Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра «Сільськогосподарські машини та інженерія тваринництва»

Нелінійне програмування. Знаходження умовного екстремуму методом Лагранжа

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти
спеціальності 208 «Агроінженерія»

Затверджено рішенням
науково-методичної комісії
факультету мехатроніки та
інжинірингу ДБТУ
Протокол № 2 від 27.12.2023 р.

Харків – 2023

УДК 519.853(072)
Н 49

Схвалено
на засіданні кафедри сільськогосподарських машин та інженерії тваринництва
Протокол № 5 від 19.12.2023 р.

Н 49 Нелінійне програмування. Знаходження умовного екстремуму методом Лагранжа: методичні вказівки до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни «Моделювання технологічних процесів та систем» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія» / Державний біотехнологічний університет; уклад. Р.В. Кириченко – Харків: [б. в.], 2023. – 18 с.

До методичних вказівок за темою «Нелінійне програмування. Знаходження умовного екстремуму методом Лагранжа» включено загальні відомості, розв’язання задачі умовним екстремумом та методом множників Лагранжа, розв’язок компромісних задач у середовищі EXCEL, аналіз розв’язку задачі та контрольні запитання для самоперевірки.

Видання призначене здобувачам другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія».

Рецензенти:
Р.В. Антощенков, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.
М.Л. Шуляк, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри агроінжинірингу Сумського національного аграрного університету.

УДК 519.853(072)
Відповідальний за випуск: М.М. Крекот

НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ. ЗНАХОДЖЕННЯ УМОВНОГО ЕКСТРЕМУМУ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА

Мета роботи

Отримати практичні навички в вирішенні компромісних задач та знаходженні умовного екстремуму функції методом множників Лагранжа.

Загальні відомості

При дослідженні і оптимізації технологічних процесів дуже часто виникає необхідність в одночасному розгляді декількох параметрів оптимізації. У таких випадках вирішують так звані ***компромісні задачі*** (від лат. *compromissum* – угода на основі взаємних поступок), тобто знаходять умовний екстремум для однієї функції при обмеженнях, що накладаються однією або декількома іншими функціями. Наприклад, при обробці різанням прикладом компромісного завдання може служити визначення умов, що забезпечують найбільшу стійкість інструменту при заданій продуктивності. У кормоприготуванні компромісною задачею може служити визначення оптимальних параметрів роботи установки, що забезпечують максимальну продуктивність при заданій енергоємності.

При рішенні практичних завдань по оптимізації технологічних процесів математичні моделі для параметрів оптимізації часто представлені нелінійними функціями.

Нелінійне програмування (НП) розглядає математичну модель, у якій використовуються нелінійні залежності або у функції мети F, або у системі обмежень.

У житті частіше зустрічаються нелінійні залежності, ніж лінійні. Типовими галузями застосування нелінійного програмування є планування промислового виробництва, управління ресурсами, контроль якості продукції, планування обслуговування та ремонту. Наприклад, задача нелінійна, якщо ефективність виробництва змінюється

непропорційно масштабу використання ресурсів через розподілення витрат виробництва на змінні та умовно-постійні, через вплив різних зовнішніх та внутрішніх факторів.

Математична модель задачі нелінійного програмування має вигляд:

$$F = f\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) \to \max(\min) \tag{1}$$

при

$$g_i\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) \le b_i; \qquad i = \overline{1, k}, \qquad j = \overline{1, \ldots, n};$$

$$g_i\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) = b_i; \qquad i = \overline{k+1, m}, \qquad j = \overline{1, \ldots, n}.$$

У даному випадку функція мети F може мати кілька екстремальних точок.

Універсального методу розв'язання нелінійних екстремальних задач не існує, тому що вони надзвичайно різноманітні. Це пояснюється тим, що математична модель має множину рішень, яка в загальному випадку не є випуклою, або кількість крайніх точок нескінченна. У зв'язку з цим методи НП розробляються під спеціальні класи задач.

Методів нелінійного програмування існує багато:

- класичний метод оптимізації (за допомогою множників Лагранжа);
- метод Куна - Такера;
- метод прямого пошуку;
- градієнтний метод;
- метод Ньютона та його модифікації; оптимізація при наявності обмежень (методи змінних допусків, метод множників Лагранжа, метод штрафних функцій та інші).

Задачі нелінійного програмування можна вирішувати двома способами: графічним і аналітичним.

