

## МОДЕЛЬ РОЗСІВАННЯ ГРАНУЛ МІНЕРАЛЬНИХ ДОБРИВ ПІСЛЯ СХОДЖЕННЯ З ДИСКА ВІДЦЕНТРОВОГО РОЗКИДАЧА ПРИ ДІЇ ВІТРУ

Ловейкін В.С., д.т.н., проф., Човнюк Ю.В., к.т.н., проф.,  
Дитюк А.І., здобувач

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

*У результаті проведених досліджень встановлені основні закономірності руху гранул мінеральних добрив після сходження з поверхні диска відцентрового розкидача з врахуванням дії вітру. Обґрунтована фізична та механіко-технологічна модель руху гранул добрив, як у повітрі, так і по поверхні поля (т.з. модель “фізичної плями”).*

**Постановка проблеми.** Здійснити моделювання внесення мінеральних добрив з урахуванням усіх основних факторів, а саме фізико-механічних властивостей добрив, параметрів їх потоку в момент сходження з диска, висоти установки розкидальних органів над поверхнею поля, рельєфу поля, швидкості та напрямку вітру (дифузії по поверхні ґрунту), вимагає розробки уточнених математичних моделей руху гранул мінеральних добрив, які б враховували ці фактори. Такий інженерний підхід дозволить суттєво підвищити продуктивність відцентрових розкидачів та ефективність роботи в умовах постійно діючої на полях вітрової ерозії.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Основні закономірності руху частинок мінеральних добрив після сходження з диску відцентрового розкидача розглянуті у роботах [1-3]. Проте автори цих робіт, у процесі досліджень, не враховують дію сили вітру при поверхневому розсіванні твердих мінеральних добрив.

Моделі розповсюдження шкідливих речовин внаслідок вітрової ерозії розглянуті в роботах [4-6]. Підходи запропоновані в цих роботах нами будуть використані в подальших дослідженнях для всебічного динамічного аналізу руху частинок мінеральних добрив як у повітрі [4], так і на поверхні поля (модель дифузійної плями) [5,6], під дією сили вітру.

**Постановка задачі.** Мета цього дослідження – створення адекватної моделі розсівання гранул мінеральних добрив після сходження з диска відцентрового розкидача з врахуванням дії вітру, яка дозволяє встановити основні закономірності руху частинок добрив як у повітрі, так і на поверхні поля (розповсюдження дифузійної плями).

**Виклад основного змісту дослідження.** Побудуємо модель польоту гранул мінеральних добрив після їх сходження з диску відцентрового розкидача (у горизонтальному, по відношенню до поверхні ґрунту, напрямку) під дією сили вітру, враховуючи їх фізичні та геометричні властивості.

До фізичних властивостей у першу чергу можна віднести густину

частинок ( $\rho = 600 \dots 2000 \text{ кг/м}^3$ , а основні види мінеральних добрив мають таку об'ємну масу: суперфосфат –  $(1,0 \dots 1,2) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , аміачна селітра –  $(0,8 \dots 1,0) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , хлористий калій –  $(0,9 \dots 1,0) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ), а до геометричних – їх розмір (більша частина азотних добрив складається з часток  $(0,25 \dots 7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , суперфосфату подвійного -  $(0,25 \dots 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , суперфосфату порошкоподібного -  $(0,25 \dots 1,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$  (більше ніж на 77%), складних добрив -  $(0,25 \dots 7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , тукосумішей -  $(0,25 \dots 7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . основна частина порошкоподібного суперфосфату складається із часточок менше  $5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$  (близько 65%). Такий гранулометричний склад суперфосфату значною мірою знижує його сипкість) [3]. Поставлена наступна задача – розглядати частинки мінеральних добрив діаметром не менше  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ . поставлено наступну задачу. Під дією сили вітру (і по інерції після сходження з диску відцентрового розкидача зі швидкістю  $v_x$ ) починається процес розсівання частинок мінеральних добрив з подальшим осіданням їх на землю/грунт. При цьому на частинку  $M$  (рис.1) діють: сила тяжіння, сила опору середовища (повітря) – як у вертикальному так і в горизонтальному напрямках, а також сила вітру (постійна по величині і напрямку – горизонтально до землі та паралельно до  $\vec{v}_x$ ). Вважаємо, що, крім того, постійно дме вітер у горизонтальному напрямку зі швидкістю руху повітря  $\vec{v}_e$  ( $\vec{v}_e \parallel \vec{v}_x$ ). У подальшому розглянемо рух частинок мінеральних добрив у вертикальній площині ( тобто вектори  $\vec{F}_e, \vec{P} = M\vec{g}$  – ваги,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $\vec{R}$  – опору повітря,  $\vec{v}_e, \vec{v}_x$  – компланарні). Частинку мінеральних добрив приймаємо за матеріальну точку. Рух – складний, тому розглянемо рух точки окремо у вертикальному і горизонтальному напрямках. Виберемо точку  $O$  за початок координат. Вісь  $Ox$  направлено горизонтально вправо, а вісь  $Oy$  – вертикально вниз.

