцінок коефіцієнтів регресії і відповідних оцінок дисперсії знаходять наступні допоміжні величини:

$$A = \frac{1}{2B[(n+2)]B-n}, \quad (7)$$

$$B = \frac{nN}{(n+2)(N-N_0)}, \quad (8)$$

$$C = \frac{N}{N-N_0}. \quad (9)$$

На підставі результатів експерименту обчислюють наступні допоміжні суми:

$$S_0 = \sum_{j=1}^N y_j, \quad (10)$$

$$S_i = \sum_{j=1}^N (x_{ij} \cdot y_j), \text{ де } i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^N (x_{ij} \cdot x_{il} \cdot y_j), \text{ де } i \neq l, \quad (12)$$

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^N (x_{ij}^2 \cdot y_j). \quad (13)$$

Коефіцієнти рівняння регресії розраховуються за наступними формулами:

$$b_0 = \frac{2 \cdot A \cdot B}{N} \left[S_0 \cdot B \cdot (n+2) - C \cdot \sum_{i=1}^n S_{ii} \right], \quad (14)$$

$$b_i = \frac{C \cdot S_i}{N}, \quad (15)$$

$$b_{il} = \frac{C^2 \cdot S_{il}}{B \cdot N}, \text{ де } i \neq l, \quad (16)$$

$$b_{ii} = \frac{A \cdot C}{N} \left[S_{ii} \cdot C \cdot ((n+2) \cdot B - n) + C(1-B) \cdot \sum_{i=1}^n S_{ii} - 2 \cdot B \cdot S_0 \right]. \quad (17)$$

Оцінку дисперсії відтворюваності S_y^2 можна знайти на підставі результатів дослідів, проведених в центрі плану. Обчислимо середнє значення y :

$$\bar{y} = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} (y_j), \quad (18)$$

тоді,

$$S_y^2 = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y})^2. \quad (19)$$

Ця величина знайдена для числа ступенів вільності $f = N_0 - 1$.

2.3 Перевірка значущості коефіцієнтів регресії

Оцінка значущості коефіцієнтів рівняння регресії проводиться за критерієм Ст'юдента.

Коефіцієнти є значущими, якщо виконується умова:

$$|b_i| \geq t_{кр} \cdot S_{b_i}, \quad (20)$$

де S_{b_i} – оцінка середньоквадратичних відхилень відповідних коефіцієнтів регресії;

$t_{кр}$ – критичне значення критерію Ст'юдента, яке знаходиться по таблиці (Додаток Б) при вибраному рівні значущості α і числі ступенів вільності:

$$f = N(m - 1), \quad (21)$$

де m – число паралельних дослідів. Якщо паралельні досліди не проводилися, то число ступенів вільності дорівнює $f = N_0 - 1$. Оцінки дисперсії коефіцієнтів регресії визначаються за формулами:

$$S_{b_0}^2 = \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot (n + 2)}{N} \cdot S_y^2, \quad (22)$$

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{N - N_0}, \quad (23)$$

$$S_{b_{il}}^2 = \frac{C^2 \cdot S_y^2}{N}, \quad (24)$$

$$S_{b_{ii}}^2 = \frac{A \cdot C^3 \cdot S_y^2}{N} \cdot [B \cdot (n + 1) - (n - 1)]. \quad (25)$$

Коефіцієнти рівняння регресії є значущими, якщо виконуються наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} |b_0| &\geq t_{\text{кр}} S_{b_0}, \\ |b_i| &\geq t_{\text{кр}} S_{b_i}, \\ |b_{ii}| &\geq t_{\text{кр}} S_{b_{ii}}, \\ |b_{ij}| &\geq t_{\text{кр}} S_{b_{ij}}, \end{aligned} \quad (26)$$

де $S_{b_0}, S_{b_i}, S_{b_{ii}}, S_{b_{ij}}$ – оцінки дисперсій коефіцієнтів рівняння регресії.

Необхідно пам'ятати, що при рототабельному ЦКП оцінки коефіцієнтів при лінійних членах і парних взаємодіях некорельовані з оцінками решти коефіцієнтів, а при квадратичних членах – корельовані між собою і оцінкою вільного члена. Виключення будь-якого з квадратичних членів призводить до зміни оцінок інших, а також оцінки вільного члена b_0 .

