МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Державний біотехнологічний університет

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра фізики та математики

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ФІЗИКА
ЧАСТИНА І

для здобувачів

рівня вищої освіти перший (бакалаврський) денної (заочної) форми навчання за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування»

Харків

2023

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Державний біотехнологічний університет

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра фізики та математики

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ФІЗИКА
ЧАСТИНА І

для здобувачів
рівня вищої освіти перший (бакалаврський) денної (заочної)
форми навчання за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування».

Затверджено
рішенням Науково-методичної ради ФМІ
Протокол № 4 від 4 травня 2023 р.

Харків
2023

УДК 577.35

Схвалено

на засіданні кафедри фізики та математики
Протокол № 8 від 24.04.2023 р.

Рецензенти:

В.М. Онищенко, д-р техн. наук, доцент, професор кафедри технології м’яса, факультет переробних і харчових виробництв, Державний біотехнологічний університет;

А.М. Загорулько, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри обладнання та інжинірингу переробних і харчових виробництв, факультет мехатроніки та інжинірингу, Державний біотехнологічний університет

Конспект лекцій з навчальної дисципліни «ФІЗИКА» Частина І, для здобувачів рівня вищої освіти перший (бакалаврський) денної та заочної форми навчання за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування». / ДБТУ; уклад.: Пак А.О., Сіняєва О.В., Крекот М.М. Харків, 2023. 74 с.

Конспект лекцій з навчальної дисципліни «ФІЗИКА» розроблено відповідно до начальної програми. Висвітлено історія розвитку фізики, науковий шлях видатних вчених, основні закони та формули з дисципліни фізика, наведені приклади експериментальних досліджень, розглянуто фізичні основи механіки поступального руху, механіки обертального руху, молекулярної фізики та термодинаміки.

УДК 577.35

Відповідальний за випуск: А.О. Пак, д.т.н.

Лекція 1
ВСТУПНА ЛЕКЦІЯ
План

1. Предмет фізики, мета дисципліни.
2. Зв’язок фізики з іншими науками і практикою. Методи фізичного пізнання.
3. Основні етапи розвитку фізики.
4. Фізика, як основа технічної підготовки інженерних кадрів.. Роль фізики в сільському господарстві.
5. Екологія людства з точки зору фізики.

1. Предмет фізики, мета дисципліни

Наука про природу дістала назву "Naturwissenchaft". Від цієї назви походить і міжнародний термін "натурфілософія" (філософія природи).

Спочатку всі знання про природу належали до сфери інтересів фізики (або до фізіології). Невипадково Арістотель (4 ст. до н.е.) називав своїх попередників "фізиками", або "фізіологами" (давньогрецьке слово "фюзис" (фізис) дуже близьке за значенням до слов'янського слова "природа"). **Саме фізика є основою всіх наук про природу**.

Предмет фізики є: вивчення найбільш загальних форм руху матерії і їхніх взаємних перетворень.

Мета дисципліни – створення у студентів основ теоретичної підготовки; сформування наукового мислення і діалектико-матеріалістичного світогляду; засвоєння студентами основних фізичних законів; набуття студентами прийомів і навичок рішення стандартних і нестандартних задач із різних розділів фізики; формування предметної, галузевої та ключових компетентностей засобами фізики як навчального предмета, розвитку здатності до самостійного вирішування різних науково-технічних завдань на сучасному рівні науки, техніки та технологій.

У результаті вивчення фізики студент повинен

знати: основні закономірності механіки, молекулярної фізики і термодинаміки, електрики і магнетизму, оптики, основи атомної і ядерної фізики; найважливіші напрямки застосування досягнень фізики виробництві, зокрема в сільськогосподарському.

вміти: .