Диференціальне рівняння руху в проекції на вісь  $Oy$ :

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - R_y, \quad (1)$$

де:  $P$  – вага матеріальної точки з густиною  $\rho$ ,  $R_y$  – вертикальна складова сили опору повітря.

Далі будемо вважати, що сила опору  $R_y$  прямо пропорційна квадрату швидкості руху частинки у вертикальному напрямку ( $\sim v_y^2$ ) і площі проекції частинки на площину, перпендикулярну до напрямку її руху,  $\delta$  [4]:

$$R_y = K \cdot \delta \cdot v_y^2, \quad (2)$$

де:  $K$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від форми частинки, яку вважаємо кулькою із заданим діаметром.

Для кульки, як свідчать експерименти Еліфеля [6],  $K = 2,45 \cdot 10^{-1}$ , при цьому сила опору  $[R_y] = H$ ,  $[\delta] = m^2$ ,  $[v_y^2] = m^2/c$ . (зрозуміло, що

$$[K] = \frac{H \cdot c^2}{M^2 \cdot M^2} = \frac{H \cdot c^2}{M^4} = \frac{\kappa z \cdot M \cdot c^2}{M^3}.$$

Аналогічно виглядає залежність  $R_x$ , від  $v_x^2$ :

$$R_x = K \cdot \delta \cdot v_x^2. \quad (3)$$

Таким чином, диференціальні рівняння подовж осей Оу та Ох мають наступний вигляд:

- подовж вісі Оу:

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - K \cdot \delta \cdot v_y^2, \quad (4)$$

- подовж вісі Ох:

$$M \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_6 - K \cdot \delta \cdot v_x^2. \quad (5)$$

Позначимо  $\frac{P}{K \cdot \delta} = c_y^2$ ,  $\frac{F_6}{K \cdot \delta} = c_x^2$ , тоді (4) та (5) приймуть вигляд:

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - \frac{P \cdot v_y^2}{c_y^2} \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = \frac{g}{c_y^2} \cdot (c_y^2 - v_y^2), \quad (6)$$

$$M \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_6 - \frac{F_6 \cdot v_x^2}{c_x^2} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = \frac{F_6}{M \cdot c_x^2} \cdot (c_x^2 - v_x^2). \quad (7)$$

Систему рівнянь (6), (7) будемо розв'язувати за наступних початкових умов:

$$v_{y/t=0} = 0; v_{x/t=0} = v_{c_x} + v_6. \quad (8)$$

Розділивши змінні та проінтегрувавши (6), (7), маємо:

$$\begin{cases} \frac{g \cdot t}{c_y^2} = \frac{1}{2c_y} \cdot \ln \left| \frac{c_y + v_y^2}{c_y - v_y^2} \right| + A_1, \\ \frac{F_6 \cdot t}{M \cdot c_x^2} = \frac{1}{2c_x} \cdot \ln \left| \frac{c_x + v_x^2}{c_x - v_x^2} \right| + A_2. \end{cases} \quad (9), (10)$$

У (9) та (10)  $A_1, A_2$  – довільні сталі, які можна знайти при інтегруванні (6), (7) за початкових умов(8). Легко отримати з першої умови (8)  $A_1 = 0$ , а для  $A_2$  з другої умови (8) матимемо:

$$A_2 = -\frac{1}{2c_x} \cdot \ln \left| \frac{c_x + (v_{c_x} + v_6)^2}{c_x - (v_{c_x} + v_6)^2} \right|, \quad (11)$$