2.4 Перевірка адекватності отриманої математичної моделі

Перевірка адекватності отриманої математичної моделі проводиться за F -критерієм Фішера.

Розрахункове значення критерію Фішера F_p визначається за співвідношенням:

$$F_p = \frac{S_a^2}{S_y^2}, \quad (27)$$

де S_a^2 – оцінка дисперсії неадекватності;

S_y^2 – оцінка дисперсії відтворюваності експерименту.

Оцінка дисперсії неадекватності визначається за формулою:

$$S_a^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (y_j^e - y_j^p)^2 - S_y^2(N_0 - 1)}{N - \frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2} - (N_0 + 1)}, \quad (28)$$

де y_j^e та y_j^p – експериментальне і розрахункове значення функції відгуку в j -у досліді.

Число ступенів вільності, пов'язане з оцінкою цієї дисперсії, становить:

$$f_a = N - \frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2}. \quad (28)$$

Якщо між розрахунковим F_p та критичним $F_{кр}$ значеннями критерію Фішера забезпечується нерівність $F_p \leq F_{кр}$, математична модель адекватно описує поверхню відгуку і її можна використовувати з метою оптимізації процесу, тобто гіпотеза про адекватність математичної моделі приймається.

Критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$ знаходиться з таблиці F -розподілу Фішера (Додаток В) за числом ступенів вільності для чисельника $f_1 = k(N-B)$, знаменника $f_2 = N(k-1)$ та рівнем значущості $\alpha' = 1-p$ (де p – довірча імовірність).

2.5 Перехід до фізичної змінної

Для запису математичної моделі в реальних фізичних величинах проводять зворотний перехід від стандартизованого масштабу до натурального, використовуючи співвідношення:

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - x_{i,0}}{I}, \quad (29)$$

де x_i – нормоване значення;

\tilde{x}_i – натуральне (фізичне) значення;

$x_{i,0}$ – основний рівень фізичного значення;

I – інтервал варіювання.

$$I = |\tilde{x}_i - x_{i,0}|. \quad (30)$$

Для нормування масштабу факторів під час визначенні коефіцієнтів регресії зручніше користуються кодованими значеннями змінних, а при виконанні обчислень – фізичними. Відповідні перетворення змінних відбуваються за допомогою таких формул:

$$x_k = x_{кн} + (x_\phi - x_{\phiн}) \frac{x_{кв} - x_{кн}}{x_{\phiв} - x_{\phiн}}, \quad (31)$$

$$x_\phi = x_{\phiн} + (x_k - x_{кн}) \frac{x_{\phiв} - x_{\phiн}}{x_{кв} - x_{кн}}, \quad (32)$$

де x_k, x_ϕ – кодоване та фізичне значення змінної;

$x_{кн}, x_{кв}, x_{\phiн}, x_{\phiв}$ – нижні та верхні значення змінних, що мають місце при виконанні експериментів.

3. Зміст звіту

Звіт про виконану практичну роботу повинен містити:

1. Постановку задачі і мету роботи.
2. Матрицю планування експерименту.
3. Результати перевірки відтворюваності дослідів.
4. Результати розрахунків коефіцієнтів регресії, перевірку їх статистичної значущості.
5. Результати перевірки адекватності отриманої математичної моделі початковим експериментальним даним.
6. Математичну модель досліджуваного об'єкту в нормованих і фізичних змінних.
7. Висновки і пропозиції про хід подальших досліджень, складені на підставі аналізу математичної моделі.

4. Приклад розрахунку рототабельного центрального композиційного планування

Припустимо, що вимагається дослідити вплив виробничих факторів (U – опорна напруга (x_1), I – струм споживання (x_2), T – кінцева температура нагріву (x_3)) на якість виробництва магнітних дисків. Номінальні значення факторів: $U_H = 30$ В, $I_H = 18$ А, $T_H = 220^\circ\text{C}$.

Складемо рототабельний ЦКП для трьох серій m дослідів при інтервалах варіювання для $U - 3$ В, $I - 2$ А, $T - 20^\circ\text{C}$. Для стандартизації масштабів факторів умови проведення дослідів зведемо в таблиці 3.