При ***графічному*** способі рішення компромісної задачі будують двомірні перетини однієї поверхні відгуку, які суміщають з двомірними перетинами іншої поверхні відгуку. Аналізуючи суміщені двомірні перетини, знаходять умовні екстремуми. Двомірні перетини отримують таким чином. У рівняння регресії підставляють значення (імовірно близькі до оптимальних) всіх чинників, окрім будь-яких два. Задавшись певним значенням функції відгуку, отримують залежність між двома чинниками, яку на площині можна представити кривій. Координати будь-якої точки цієї кривої відповідають поєднанню значень чинників, що забезпечують набуття одного і того ж значення функції відгуку. Задаючи різні значення параметру оптимізації, можна побудувати сімейство кривих рівного відгуку. Цей спосіб дозволяє отримати наочне уявлення про вплив кожної пари чинників на параметри оптимізації.

До переваг графічного способу відноситься велика наочність і достатня простота, проте його застосовують, як правило, при кількості чинників $k \leq 3$. При більшій кількості чинників графічний метод стає дуже громіздким. Тому в цьому випадку застосовують аналітичний спосіб рішення.

Аналітичний спосіб заснований на застосуванні методу невизначеної безлічі Лапласа. Цей метод розповсюджується на дослідження умовного екстремуму функції будь-якої кількості змінних.

Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

Розгляд цієї теми розпочнемо з однієї практичної задачі.

Задача. Гірничорудна компанія уклала контракт на здобич 600 тис. тон залізняку. Для розробки рудних родовищ компанія використовує механізми вигляду *A* і вигляду *B*. Якщо *x* тис. тон руди здобувають механізми вигляду *A*, то експлуатаційні витрати на ремонт і обслуговування техніки складуть $f_1(x)= 0,375x_2+x$ грн, а якщо таку ж кількість руди добудуть механізми вигляду *B*, то ці витрати складуть $f_2(x)= 0,25x_2+26x$ грн.

Необхідно визначити, скільки залізняку треба добути механізмами вигляду *A* і скільки механізмами вигляду *B*, щоб виконати замовлення з найменшими експлуатаційними витратами.

Розв'язання

Позначимо x_1 і x_2 – відповідно кількість залізняку, що здобувається механізмами *A і B*:

$$x_1+x_2 = 600;\ x_1\geq 0;\ x_2\geq 0$$

Тоді загальні експлуатаційні витрати на ремонт і обслуговування техніки складуть:

$$F(x_1;x_2)=f_1(x_1)+f_2(x_2)=0{,}375x_1^2+x_1+0{,}25x_2^2+26x_2 \text{ грн,}$$

Оскільки замовлення потрібно виконати з найменшими витратами, то маємо математичну модель задачі: знайти найменше значення функції:

$$F(x_1;x_2)=0{,}375x_1^2+x_1+0{,}25x_2^2+26x_2\to\min \qquad (2)$$

за умов

$$x_1+x_2=600; \qquad (3)$$

$$x_1\geq 0;\ x_2\geq 0. \qquad (4)$$

Отримана математична модель залежить від двох змінних, цільова функція F нелінійна, множина обмежень задається умовами (3) та (4). Тому задачу можна розглядати як частковий випадок задачі математичного програмування з обмеженнями, записаними у вигляді рівнянь. Задачі такого типу відносять до ***задач на умовний екстремум функції.***

Задачі розв’язується методами математичного аналізу. Для цього визначимо з рівняння (3)

$$x_2 = 600 - x_1.$$

Підставивши x_2 у вираз для функції F, отримаємо функцію однієї змінної

$$\tilde{F}(x_1) = 0{,}375x_1^2 + x_1 + 0{,}25 \cdot (600 - x_1)^2 + 26 \cdot (600 - x_1) =$$
$$= 0{,}625x_1^2 - 325x_1 + 105600,$$

$$0 \le x_1 \le 600,$$

і зведемо задачу до знаходження найменшого значення цієї функції на відрізку [0;600].

Далі знаходимо критичну точку функції:

$$\tilde{F}'(x_1) = 1{,}25x_1 - 325 = 0 \Rightarrow x_1 = 260.$$

Оскільки $\tilde{F}(0) = 105600$, $\tilde{F}(260) = 63350$, $\tilde{F}(600) = 13560$, то x_1 = 260 – точка найменшого значення функції $\tilde{F}$ на відрізку [0;600].

Тоді x_2 = 600-260 = 340.

Отже, якщо механізмами виду А компанія видобуде 260 тис. т руди, а механізмами виду В – 340 тис. т руди, то експлуатаційні витрати на ремонт і обслуговування техніки будуть найменшими і становитимуть 63350 грн.