Тоді легко знаходимо:

$$v_y = c_y \cdot th \left\{ \frac{gt}{c_y} \right\}. \quad (12)$$

А для  $v_x$  маємо:

$$v_x = c_x^{1/2} \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot \exp \frac{2F_6 t}{Mc_x} - 1}{\alpha \cdot \exp \frac{2F_6 t}{Mc_x} + 1} \right]^{1/2}, \alpha = \left[ \frac{c_x + (v_{c_x} + v_6)^2}{c_x - (v_{c_x} + v_6)^2} \right]. \quad (13)$$

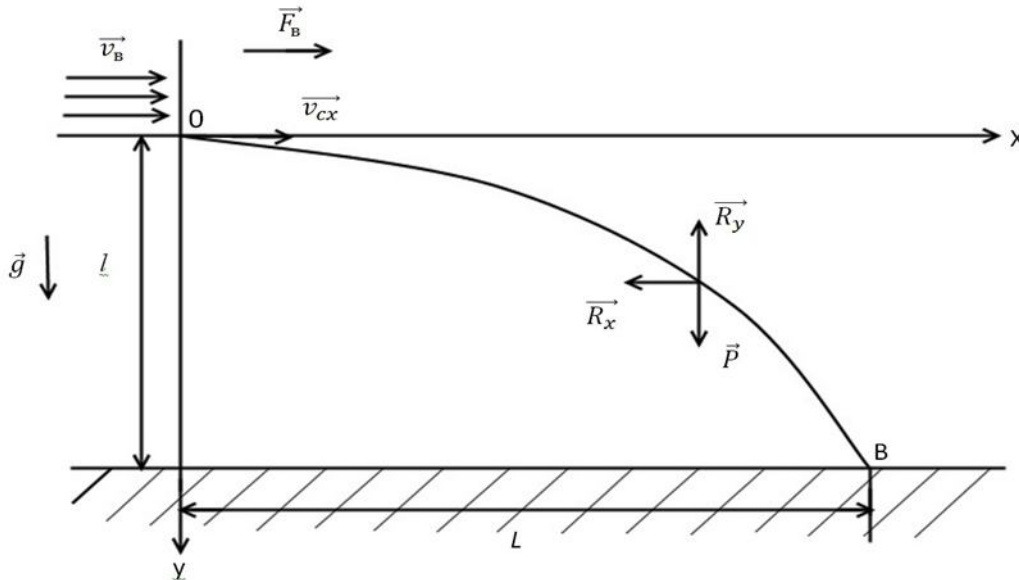


Рис. 1 – Траєкторія польоту часток мінеральних добрив після сходження з диску відцентрового розкидача

Розглянемо далі випадок, коли виконується умова:

$$F_6 \gg K \cdot \delta \cdot v_x^2. \quad (14)$$

Тоді, враховуючи, що  $v_x = \frac{dx}{dt}$  матимемо з (5) при умові (14):

$$x = \frac{F_6 \cdot t^2}{2M} + (v_{c_x} + v_6) \cdot t, \quad (15)$$

де врахована початкова умова (8).

Враховуємо, що  $v_y = \frac{dy}{dt}$  і про інтегруємо (12) по  $t$ :

$$\frac{dy}{dt} = c_y \cdot \text{th} \left\{ \frac{gt}{c_y} \right\}, \quad (16)$$

звідки:

$$y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ \text{ch} \left( \frac{gt}{c_y} \right) \right\} + B. \quad (17)$$

Тут  $B$  – довільна стала інтегрування, яку знайдемо із початкової умови:  $t = 0, y = 0$ , звідси  $B = 0$  і

$$y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left( \frac{gt}{c_y} \right) \right\}. \quad (18)$$

Тоді закон руху точки запишеться у вигляді (параметрична форма запису):

$$\begin{cases} x = \frac{F_6 \cdot t^2}{2M} + (v_{c_x} + v_6) \cdot t, \\ y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ c \left( \frac{gt}{c_y} \right) \right\}. \end{cases} \quad (19)$$