Таблиця 3 - Умови проведення РЦКП

Характеристика плану		Стандартний масштаб x_i	Натуральний масштаб		
			$x_1 = U, \text{ В}$	$x_2 = I, \text{ А}$	$x_3 = T, \text{ }^\circ\text{C}$
Нульовий рівень		0	30,0	18,0	220,0
Верхній рівень		+1	33,0	20,0	240,0
Нижній рівень		-1	27,0	16,0	200,0
«Зоряні» точки	Верхній рівень	+1,682	35,046	21,364	253,64
	Нижній рівень	-1,682	24,954	14,636	186,36

Після складання матриці планування (МП) експерименту і проведення рандомізації дослідів занесемо отримані результати в таблицю 4, де y_i – кількісний параметр, що характеризує якість обробленої поверхні магнітних дисків.

Проведемо статистичну обробку отриманих даних. Отримані результати зведемо в таблицю 4.

Таблица 4 - Приклад розрахунку рототабельного ЦКП

j	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	$y(m_1)$	$y(m_2)$	$y(m_3)$	$\bar{y}(m_{i=1,2,3})$	$S^2_{y(m)}$	$S^2_{y(m)}$	x_3^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	8
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	2,74	2,69	2,17	2,53	0,20	0,10	+1
2	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	7,58	6,69	7,83	7,37	0,72	0,359	+1
3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	1,01	0,903	-0,12	0,60	0,78	0,389	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	8,15	8,54	8,72	8,47	0,17	0,085	+1
5	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1~	4,35	5,11	4,59	4,68	0,30	0,151	+1
6	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	6,02	6,69	5,87	6,19	0,38	0,191	+1
7	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	0,45	-0,58	1,17	0,35	1,55	0,774	+1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	3,27	3,83	3,89	3,66	0,23	0,117	+1
9	+1	-1,68	0	0	+2,83	0	0	0	0	0	-0,57	-0,38	-0,40	-0,44	0,02	0,011	0
10	+1	+1,68	0	0	+2,83	0	0	0	0	0	5,74	5,78	6,19	5,90	0,12	0,062	0
11	+1	0	-1,68	0	0	+2,83	0	0	0	0	7,14	7,58	6,67	7,13	0,41	0,207	0
12	+1	0	+1,68	0	0	+2,83	0	0	0	0	3,35	3,44	4,30	3,70	0,55	0,275	0
13	+1	0	0	-1,68	0	0	+2,83	0	0	0	5,31	5,15	5,50	5,32	0,06	0,031	+2,83
14	+1	0	0	+1,68	0	0	+2,83	0	0	0	2,96	3,78	3,47	3,40	0,34	0,171	+2,83
15	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,95	4,76	4,19	4,63	0,31	0,156	0
16	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,98	4,89	3,80	4,22	0,68	0,341	0
17	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,65	4,47	4,24	4,45	0,08	0,042	0
18	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,37	4,53	4,27	4,39	0,03	0,017	0
19	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,70	4,59	4,47	4,25	0,47	0,233	0
20	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,72	4,57	4,30	4,54	0,07	0,037	0
$\sum_{j=1}^N (x(j) \cdot y(j))$	85,35	28,2	-13,47	-7,30	49,29	64,49	58,54	4,85	-7,88	-6,04							