Перейдемо до математичного формулювання задачі на умовний екстремум. Ми розглядатимемо функції багатьох змінних $F(x_1,..., x_n) = F(\overline{X})$, де $\overline{X} = (x_1;...; x_n)$, які неперервні в деякій області визначення $D = D(F)$ n-вимірного простору R^n, $n \ge 2$.

Розглянемо тепер задачу: знайти найбільше (або найменше) значення функції

$$F(x_1,...,x_n)=F(\overline{X})\to \max(\min) \quad (5)$$

за умов

$$g_i(x_1,...,x_n)=g_i(\overline{X})=0, \quad i=\overline{1,\dots,m}, \qquad m<n. \quad (6)$$

Припускаємо, що функції $F(\overline{X})$ і $g_i(\overline{X})$, $i=\overline{1,\dots,m}$, є неперервні і мають неперервні похідні за всіма змінними і деякій області $D\subset R^n$, а функція $F(\overline{X})$ має також всі другі неперервні частинні похідні в цій області. Рівняння (6) називаються ***рівняннями*** (або ***умовами***) ***зв'язку***.

Означення. Точка $\overline{X^0}\in D$, що задовольняє умови (6), називається точкою умовного максимуму (мінімуму) функції $F(\overline{X})$, якщо в D існує такий окіл точки $\overline{X^0}$, що нерівність $F(\overline{X^0})\geq F(\overline{X})$ $\left(F(\overline{X^0})\leq F(\overline{X})\right)$ виконується для всіх точок $\overline{X}$ околу, координати яких задовольняють систему рівнянь (6).

Точки умовного максимуму та мінімуму називають точками умовного екстремуму, а задачу (5), (6) ***називають задачею на умовний екстремум.***

Один зі способів знаходження умовного екстремуму, метод ***виключення***, застосовується тоді, коли з рівнянь зв'язку (6) деякі m змінних, наприклад $x_1, x_2, \dots, x_m$, можна явно виразити через решту $n-m$ змінних:

$$x_i=\varphi_i(x_{m+1},\ x_{m+2},...,x_n), \qquad i=\overline{1,...,m}. \quad (7)$$

Підставляючи отримані вирази для $x_1, x_2, \ldots, x_m$ у запис функції F, отримаємо функцію від $n - m$ змінних:

$$F\left(\varphi_1\left(x_{m+1}, \quad x_{m+2}, \ldots, x_n\right) ,\ldots, \quad \varphi_m\left(x_{m+1}, \quad x_{m+2}, \ldots, x_n\right) , x_{m+1}, \ldots, x_n\right),$$

яку позначимо

$$\widetilde{F}\left(x_{m+1}, \quad x_{m+2}, \ldots, x_n\right). \qquad (8)$$

Задачу зведено до знаходження локального екстремуму для функції (8) від $n - m$ змінних. Якщо в точці $\left(\overset{-0}{x}_{m+1}, \quad \overset{-0}{x}_{m+2}, \ldots, \overset{-0}{x}_n\right)$ функція (8) має екстремум, то в точці

$$\overline{X}^0 = \left(\varphi_1\left(\overset{-0}{x}_{m+1}, \ldots, \overset{-0}{x}_n\right); \ldots; \varphi_m\left(\overset{-0}{x}_{m+1}, \ldots, \overset{-0}{x}_n\right); \overset{-0}{x}_{m+1}, \ldots, \overset{-0}{x}_n\right)$$

функція $F\ (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ має умовний екстремум. За умови, що функції φ_i в (7) мають перші і другі неперервні частинні похідні, до дослідження функції $\widetilde{F}$ на екстремум можна застосувати методи диференціального числення.

Метод виключення ми вже застосовували до розв’язання задачі, сформульованої на початку практичної роботи.

Другий спосіб знаходження умовного екстремуму, ***метод множників Лагранжа***, полягає в заміні задачі (5), (6) задачею на знаходження стаціонарних точок деякої іншої функції, на аргументи якої не накладено обмежень.

У розгляд вводять функцію від n аргументів $\overline{X} = (x_1; \ldots; x_n)$ і m аргументів $\overline{\lambda} = (\lambda_1; \ldots \lambda_m)$

$$L\left(\overline{X}, \overline{\lambda}\right) = L\left(x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_m\right) = F\left(\overline{X}\right) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i\left(\overline{X}\right). \qquad (9)$$

Вона називається ***функцією Лагранжа***, аргументи $\overline{\lambda} = (\lambda_1;...\lambda_m)$ - ***множники Лагранжа***, вони входять у запис функції (9) в першому степені.