- користуватися вимірювальними приладами, фізичною апаратурою і комп’ютерною технікою;
- проводити фізичні експерименти;
- опрацьовувати одержані експериментальні дані і оцінювати їх достовірність;
- будувати відповідні графіки;
- оцінювати ступінь негативного впливу того чи іншого технологічного процесу на довкілля, завчасно його передбачити й усунути;
- застосовувати набуті теоретичні та практичні знання для пояснення фізичних процесів та явищ, які відбуваються під час роботи сучасних механізмів, пристроїв і обладнання.

2. Зв’язок фізики з іншими науками і практикою. Методи фізичного пізнання.

Грецьке слово «фюзіс» у перекладі означає «природа», тому науку про природу почали називати фізикою.

Фізика – фундаментальна наука, тому що всі інші природничі науки (хімія, геологія, біологія тощо) мають справу з певними різновидами матеріальних систем, які підкоряються законам фізики. Наприклад, властивості хімічних речовин визначаються властивостями молекул та атомів, які їх складають, а ці властивості досліджують в таких галузях фізики, як квантова механіка, термодинаміка і/або електрика (електромагнетизм).

Фізика тісно пов'язана з математикою. Фізичні теорії, як правило, побудовані на основі певного математичного апарату і цей апарат часто набагато складніший в порівнянні з іншими природничими науками.

Роль фізики і усіх природничих наук в житті людини важко переоцінити. Вона є основою життєзабезпечення – фізіологічного, технічного, енергетичного. Це теоретична основа промисловості й сільського господарства, усіх технологій, різних видів виробництва, у тому числі виробництва енергії, продуктів харчування, одягу й т.д. Природознавство – найважливіший елемент культури людства, один з найістотніших показників розвитку цивілізації.

Фізика використовує різні прийоми й методи пізнання (дослідження): спостереження, вимірювання, експеримент, порівняння, індукцію, дедукцію, аналіз і синтез, абстракцію та узагальнення, наукову гіпотезу, моделювання, системний аналіз, уявний експеримент і т.д. Найважливішою особливістю природничих наук, на відміну від гуманітарних, є їх експериментальний характер.

Шлях до пізнання в фізиці можна уявити собі так: ***спостереження – гіпотеза для пояснення спостереження – експеримент з метою перевірки гіпотези – розробка теорії (якщо гіпотеза підтверджується) – перевірка наслідків, що випливають із теорії***. Слід звернути увагу на те, що саме теорія є основною формою знань, їх акумулятором. За словами Л. Больцмана, "немає нічого більш практичного, ніж гарна теорія". Це, природно, не заперечує ролі практики як критерію істини. Теорія та експеримент як два найважливіших методи пізнання перебувають у діалектичній єдності, порушення якої призводить до того, що теорія стає безпредметною схемою, а дослід — сліпим.

3. Основні етапи розвитку фізики

Розвиток фізики поділяється на три основні етапи.

Перший етап. Спостереження фізичних явищ відбувалося ще давнину. Тоді процес накопичення знань ще був не диференційований; фізичні, геометричні і астрономічні уявлення розвивалися спільно. Економічна необхідність відокремлювати земельні ділянки і вимірювати час призвела до розвитку вимірів простору й часу ще у минулому – в Єгипті, Китаї, Вавилонії.

Систематичні накопичення фактів і їх пояснення й узагальнення з особливою інтенсивністю відбувалися в епоху грецької культури (6 в. до н. е.– 2 в. н. е.). У цю епоху зародилися початкові ідеї про атомному будову речовини (Демокріт, Епікур, Лукреций), було створено геоцентричну система світу (Птолемей), було встановлено деякі прості закони статики: правила важеля, центру ваги (Архімед), отримані перші результати прикладної оптики (виготовлені дзеркала, Евклідом відкриті закони геометричної оптики), відкриті найпростіші начала гідростатики (закон Архімеда). Найпростіші явища магнетизму і електрики були відомі ще давнину.

Вчення Аристотеля підвело підсумок знань попереднього часу. Одна з основних книг Аристотеля називається «Фізика». Незважаючи на деякі неправильні твердження, фізика Аристотеля впродовж віків залишалася основою знань про природу.