Критерій Ст'юдента: $f = 12; \alpha' = 0,10; p = 0,90; t_{кр} = 1,746$										
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$
b_j	4,411	2,067	-0,987	-0,533	-0,58	0,369	-0,003	0,606	-0,985	-0,754
t_j	629,9	483,0	230,6	125,1	143,0	91,0	0,63	82,9	134,8	103,3
Результати перевірки:	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН	НЗ	ЗН	ЗН	ЗН
Зауваження: ЗН – значущий; НЗ – незначущий										
Висновок щодо значущості коефіцієнтів рівняння регресії:										
Оскільки коефіцієнт b_{33} не значущий і вимагає виключення з ММ, значення решти коефіцієнтів і оцінки їх дисперсій необхідно перерахувати										
Перерахунок коефіцієнтів рівняння регресії на підставі уточнення їх дисперсій										
Критерій Ст'юдента: $f = 16; \alpha' = 0,10; p = 0,90; t_{кр} = 1,746$										
b_j	4,411	2,067	-0,987	-0,535	-0,58	0,369		0,606	-0,985	-0,754
t_j	629,9	482,6	230,4	124,9	144,5	92,1		82,9	134,8	103,3
Результати перевірки:	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН	ЗН		ЗН	ЗН	ЗН
Зауваження: ЗН – значущий; НЗ – незначущий										
$y = 4,411 + 2,067 \cdot x_1 - 0,987 \cdot x_2 - 0,535 \cdot x_3 - 0,58 \cdot x_1^2 + 0,369 \cdot x_2^2 + 0,606 \cdot x_1 \cdot x_2 - 0,985 \cdot x_1 \cdot x_3 - 0,754 \cdot x_2 \cdot x_3$ <p>– факторний запис рівняння регресії ММ у кодованому вигляді</p>										
$y = 4,411 + 2,067 \cdot U - 0,987 \cdot I - 0,535 \cdot T - 0,58 \cdot U^2 + 0,369 \cdot I^2 + 0,606 \cdot U \cdot I - 0,985 \cdot U \cdot T - 0,754 \cdot I \cdot T$ <p>– параметричний запис рівняння регресії ММ у декодованому вигляді</p>										

5. Контрольні запитання для самоперевірки

1. В чому полягає сутність рототабельного ЦКП і які математичні моделі він дозволяє побудувати?
2. В чому полягає сутність і мета стандартизації масштабу факторів?
3. Як складається і якими властивостями володіє матриця планування рототабельного ЦКП?
4. Як визначається число дослідів РЦКП?
5. Що таке «зоряне» плече і з яких міркувань вибирається його значення?
6. Як перевірити відтворність дослідів?
7. Як визначається оцінка дисперсії відтворюваності?
8. Як розрахувати оцінки коефіцієнтів рівняння регресії РЦКП?
9. Як перевірити статистичну значущість оцінок коефіцієнтів регресії?
10. Як перевірити адекватність отриманої математичної моделі?
11. Як перейти до початкових фізичних змінних?
12. В чому відмінності планів РЦКП і ОЦКП?

Додаток А. Таблиця G-розподілення Кохрена

G – випадкова величина, розподілена за законом Кохрена з числом ступенів вільності f_1 для чисельника та f_2 для знаменника. Таблиця містить значення $G_{кр}$ отримані з умови:

- рівень значущості $p(|G| < G_{кр}) = 0,05$, а довірна імовірність $\alpha' = 0,95$ (верхній рядок для всіх f_2);
- рівень значущості $p(|G| < G_{кр}) = 0,01$, а довірна імовірність $\alpha' = 0,99$ (нижній рядок при тих самих f_2).