Метод множників Лагранжа дозволяє вести пошук точок умовного екстремуму функції F серед стаціонарних точок функції Лагранжа L (тобто серед таких точок, в яких усі частинні похідні першого порядку функції L за її аргументами дорівнюють нулю).

Необхідні умови умовного екстремуму

Якщо $\overline{X}^0 = (x_1^0;...;x_n^0)$ - точка екстремуму функції F за умов зв'язку (6), то (за деяких додаткових обмежень на функції g_i) існують сталі $\lambda_1^0;...;\lambda_m^0$, для яких виконуються умови:

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial L(\overline{X},\overline{\lambda})}{\partial x_j}\right|_{(\overline{X}^0;\overline{\lambda}^0)} = 0, \quad j = \overline{1,n} \ , \\ \left.\dfrac{\partial L(\overline{X},\overline{\lambda})}{\partial \lambda_i}\right|_{(\overline{X}^0;\overline{\lambda}^0)} = g_i(\overline{X}^0) = 0, \quad i = \overline{1,m} \ . \end{cases} \qquad (10)$$

Якщо ці умови розглядати як систему рівнянь, то вони визначають стаціонарні точки функції Лагранжа. Отже, точки умовного екстремуму функції F є серед стаціонарних точок функції Лагранжа, однак серед них можуть бути також точки, в яких функція F не досягає умовного екстремуму.

Якщо стаціонарні точки знайдено, то питання про існування в них екстремуму вирішується на основі достатніх умов екстремуму – дослідження знаку другого диференціалу:

$$\partial^2 L(\overline{X},\overline{L}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2 L}{\partial x_i \partial x_j}dx_i dx_j = \frac{\partial^2 L}{\partial x_1^2}dx_1^2 + \frac{\partial^2 L}{\partial x_2^2}dx_2^2 + ... + \frac{\partial^2 L}{\partial x_n^2}dx_n^2 + \qquad (11)$$
$$+ 2\frac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_2}dx_1 dx_2 + 2\frac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_3}dx_1 dx_3 + ... + 2\frac{\partial^2 L}{\partial x_{n-1}\partial x_n}dx_{n-1}dx_n$$

в кожній стаціонарній точці $\overline{X^0}$ за умови, що диференціали dx_j, $j=\overline{1,\dots,n}$, пов'язані співвідношеннями:

$$dg_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial g_i\left(\overline{X}^0\right)}{\partial x_j} dx_j = 0, \qquad i=\overline{1,\dots,m}, \qquad (12)$$

які отримують диференціюванням рівнянь зв'язку (6).

Достатні умови умовного екстремуму

Нехай для $\overline{X}^0 = \left(x_1^0;\dots;x_n^0\right)$ і $\overline{\lambda}^0 = \lambda_1^0;\dots;\lambda_m^0$ справджуються умови (10), тобто $\overline{X^0}$ є стаціонарною точкою функції Лагранжа $L\left(\overline{X},\overline{\lambda}\right)$, якщо $\overline{\lambda}=\overline{\lambda}^0$. Тоді:

1. $\overline{X^0}$ є точкою умовного максимуму функції F за умов (6), якщо $d^2L\left(\overline{X}^0,\overline{\lambda}^0\right)<0$ для довільних значень $dx_1,\dots,dx_n$, які всі одночасно не дорівнюють нулю і пов'язані між собою умовами (12);
2. $\overline{X^0}$ є точкою умовного мінімуму функції F за умов (6), якщо $d^2L\left(\overline{X}^0,\overline{\lambda}^0\right)>0$ для довільних значень $dx_1,\dots,dx_n$, які всі одночасно не дорівнюють нулю і пов'язані між собою умовами (12);
3. $\overline{X^0}$ не є точкою умовного екстремуму функції F за умов (6), якщо $d^2L\left(\overline{X}^0,\overline{\lambda}^0\right)$ може набувати як додатних, так і від'ємних значень залежно від значень $dx_1,\dots,dx_n$, пов'язаних між собою умовами (12);
4. питання про наявність умовного екстремуму в точці $\overline{X^0}$ залишається відкритим, якщо не справджуються умови жодного з попередніх п. п 1.-3.

Зауваження. Якщо виявиться, що $\overline{X^0}$ є точкою звичайного екстремуму функції Лагранжа $L\left(\overline{X},\overline{\lambda}\right)$, то $\overline{X^0}$ буде також точкою умовного екстремуму функції F і потреби в застосуванні достатніх умов немає.