Другий етап – класична фізика 16-19 ст.

Майже півтори тисячі років відділяє геоцентричну систему від досить досконалої геліоцентричної системи польського математика і астронома Миколи Коперника (1473-1543). Вершиною геліоцентричної системи можна вважати закони руху планет, відкриті німецьким астрономом Іоганном Кеплером (1571-1630), одним з творців астрономії нового часу. Астрономічні відкриття Галілео Галілея і його фізичні експерименти, а також загальні динамічні закони механіки разом з універсальним законом всесвітнього тяжіння, сформульовані Ісаком Ньютоном у 1687 р.в науковому трактаті «Математичні начала натуральної філософії», поклали початок класичній етапу розвитку фізики.

Стрімкими темпами розвивалася не тільки класична механіка Ньютона. Етап класичної фізики характеризується також великими досягненнями і в інших галузях фізики:

термодинаміці, молекулярної фізики, оптики, електрику, магнетизм і т. п. Були встановлені газові закони. Запропоновано рівняння кінетичної теорії газів. Сформульований принцип рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи, перше і друге начало термодинаміки. Відкриті закони Кулона, Ома і електромагнітної індукції. Явища інтерференції, дифракції і поляризації світла отримали хвильове тлумачення. Встановлені закони поглинання та розсіювання світла.

Особливе місце займає електромагнітна теорія, розроблена видатним англійським фізиком Джеймса Клерка Максвелла. Максвелл є не тільки творцем класичної електродинаміки, але і одним з основоположників статистичної фізики. Розвиваючи ідеї Майкла Фарадея (1791-1867), він створив теорію електромагнітного поля (рівняння Максвела), яка не тільки пояснювала багато відомі до того часу електромагнітні явища, але і передбачила електромагнітну природу світла.

Характерна особливість **третього етапу** розвитку фізики - сучасного етапу полягає у тому, що поряд з класичними широко впроваджуються квантові уявлення, на підставі яких пояснюються багато мікропроцеси, що відбуваються в межах атома, ядра і елементарних частинок, і в зв'язку з якими виникли нові галузі сучасної фізики: квантова електродинаміка, квантова теорія твердого тіла, квантова оптика і багато інших.

Макс Планк у 1900 р. висунув квантову гіпотезу згідно якої, атомні осцилятори випромінюють енергію не безперервно, а певними порціями - квантами, причому енергія кванта пропорційна частоті коливання. В 1905 р. Альберт Ейнштейн застосував ідею Планка для успішного пояснення експериментів із фотоефекту. У 1911 році Ернест Резерфорд запропонував планетарну теорію атома, а в 1913 році Нільс Бор побудував модель атома, в якій постулював квантовий характер руху електронів. Завдяки роботам Вернера Гейзенберга, Ервіна Шредінгера, Вольфганга Паулі, Поля Дірака та багатьох інших квантова механіка знайшла своє точне математичне формулювання, підтверджуючись численними експериментами.

З відкриттям радіоактивності Анрі Бекерелем почався розвиток ядерної фізики, яка привела до появи нових джерел енергії: атомної енергії та енергії ядерного синтезу.

Передній край фізики перемістився в область дослідження найфундаментальніших законів, ставлячи перед собою мету створити теорію, яка пояснювала б Всесвіт, об'єднавши теорії фундаментальних взаємодій. На цьому шляху фізика здобула часткові успіхи у вигляді теорії електрослабкої взаємодії та теорії кварків узагальненій у так званій стандартній моделі. Однак, квантова теорія гравітації досі не побудована.

4. Фізика, як основа технічної підготовки інженерних кадрів. Роль фізики в сільському господарстві

Прискорення науково-технічного прогресу надає в розпорядження держави величезні можливості для розвитку продуктивних сил, удосконалення людської особистості, побудови гармонійних відносин з природою.