Час падіння  $\tau$  з висоти  $h$  можна знайти з рівняння:

$$h = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left( \frac{g\tau}{c_y} \right) \right\} \Rightarrow \tau = \frac{c_y}{g} \cdot Arch \left( \exp \left[ \frac{gh}{c_y^2} \right] \right). \quad (20)$$

Тоді дальність польоту частинки мінеральних добрив  $L$  знайдемо таким чином:

$$(x = L, t = \tau) \Rightarrow L = \frac{F_6}{2M} \cdot \tau^2 + (v_{c_x} + v_6) \cdot \tau. \quad (21)$$

Враховуючи (20), з (21) матимемо:

$$L = \frac{F_6}{2M} \cdot \frac{c_y^2}{g^2} \cdot \left\{ Arch \left( \exp \left[ \frac{gh}{c_y^2} \right] \right) \right\}^2 + (v_{c_x} + v_6) \cdot \frac{c_y}{g} \cdot Arch \left( \exp \left[ \frac{gh}{c_y^2} \right] \right). \quad (22)$$

Час падіння можна знайти лише, використовуючи асимптоту для кривої (18), яка має вигляд:

$$y = c_y \cdot t - \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln 2. \quad (23)$$

Поклавши  $y = h$  знайдемо час  $\tau$ :

$$\tau = \frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2. \quad (24)$$

Тепер визначимо дальність польоту  $L$  (наближено):

$$L = \frac{F_6 \cdot \tau^2}{2M} + (v_{c_x} + v_6) \cdot \tau \approx \frac{F_6}{2M} \cdot \left[ \frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right]^2 + (v_{c_x} + v_6) \cdot \left( \frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (25)$$

Тут:

$$c_y = \sqrt{\frac{P}{K \cdot \delta}} = \sqrt{\frac{Mg \cdot 4}{K \cdot \pi d^2}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot 4}{K \cdot \pi \cdot 4 \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{2\rho \cdot g \cdot d}{3K}}. \quad (26)$$

де:  $\rho$  – щільність матеріалу частки;  
 $d$  – її діаметр.

У таблиці 1 наведені результати розрахунку  $L$  за формулою (25) при  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $v_g = 5 \text{ м/с}$ ;  $h = 0,5 \text{ м}$ ;  $v_{c_x} = (20 \dots 55) \text{ м/с}$ ;  $F_g = 10^{-6} \text{ Н}$ .

Для вказаних даних використовується умова:

$$\frac{h}{c_y} \ll \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2. \quad (27)$$

З урахуванням (27), формула (25) набуває вигляду:

$$L \approx \frac{F_g}{2M} \cdot \left( \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right)^2 + (v_{c_x} + v_g) \cdot \left( \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (28)$$

При  $F_g = 0$  з (28) маємо:

$$L \approx (v_{c_x} + v_g) \cdot \left( \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (29)$$

У таблиці 2 наведені результати розрахунку  $L$  за формулою (29) при  $F_g = 0$  і тих самих інших параметрів, які були використані при розрахунках за співвідношенням (25) (табл. 1). Аналіз результатів, розміщених у табл. 1 та 3 показує, що вплив  $F_g \neq 0$  несуттєво зростає при її збільшенні у 100 разів ( $(F_g, \text{ табл. 1}) / (F_g, \text{ табл. 3}) = 0,01$ ), що призводить одночасно до несуттєвого зростання дальності польоту  $L$ .

Таблиця 1 – Значення  $L$ , м, обчислені за (28),  $F_g = 10^{-6} \text{ Н}$

$v_{c_x}$ , м/с	$L$ , м
20	15,76 (15,75)*
30	22,06 (22,05)
40	28,36 (28,35)
50	34,66 (34,65)
55	37,81 (37,80)

\*Примітка. У дужках вказані значення  $L$  при ( $F_g \equiv 0$ )

Таблиця 2 – Значення  $L$ , м, обчислені за (29),  $F_g \equiv 0$

$v_{c_x}$ , м/с	$L$ , м
20	15,75 (12,60)*
30	22,05 (18,90)
40	28,35 (25,20)
50	34,65 (32,50)
55	37,80 (34,65)

\*Примітка. У дужках вказані значення  $L$  при ( $v_g \equiv 0$ )