Алгоритм розв’язання задачі на умовний екстремум методом множників Лагранжа

1. Скласти функцію Лагранжа.
2. Знайти частинні похідні функції Лагранжа за змінними $x_{1,\ldots,}x_n$ і записати необхідні умови умовного екстремуму.
3. Розв’язати систему рівнянь (10) і знайти стаціонарні точки функції Лагранжа.
4. Для кожної стаціонарної точки записати другий диференціал функції Лагранжа за умов зв’язку (12) на диференціали $dx_{1,\ldots,}dx_n$.
5. За достатніми умовами знайти точки умовного екстремуму і обчислити в них значення функції F.

Застосуємо метод множників Лагранжа до розв’язання задачі, сформульованої на початку практичної роботи. Ця задача була розв’язана методом виключення.

Розв’язання. Математична модель задачі записана за допомогою співвідношень (2) – (4).

Складемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1;x_2;\lambda)=F(x_1;x_2)+\lambda[\varphi(x_1;x_2)]=0{,}375x_1^2+x_1+0{,}25x_2^2+26x_2+ \\ +\lambda[x_1+x_2-600]$$

Знайдемо її стаціонарні точки:

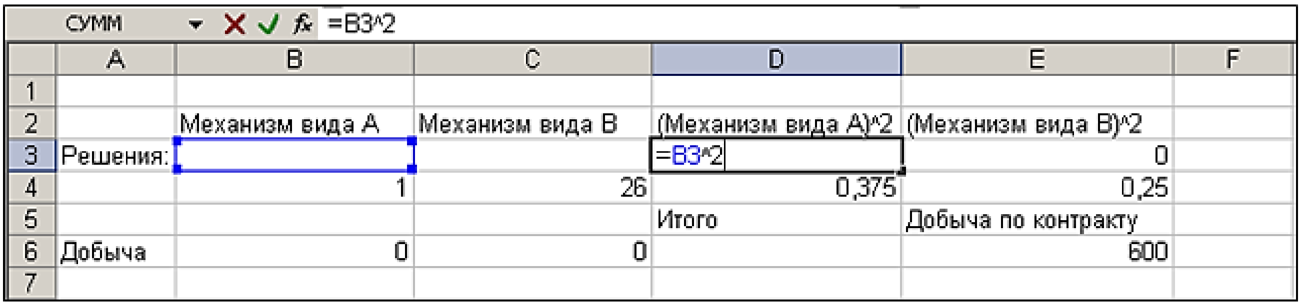
$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1}=0{,}75x_1+1+\lambda=0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2}=0{,}5x_2+26+\lambda=0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=x_1+x_1+-600=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda=-1-0{,}75x_1, \\ 0{,}5x_2+26+\lambda=0, \\ x_2=600-x_1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda=-196, \\ x_1=260, \\ x_2=340. \end{cases}$$

Отже $\overline{X^0}$ = (260,340) – стаціонарна точка, λ = -196. Далі знаходимо $d^2L = 0{,}75dx_1^2 + 0{,}5dx_2^2 > 0$, якщо $dx_1^2 + dx_2^2 \neq 0$. Звідси отримуємо такий самий висновок, що й раніше: механізми виду *A* потрібно видобути 260 тис. т руди, а виду *B* – 340 тис. т руди; тоді експлуатаційні витрати будуть мінімальними і становитимуть *F* = (260;340) = 63350 грн.

Розв'язок компромісних задач у середовищі EXCEL.

Вирішимо дану задачу, використовуючи середовище Excel.

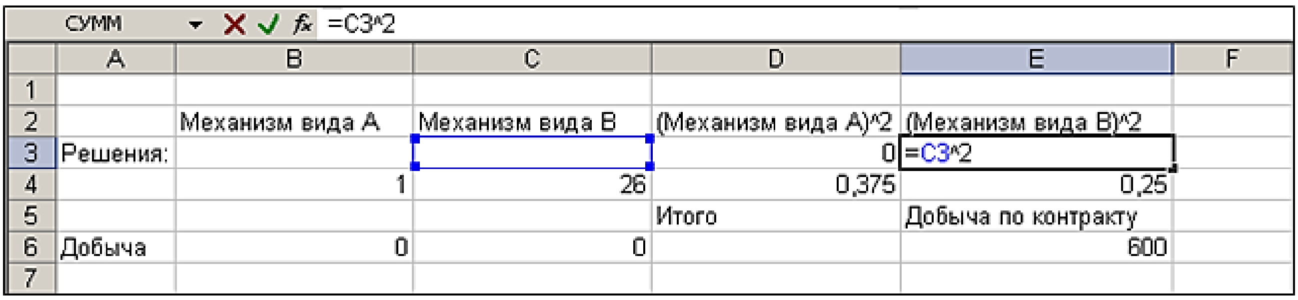
Починаємо введення даних. Як описати дані задачі в середовищі Excel показано на рисунках 1-6.