Найбільш важливими розділами, на яких базується великий внесок фізики у розвиток сільського господарства, є механіка, молекулярна фізика, електродинаміка та ядерна фізика.

В останні роки спостерігається стрімкий розвиток області техніки, заснованої на фізиці напівпровідників - оптоелектроніці. Перш за все, це проявляється в стрімкому революційному вдосконаленні світлодіодів – твердотільних напівпровідникових джерел світла. Якщо 15-20 років тому більшості людей діоди, що випромінюють світло, були відомі як пристрої індикації, в лабораторіях провідних наукових центрів розроблялися нові технології виробництва напівпровідників, які дозволили в даний час змінити на краще світ штучного освітлення, надавши на заміну класичним джерелами світла (лампи розжарювання, люмінесцентні лампи і т.д.) більш ефективні і технологічні - світлодіодні. До останнього часу освітлення приміщень для сільськогосподарської птиці та тварин, а також інших місць, пов'язаних з обробкою продукції птахівництва і тваринництва, здійснювалося «класичними» джерелами світла, такими як лампи розжарювання і люмінесцентні лампи. Теоретичні дослідження і більш ніж п'ятирічний досвід практичної експлуатації, дозволяють зробити висновок про те, що світлодіодні системи, що використовуються в сільському господарстві, скорочують споживання електроенергії на освітлення корпусів для птиці та тварин в 8-10 разів у порівнянні з лампами розжарювання і в 1,8 -2,2 рази в порівнянні з люмінесцентними лампами.

Актуальним є безпосереднє застосування іонізуючих випромінювань як процесу радіаційно-біологічної технології (РБТ) для: - стерилізації, консервування, збільшення термінів зберігання і знезараження харчових продуктів і фуражу, сировини тваринного походження (шерсть, шкіра, хутро і т. Д.). У сільському господарстві знайшли застосування установки для опромінення овочів і фруктів з метою вберегти їх від гниття й цвілі.

Велике значення має використання нових, найбільш ефективних фізичних принципів дії в різних процесах виробництва. Прикладом може слугувати вдосконалення методів водоочищення за рахунок переходу від випарних систем до мембранних технологій. Ефективність витрат при розв'язанні завдань подібного класу зростає у 8-10 разів.

Основними напрямами використання відходів виробництва і уловлюваних очисними установками речовин є повернення їх у виробництво як сировини і напівпродуктів, використання як готового продукту і палива; у сільському господарстві – як регуляторів росту рослин і для нейтралізації ґрунтів; у виробництві будівельних матеріалів – як вихідну сировину. Таким чином, проблема раціонального використання вторинних матеріальних ресурсів (і на основі цього скорочення потреби в первинних, у тому числі і природних) поєднує інтереси охорони природи з підвищенням економічної ефективності виробництва.

На сьогодні розроблені методи комплексного енерготехнічного використання низькосортного твердого палива, з якого за допомогою термічного розкладання отримують якісне тверде, рідке і газоподібне паливо, а також сировину для хімічної промисловості й виробництва будівельних матеріалів. Зольний залишок використовується в сільському господарстві.

Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства оприлюднило звіт «Розвиток відновлюваних джерел енергії в Україні», підготовлений в рамках проекту «Секретаріат та Експертний хаб з енергоефективності», що впроваджується Програмою розвитку ООН в Україні за підтримки Уряду Словацької Республіки та за сприяння Мінрегіонбуду.

У звіті проаналізовані тенденції розвитку відновлювальних джерел енергії, підготовлено огляд сучасного стану енергетичного сектору і потенціалу відновлюваної енергетики в Україні, розглянуто механізми фінансування, ключові перешкоди та рекомендації для органів влади щодо їхнього усунення.