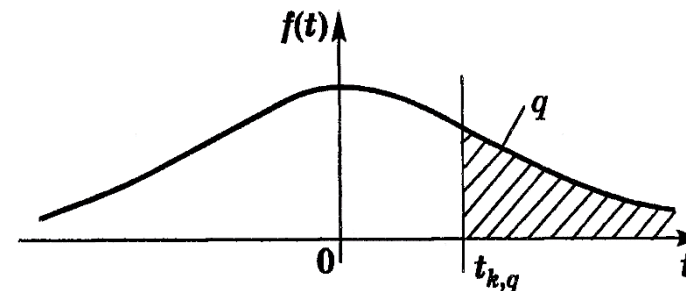
$f_1 \backslash f_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	0,9985 0,999	0,9750 0,995	0,9392 0,99	0,9057 0,98	0,8772 0,96	0,8534 0,94	0,8332 0,92	0,8159 0,90	0,8010	0,7880 0,88	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669 0,991	0,8709 0,94	0,7977 0,88	0,7457 0,83	0,7071 0,79	0,6771 0,76	0,6530 0,71	0,6333 0,69	0,6167	0,6025 0,67	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065 0,97	0,7679 0,86	0,6841 0,78	0,6287 0,72	0,5895 0,68	0,5598 0,64	0,5365 0,61	0,5175 0,58	0,5017	0,4884 0,55	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412 0,93	0,6838 0,79	0,5981 0,70	0,5440 0,63	0,5063 0,59	0,4783 0,55	0,4564 0,52	0,4387 0,50	0,4241	0,4118 0,47	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808 0,88	0,6161 0,72	0,5321 0,63	0,4803 0,56	0,4447 0,52	0,4184 0,49	0,3980 0,46	0,3817 0,44	0,3682	0,3568 0,40	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271 0,84	0,5612 0,66	0,4800 0,57	0,4307 0,51	0,3974 0,47	0,3726 0,44	0,3535 0,46	0,3384 0,39	0,3259	0,3154 0,36	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798 0,79	0,5157 0,62	0,4377 0,52	0,3910 0,46	0,3595 0,45	0,3362 0,39	0,3185 0,37	0,3043 0,35	0,2926	0,2829 0,33	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
9	0,6385 0,75	0,4775 0,57	0,4027 0,40	0,3584 0,43	0,3286 0,39	0,3067 0,36	0,2901 0,34	0,2768 0,32	0,2659	0,2568 0,30	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020 0,72	0,4450 0,54	0,3733 0,45	0,3311 0,39	0,3029 0,36	0,2823 0,33	0,2666 0,31	0,2541 0,30	0,2439	0,2353 0,27	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410 0,65	0,3924 0,48	0,3264 0,39	0,2880 0,34	0,2624 0,31	0,2439 0,29	0,2299 0,27	0,2187 0,25	0,2098	0,2020 0,23	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709 0,57	0,3346 0,41	0,2758 0,33	0,2419 0,29	0,2195 0,26	0,2034 0,24	0,1911 0,22	0,1815 0,21	0,1736	0,1671 0,19	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894 0,48	0,2705 0,33	0,2205 0,27	0,1921 0,23	0,1735 0,20	0,1602 0,19	0,1501 0,17	0,1422 0,16	0,1357	0,1303 0,15	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434 0,42	0,2354 0,29	0,1907 0,23	0,1656 0,20	0,1493 0,18	0,1374 0,16	0,1286 0,15	0,1216 0,142	0,1160	0,1113 0,13	0,0942	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929 0,36	0,1980 0,24	0,1593 0,19	0,1377 0,16	0,1237 0,15	0,1137 0,13	0,1061 0,123	0,1002 0,116	0,0958	0,0921 0,10	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370 0,29	0,1576 0,19	0,1259 0,15	0,1082 0,13	0,0968 0,11	0,0887 0,103	0,0827 0,095	0,0780 0,090	0,0745	0,0713 0,08	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737 0,22	0,1131 0,14	0,0895 0,11	0,0766 0,09	0,0682 0,080	0,0623 0,072	0,0583 0,067	0,0552 0,063	0,0520	0,0497 0,05	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998 0,12	0,0632 0,08	0,0495 0,06	0,0419 0,049	0,0371 0,043	0,0337 0,039	0,0312 0,036	0,0292 0,033	0,0279	0,0266 0,03	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083

Зауваження. Допускається лінійна інтерполяція за аргументом f_2 з похибкою, що не перевищує 0,01.

Додаток Б. Таблица t -розподілення Ст'юдента

$t_{\alpha'}$ – випадкова величина, розподілена за законом Ст'юдента з числом ступенів вільності f , довірчою імовірністю α' та рівнем значущості p . Таблица містить значення $t_{кр}$, отримані з умови $p(|t_{\alpha'}| < t_{\alpha', кр}) = 1 - \alpha'$.