СУММ =B3^2

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Механизм вида А	Механизм вида В	(Механизм вида А)^2	(Механизм вида В)^2	
3	Решения:			=B3^2	0	
4		1	26	0,375	0,25	
5				Итого	Добыча по контракту	
6	Добыча	0	0		600	
7						

Рис. 1.



СУММ =C3^2

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Механизм вида А	Механизм вида В	(Механизм вида А)^2	(Механизм вида В)^2	
3	Решения:			0	=C3^2	
4		1	26	0,375	0,25	
5				Итого	Добыча по контракту	
6	Добыча	0	0		600	
7						

Рис. 2.

Рис. 3.

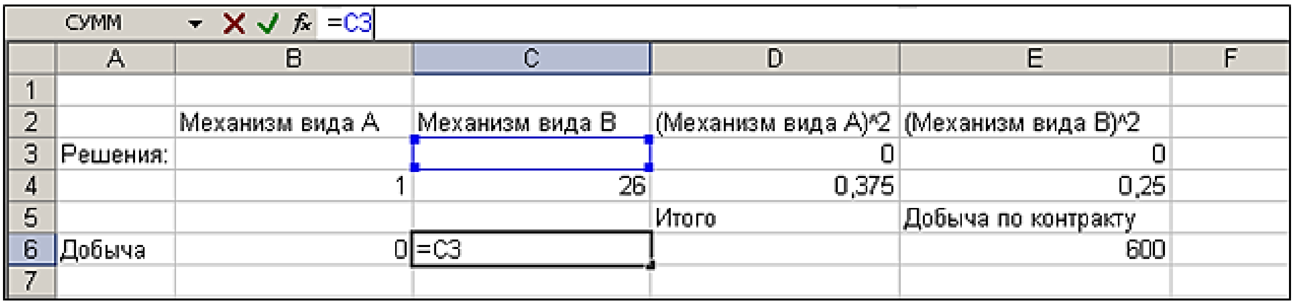


Рис. 4.

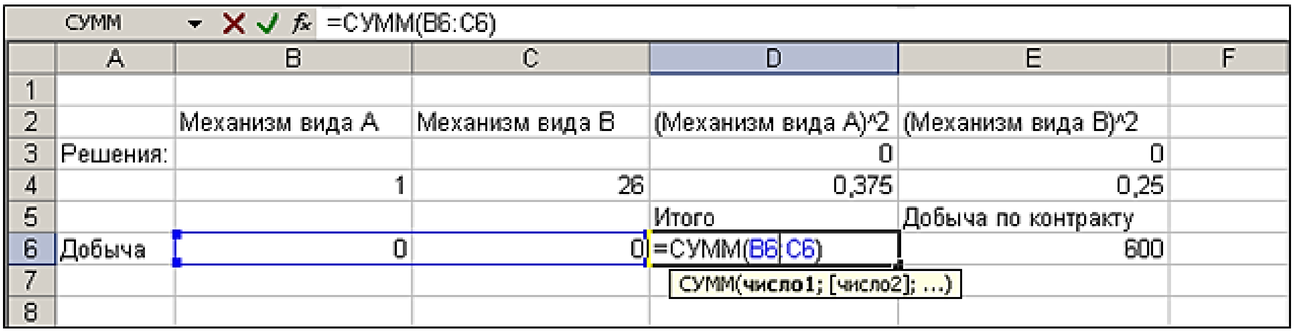


Рис. 5.