Протягом десятиріччя у світі спостерігається стійка тенденція до розвитку відновлюваних джерел енергії, що поступово заміщують традиційну генерацію. Альтернативні джерела енергії - відновлювані джерела енергії, до яких належать енергія сонячна, вітрова, геотермальна, енергія хвиль та припливів, гідроенергія, енергія біомаси, газу з органічних відходів, газу каналізаційно-очисних станцій, біогазів, та вторинні енергетичні ресурси, до яких належать доменний та коксівний гази, газ метан дегазації вугільних родовищ, перетворення скидного енергопотенціалу технологічних процесів У 2015 році світові інвестиції у відновлювані джерела енергії (ВДЕ) склали рекордні 349 млрд дол. В Україні спостерігається зростання встановлених потужностей ВДЕ протягом останніх 4 років, але складна економічна ситуація не дозволила досягти цілей, прийнятих у Національному плані дій з відновлюваної енергетики. На кінець 2016 року було встановлено 1 117 МВт потужностей ВДЕ, які виробляють близько 1% електроенергії в Україні. Найбільшу частку займають вітрові та сонячні електростанції (925 ГВт*год та 492 ГВт*год виробленої електроенергії відповідно).

За оцінками експертів, економічно-доцільний потенціал впровадження ВДЕ в Україні станом на 2030 рік оцінюється у 16-22 ГВт, порівняно з 1,1 ГВт, що фактично встановлені на кінець 2016 року. Потенціал впровадження ВДЕ в теплоенергетиці навіть більший, у цьому сегменті ВДЕ можуть повністю замістити традиційні джерела енергії до 2030 року. За оцінками IRENA, у 2030 році з ВДЕ може бути вироблено близько 57 млн Гкал теплової енергії, з яких значна частка (32,7 млн Гкал) – енергія біомаси. Виконання цього прогнозу дозволить економити близько 7 млрд м куб. природного газу щороку. Розвиток та використання альтернативних та відновлювальних джерел енергії (вітрової і сонячної енергії, біопалива, тощо) є вагомим фактором для зміцнення енергетичної безпеки та зменшення негативного техногенного впливу на навколишнє природне середовище. Важливість розвитку альтернативної енергетики є очевидною, адже вона відіграє вирішальну роль у зменшенні парникових викидів, знижені негативного впливу на довкілля, підвищує безпеку енергопостачання, допомагає зменшити залежність від імпорту енергії. Незайве нагадати, що всі технології та принципи ВДЕ базуються на законах та явищах фізики.

Досягнення в космічній технології також є багатообіцяючими. Прогнози погоди, що надаються через мережу супутників та інші засоби зв'язку, допомагають людям приймати рішення про те, коли сіяти, поливати, вносити добрива і збирати урожай. Дистанційне зондування і супутникові зйомки можуть забезпечити оптимальне використання ресурсів Землі, дозволяючи проводити моніторинг і оцінку довготермінових тенденцій у змінах клімату, забрудненні морського середовища, темпах ерозії ґрунту і рослинного покриву.

5. Екологія людства з точки зору фізики.

Екологічними проблемами вважається ряд факторів, з причини виникнення яких здійснюється деградація природного навколишнього середовища. У більшості випадків вони є наслідком діяльності людини. Зокрема, екологічні проблеми Землі виникли через посилений розвиток техніки і промисловості, так як почали з'являтися проблеми, які мають пряме відношення до порушення рівномірних умов, властивих екологічному середовищі, компенсувати які сьогодні дуже складно. Однією з найбільш руйнівних обставин діяльності людини виступає забруднення. Воно проявляється як підвищений рівень смогу, виникнення мертвих озер, технічна вода, в якій перебувають шкідливі елементи, в результаті чого вони стають непридатні для вживання. Також забруднення провокує вимирання деяких видів жителів тваринного світу. З цього можна зробити висновок, що людина, створюючи для себе сприятливі умови, робить згубний вплив довкілля. У зв'язку з цим сучасне людство починає приділяти більше уваги цьому питанню. Результатом цього виступають роботи вчених, якими детально розглядаються екологічні проблеми та їх вирішення шляхом пошуку альтернативних варіантів. Тому так важливе для майбутніх фахівців АПК знати основні екологічні проблеми сучасності, які мають фізичну природу і шляхи їх вирішення. Як приклад можна взяти локальну екологічну проблему, яку викликає завод, що не проходить відповідну очистку від промислових стоків перед їх скиданням у річку. Такі дії з боку людини мають дуже плачевні наслідки, так як гине риба і страждає здоров'я всього суспільства. Якщо розглянути регіональний рівень, то виділяється зона Чорнобиля, на території якого є заражений ґрунт. Вона наділена радіоактивними властивостями і загрожує всім біологічним організмам, котрі перебувають в даній місцевості . Всі ці проблеми в той, чи іншій мірі мають фізичне походження. Не меншої уваги потребують до себе і глобальні екологічні проблеми. Вони виділяються величезними масштабами і безпосередньо впливають на весь ряд екологічних систем. У цьому вони і відрізняються від регіональних і локальних питань екології. Основними факторами виникнення екологічних проблем виступають такі природні умови:+