$f \backslash \alpha'$	0,99	0,95	0,90	0,80	0,50	0,20
1	2	3	4	5	6	7
1	63,657	12,706	6,314	3,078	0,727	0,325
2	9,935	4,303	2,920	1,886	0,617	0,289
3	5,841	3,182	2,353	1,638	0,584	0,277
4	4,604	2,776	2,132	1,533	0,569	0,271
5	4,032	2,571	2,015	1,476	0,559	0,267
6	3,707	2,447	1,943	1,440	0,553	0,265
7	3,499	2,365	1,895	1,415	0,549	0,263
8	3,355	2,306	1,860	1,397	0,546	0,262
9	3,250	2,262	1,833	1,383	0,543	0,261
10	3,169	2,228	1,812	1,372	0,542	0,260
11	3,106	2,201	1,796	1,363	0,540	0,260
12	3,055	2,119	1,782	1,356	0,539	0,259
13	3,012	2,160	1,771	1,350	0,538	0,259

1	2	3	4	5	6	7
14	2,977	2,145	1,761	1,345	0,537	0,258
15	2,947	2,131	1,753	1,341	0,536	0,258
16	2,921	2,120	1,746	1,337	0,535	0,258
17	2,898	2,110	1,740	1,333		
18	2,878	2,101	1,734	1,330	0,534	0,257
19	2,861	2,093	1,729	1,328		
20	2,845	2,086	1,725	1,325	0,533	0,257
21	2,831	2,069	1,714	1,319	0,532	0,256
22	2,819	2,074	1,717	1,321		
23	2,807	2,069	1,714	1,319		
24	2,797	2,064	1,711	1,318		
25	2,787	2,060	1,708	1,316	0,531	0,256
26	2,779	2,056	1,706	1,315		
27	2,771	2,052	1,703	1,314		
28	2,763	2,048	1,701	1,313		
29	2,756	2,045	1,699	1,311		
30	2,750	2,042	1,697	1,310	0,530	0,256
40	2,704	2,021	1,684	1,303	0,529	0,255
60	2,660	2,000	1,671	1,296	0,527	0,254
100	2,617	1,980	1,658	1,289	0,526	0,254
120	2,576	1,960	1,645	1,282	0,524	0,253

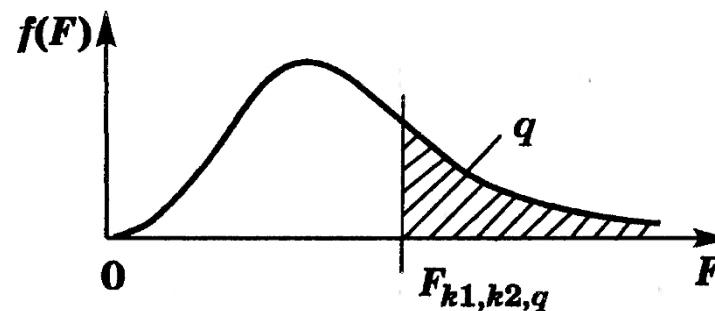
Зауваження. Допускається інтерполяція тільки за аргументом f з похибкою лінійної інтерполяції, що не перевищує 0,007.

Додаток В. Таблица F -розподілення Фішера

F – випадкова величина, розподілена за законом Фішера з числом ступенів вільності f_1 для чисельника та f_2 для знаменника. Таблица містить значення $F_{кр}$ отримані з умови:

– рівень значущості $p(|F| < F_{кр}) = 0,05$, а довірна імовірність $\alpha' = 0,95$ (верхній рядок для всіх f_2);

– рівень значущості $p(|F| < F_{кр}) = 0,01$, а довірна імовірність $\alpha' = 0,99$ (нижній рядок при тих самих f_2).



$f_1 \backslash f_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	161,45	199,5 4999	215,7 5403	224,0 5625	230,16	233,99 5859	236,76	238,88	241,0 6022	241,88	244,9 6106	245,95		249,0 6235					254,3 6366
2	18,51	19,00 99,00	19,16 99,17	19,25 99,25	19,30	19,33 99,33	19,35	19,37	19,38 99,39	19,40	19,41 99,42	19,43		19,55 99,46					19,50 99,50
3	10,13	9,55 30,82	9,28 29,46	9,12 28,71	9,01	8,94 27,99	8,89	8,85	8,81 27,34	8,79	8,74 27,05	8,70		8,64 26,60					8,53 26,12
4	7,71	6,94 18,00	6,59 16,69	6,39 15,98	6,26	6,16 15,21	6,09	6,04	6,00 14,66	5,96	5,91 14,37	5,86		5,77 13,93					5,63 13,46
5	6,61	5,79 13,27	5,41 12,06	5,19 11,39	5,05	4,95 10,67	4,88	4,82	4,77 10,16	4,74	4,68 9,89	4,62		4,53 9,47					4,36 9,02
6	5,99	5,14 10,52	4,76 9,78	4,53 9,15	4,39	4,28 8,47	4,21	4,15	4,10 7,98	4,06	4,00 7,72	3,94		3,84 7,31					3,67 6,88
7	5,59	4,74 9,55	4,35 8,45	4,12 7,85	3,97	3,87 7,19	3,79	3,73	3,68 6,72	3,64	3,57 6,49	3,51		3,41 6,07					3,23 5,65