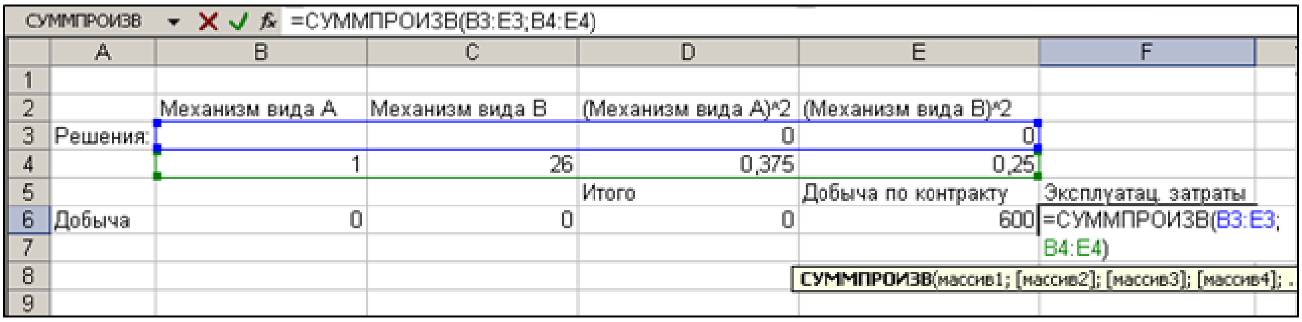


Рис. 6.

Потім запускаємо надбудову «Поиск решения», і вводимо дані відповідно до рисунку 7. Після введення натискаємо кнопку «Выполнить». В результаті ми отримуємо рішення, при якому всі обмеження і умови оптимальності виконані (рис. 8).

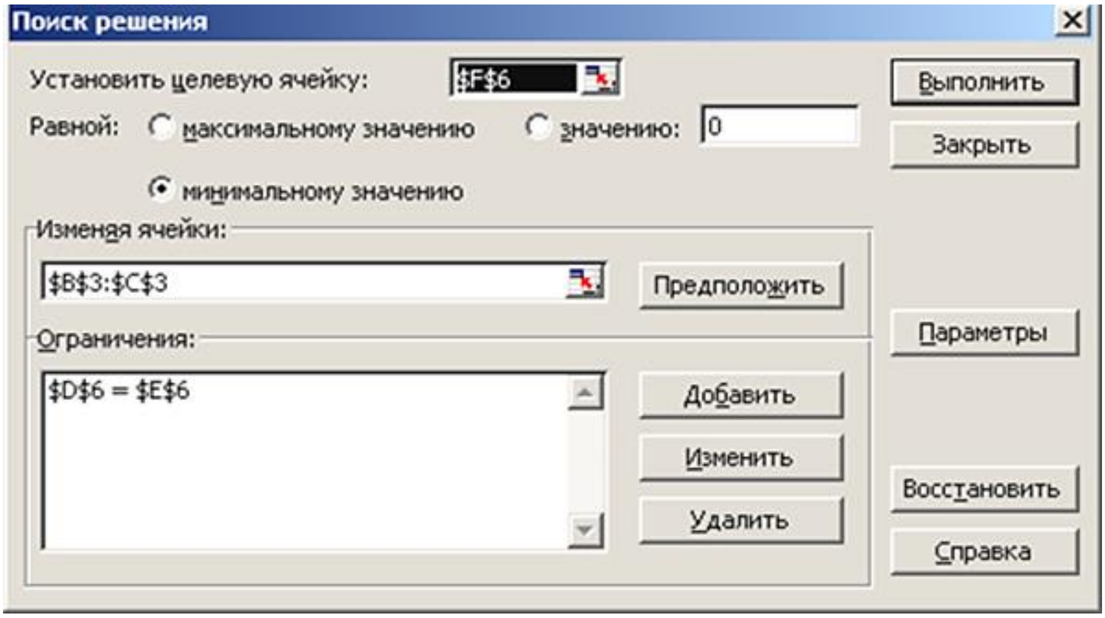
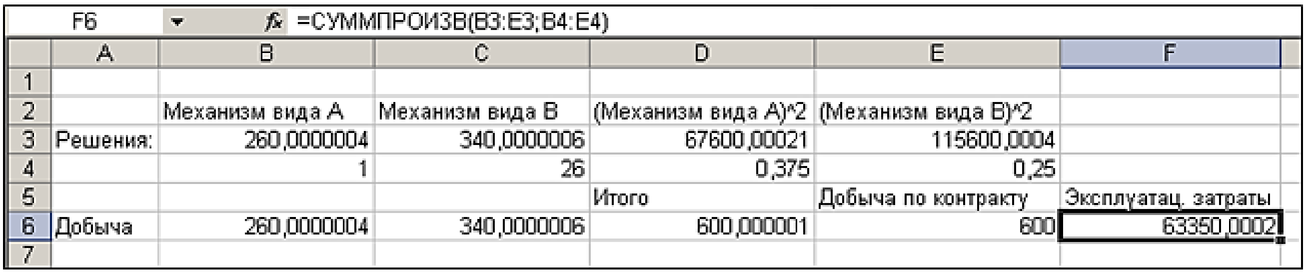


Рис. 7.