Таблиця 3 – Значення  $L$ , м, обчислені за (28),  $F_g=10^{-4}$ Н

$v_{c_x}$ , м/с	$L$ , м
20	17,16 (15,76)*
30	23,46 (22,06)
40	29,76 (28,36)
50	36,06 (34,66)
55	39,21 (37,81)

\*Примітка. У дужках вказані значення  $L$  при ( $F_g=10^{-6}$ Н)

У табл. 4 приведені значення  $L$ , м при  $F_g=10^{-3}$ Н. За таких значень  $F_g$  для частинок мінеральних добрив діаметру  $d=3 \cdot 10^{-3}$ м і  $\rho = 10^3$ кг/м<sup>3</sup> виникає суттєвий вплив сили вітру на рух частинок і, зокрема, на  $L$ .

Таблиця 4 – Значення  $L$ , м, обчислені за (28),  $F_g=10^{-3}$ Н

$v_{c_x}$ , м/с	$L$ , м
20	29,85 (17,16)*
30	36,15 (23,46)
40	42,45 (29,76)
50	50,15 (36,06)
55	51,90 (39,21)

\*Примітка. У дужках вказані значення  $L$  при ( $F_g=10^{-4}$ Н)

Після падіння на ґрунт частинки мінеральних добрив за принципом розповсюдження дифузійної плями [5] починають свій рух по поверхні землі. Засобами теорії ймовірності виявлено [6], що радіус дифузійної плями  $r_{ni}$  зв'язаний з часом  $t$  наступною залежністю:

$$r_{ni} = \alpha \cdot \sqrt{t}, \quad (30)$$

одержаною А. Ейнштейном. Тобто за таким законом збільшується радіус концентричних кіл, по яких переміщуються блукаючі частинки мінеральних добрив, які знаходяться на поверхні ґрунту (але продовжують рухатись за рахунок дії сили вітру). У (30)  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від фізико-хімічних властивостей як самих частинок мінеральних добрив, так і тієї поверхні, по якій вони рухаються.

Закон розповсюдження дифузійної плями [5,6] показує, що відстань  $\tilde{L}$  з часом буде збільшуватись, особливо в напрямку дії сили вітру (тут  $\tilde{L}$  – відраховується на ґрунті від точки падіння на нього гранули мінеральних добрив). Подальший рух частинок в радіальному напрямку визначається законом:

$$\vec{r} = \left\{ \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_g \cdot t + \frac{F_g \cdot t^2}{2M} \right\} \cdot \vec{i} + \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi \cdot \vec{j}, \quad (31)$$

де:  $\varphi$  – кут, який утворює радіус-вектор  $\vec{r}$  з напрямом дії сили вітру;

$(\vec{i}, \vec{j})$  – орти вповодж двох взаємно ортогональних осей (одна з цих осей паралельна векторам  $\vec{F}_e$  та  $\vec{v}_e$  а інша – перпендикулярна до них (рис. 2).

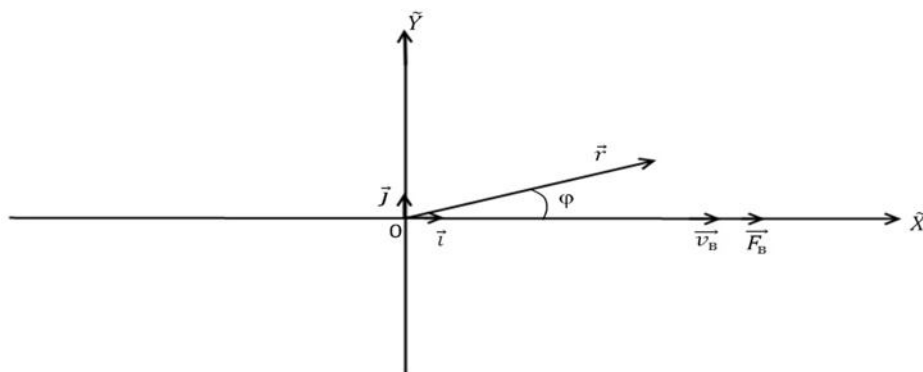


Рис. 2 – Взаємна орієнтація векторів  $\vec{v}_e$ ,  $\vec{F}_e$ ,  $\vec{r}$

Слід зазначити, що з плином часу  $t$  формула дифузійної плями, витягнутої вздовж осі  $Ox$  – еліпс з піввісьми  $a(t)$  та  $b(t)$  причому  $a(t) > b(t)$  при  $t > 0$ :

$$\begin{cases} a(t) = \alpha\sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_e \cdot t + \frac{F_e \cdot t^2}{2M}, \\ b(t) = \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi. \end{cases}$$