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
8	5,32	4,46 8,65	4,07 7,59	3,84 7,01	3,69	3,58 6,37	3,50	3,44	3,39 5,91	3,35	3,28 5,67	3,22		3,12 5,28					2,93 4,86
9	5,12	4,26 8,02	3,86 6,99	3,63 6,42	3,48	3,37 5,80	3,29	3,23	3,18 5,35	3,14	3,07 5,11	3,01		2,90 4,73					2,71 4,31
10	4,97	4,10 7,56	3,71 6,55	3,48 5,99	3,33	3,22 5,39	3,14	3,07	3,02 4,94	2,98	2,91 4,71	2,85		2,74 4,33					2,54 3,91
11	4,84	3,98 7,21	5,59 6,22	3,36 5,76	3,20	3,09 5,07	3,01	2,95	2,90 4,63	2,85	2,79 4,40	2,72		2,51 4,02					2,40 3,60
12	4,75	3,88 6,93	3,49 5,95	3,26 5,41	3,11	3,00 4,82	2,91	2,85	2,80 4,39	2,75	2,69 4,16	2,62		2,50 3,78					2,30 3,36
13	4,67	3,80 6,70	3,41 5,74	3,18 5,21	3,03	2,92 4,62	2,83	2,77	2,71 4,19	2,67	2,60 3,96	2,53		2,42 3,59					2,21 3,17
14	4,60	3,74 6,51	3,34 5,56	3,11 5,04	2,96	2,85 4,46	2,76	2,70	2,65 4,03	2,60	2,53 3,80	2,46		2,35 3,43					2,13 3,00
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54		2,40							
16	4,49	3,63 6,23	3,24 5,29	3,01 4,77	2,85	2,74 4,20	2,66	2,59	2,54 3,78	2,49	2,42 3,55	2,35	2,28	2,24 3,18	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01 2,75
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55 6,01	3,16 5,09	2,93 4,58	2,77	2,66 4,01	2,58	2,51	2,46 3,60	2,41	2,34 3,37	2,27	2,19	2,15 3,00	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92 2,57
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49 5,85	3,10 4,94	2,87 4,43	2,71	2,60 3,87	2,51	2,45	2,39 3,46	2,35	2,28 3,23	2,20	2,12	2,08 2,86	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84 2,42
21	4,32	8,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40 5,61	3,01 4,72	2,78 4,22	2,62	2,51 3,67	2,42	2,36	2,30 3,26	2,25	2,18 3,03	2,11	2,03	1,98 2,66	1,94	1,89	1,84	1,79	1,737 2,21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
32		3,29 5,34	2,90 4,46	2,67 3,97		2,40 343			2,19 3,02		2,07 280			1,86 2,42					1,59 1,96
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
43		3,19 5,08	2,80 4,22	2,57 3,74		2,30 320			2,08 2,80		1,96 2 58			1,75 2,20					1,45 1,70
120	3,92	3,07 4,61	2,68 3,78	2,45 3,32	2,29	2,17 2,80	2,09	2,02	1,96 2,41	1,91	1,83 2,18	1,75	1,66	1,61 1,79	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25 0
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00 1,0

Зауваження. Допускається лінійна інтерполяція за аргументом f_2 та квадратична – за f_1 з похибкою, що не перевищує 0,01.

Навчальне видання

РОТОТАБЕЛЬНЕ ЦЕНТРАЛЬНЕ КОМПОЗИЦІЙНЕ ПЛАНУВАННЯ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

Укладач:

КИРИЧЕНКО Роман Васильович

Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 1,08.

Тираж 100 пр.

Державний біотехнологічний університет.
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44.