F6 =СУММПРОИЗВ(B3:E3;B4:E4)

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Механизм вида А	Механизм вида В	(Механизм вида А)^2	(Механизм вида В)^2	
3	Решения:	260,0000004	340,0000006	67600,00021	115600,0004	
4		1	26	0,375	0,25	
5				Итого	Добыча по контракту	Эксплуатац. затраты
6	Добыча	260,0000004	340,0000006	600,000001	600	63350,0002
7						

Рис. 8.

Щоб Excel сформував звіт за рішенням даної задачі, в «Результатах поиска решений» потрібно вибрати тип звіту. У даному прикладі виконаний звіт на стійкість (рис. 9, 10).

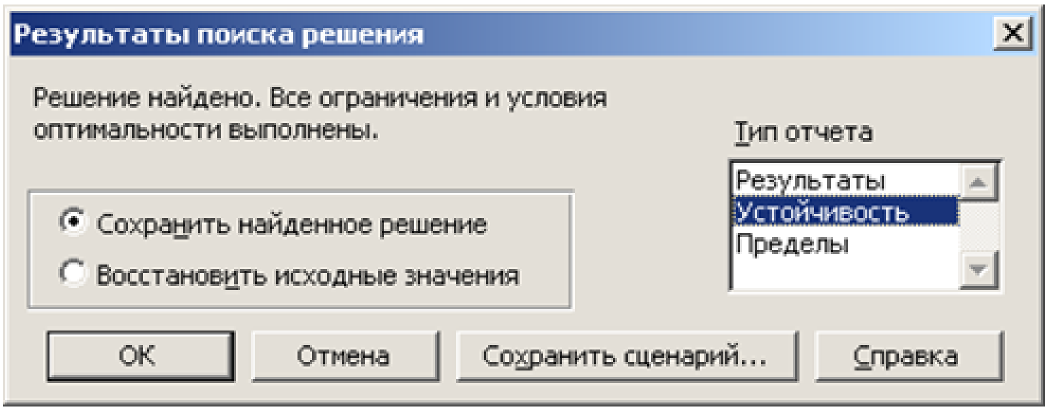


Рис. 9.

C15 | *fx* Добыча Итого

	A	B	C	D	E
1	**Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости**				
2	**Рабочий лист: [Лагранж.xls]Лист1**				
3	**Отчет создан: 04.09.2007 10:27:01**				
4					
5					
6	Изменяемые ячейки				
7				**Результ.**	**Нормир.**
8		**Ячейка**	**Имя**	**значение**	**градиент**
9		B3	Решения Механизм вида А	260,0000004	0
10		C3	Решения Механизм вида В	340,0000006	0
11					
12	Ограничения				
13				**Результ.**	**Лагранжа**
14		**Ячейка**	**Имя**	**значение**	**Множитель**
15		D6	Добыча Итого	600,000001	196,0000916
16					

Рис. 10.

Аналіз розв'язку задачі

При дослідженні і оптимізації технологічного процесу видобутку залізняку вирішено компромісну задачу та знайдено умовні екстремуми функції $f_1(x)= 0,375x_2+x$ та функції $f_2(x)= 0,25x_2+26x$. Умовні екстремуми знайдено за допомогою метода Лагранжа у середовищі EXCEL. При цьому механізмами вигляду *B* необхідно добути 340 тис. тон залізняку, а механізмами вигляду *A* - 260 тис. тон залізняку. В таких умовах замовлення буде виконано з найменшими експлуатаційними витратами.

Контрольні запитання для самоперевірки знань

1. В яких випадках вирішуються компромісні задачі?
2. Що розглядає нелінійне програмування?
3. Які ви знаєте методи розв’язання задач нелінійного програмування?
4. Якими двома способами можна вирішувати задачі нелінійного програмування? Стисло охарактеризуйте кожний із них.
5. Задачі якого типу відносять до задач на умовний екстремум функції?
6. В чому полягає метод множників Лагранжа?
7. Що називається функцією Лагранжа?
8. Які необхідні умови умовного екстремуму?
9. Які достатні умови умовного екстремуму?
10. Описати алгоритм розв’язання задачі на умовний екстремум методом множників Лагранжа.

Навчальне видання

НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ. ЗНАХОДЖЕННЯ УМОВНОГО ЕКСТРЕМУМУ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖА

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи з навчальної дисципліни
«Моделювання технологічних процесів та систем»

Укладач:

КИРИЧЕНКО Роман Васильович

Формат 60х84/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.
Ум. друк. арк. 0,75.
Тираж 100 пр.
Державний біотехнологічний університет.
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44.