Площа фізичної плями  $S(t)$  визначається із співвідношення:

$$S(t) = \pi \cdot a(t) \cdot b(t) = \pi \cdot \left\{ \alpha\sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_e \cdot t + \frac{F_e \cdot t^2}{2M} \right\} \cdot \left\{ \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi \right\}.$$

### Висновки:

1. Обґрунтована фізико-механічна модель розсівання гранул твердих мінеральних добрив, після сходження з диску відцентрового розкидача при дії вітру, та визначені її основні кінематичні характеристики: швидкість польоту і його тривалість, дальність, у залежності від основних механіко-технологічних та фізичних параметрів гранул.
2. Встановлені основні закономірності та характеристики дифузійної плями, яка є моделлю розсівання гранул по поверхні поля, під дією вітру та його швидкості.
3. Отримані результати у подальшому можна використовувати для уточнення і вдосконалення інженерних методів розрахунку відцентрових розкидачів мінеральних добрив із врахуванням дії сили та швидкості вітру.

### Список використаних джерел

1. Заїка П.М. Методические указания к изучению расчетного курса лекций «Сельскохозяйственные и мелиоративные машины» Избранные задачи земледельческой механики. Тема 8. движение обрабатываемого материала в сопротивляющейся среде. – Х.: ХИМЭСХ, 1991. – 62 с.



2. Заїка П.М., Мельник В.И., Анিকেєв А.И. Свободное движение материальной точки в спокойной изотропной газообразной среде // Весник Харьковского государственного технического университета «Харьковский политехнический институт». Динамика и прочность машин. – 2001. – Вып. 25.
3. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин. Том 1. Частина 3. Машини для приготування і внесення добрив. – Х.: Око, 2002. – 342 с.
4. Камаєва І.О. Чисельний аналіз забрудненості територій в результаті промислових викидів // Методи та прилади контролю якості. ІФНТУНГ – Івано-Франківськ. 2005. №5 – С.62-63.
5. Камаєва І.О., Сенчук Я.М. та ін. Математична модель розсіювання викидів промислових підприємств. Вісник ХНТУ. 2005. №2 (22) – С. 143-147.
6. Камаєва І.О., Сенчук Я.М. та ін. Модель розповсюдження шкідливих речовин внаслідок вітрової ерозії. Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2007. – Вип.2 (28). – С. 131-136.

#### **Аннотация**

### **МОДЕЛЬ РАССЕВАНИЯ ГРАНУЛ МИНЕРАЛЬНЫХ УДОБРЕНИЙ ПОСЛЕ СХОЖДЕНИЯ С ДИСКА ЦЕНТРОБЕЖНОГО РАЗБРАСЫВАТЕЛЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВЕТРА**

Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Дитюк А.І.

*В результате проведенных исследований установлены основные закономерности движения частиц минеральных удобрений после их схождения с поверхности разбрасывающего диска с учетом действия силы ветра. Обоснована физическая и механико-технологическая модель движения гранул минеральных удобрений, как в воздухе, так и по поверхности поля (т. н. модель «диффузорного пятна»).*

#### **Abstract**

### **THE MODEL OF THROWING DOWN THE GRANULES OF MINERAL FERTILIZERS AFTER GOING DOWN FROM THE SURFACE OF THE DISK OF CENTRE TONING ABOUT WITH THE POWER OF WIND**

V. Loveykin, Y. Chovnyuk, A. Dityuk

*As a result of conducting researches it is set conformity of law of moving the granules of mineral fertilizers after going down from the surface of a disk of the centre throwing about with accounting the power of wind. It is grounded physical and mechanic-technical model of mooring granules of mineral fertilizers as in the air and also on the surface of the disk (the model “diffuse spot”).*