- потепління кліматичних умов;
- утворення озонових дір.
- великої кількості спалювання палива;
- скупчення вуглекислого газу в атмосфері.

Ці фактори і спричинили значне порушення віддачі тепла і уповільнення охолодження повітря.

Не менш важливою проблемою людства виступають озонові діри, що виникли внаслідок технічного прогресу. Як відомо, зародженню життя на Землі сприяло виникненню захисного озонового шару, який служить надійним захистом організмів від сильного ультрафіолетового випромінювання. Однак в XX столітті вченими було виявлено, що Антарктиді містить вкрай малу кількість озону.

У такому положенні вона знаходиться і до сьогоднішнього часу. Пошкоджена площа Антарктиди зіставляється розмірами площі Північної Америки. Основною причиною її виникнення називають активні запуски супутників, ракет і літаків.

Кислотні дощі викликаються роботою електростанцій. Такі явища провокують інші екологічні проблеми Землі, такі як загибель лісів. Так, близько 70% лісів в Чехії та Словаччині знищені цими дощами, подібну ситуацію можна спостерігати в Німеччині і Великобританії, де знищено 60% лісових масивів.

Подібне опустелювання є глобальною проблемою. Її суть полягає в погіршенні стану ґрунту, в результаті чого великі території стали непридатними до використання під сільське господарство. Щорічно внаслідок спалювання палива в атмосферу потрапляє 20 млрд т діоксиду вуглецю. Тільки при використанні вугілля і мазуту виділяється більше ніж 150 млн т сірчистого газу. Щороку в річки скидається близько 160 км3 промислових стоків. За такий же інтервал часу у ґрунти вноситься понад 500 млн т мінеральних добрив і приблизно 3 млн т отрутохімікатів, третина яких змивається у води суші й океану.

Спостерігаються небезпечні явища, які можуть радикально змінити зовнішність планети, загрожують існуванню багатьох видів рослин і тварин, являють собою небезпеку і для людського роду. Щорічно приблизно 6 млн га продуктивних земель перетворюється на пустелі. Через три десятиліття площа, що піддається, таким чином, запустинюванню, буде приблизно дорівнювати площі Саудівської Аравії. Щорічно знищується більше ніж 11 млн га лісу, і через три десятиліття площа загублених лісів буде приблизно дорівнювати площі Індії. Значна частина території, на якій раніше росли ліси, перетворюється на сільськогосподарські землі низької якості, які не можуть прогодувати людей, що живуть на цих землях. Унаслідок спалювання мінерального палива в атмосферу викидається ді- оксид вуглецю, що є причиною поступового потепління глобального клімату. Внаслідок такого «парникового ефекту» середні глобальні температури можуть зрости в XXI ст. настільки, що зміняться райони сільськогосподарського виробництва, моря вийдуть з берегів і затоплять прибережні міста, економіка зазнає серйозних втрат.

Інші гази промислового походження здатні пошкодити захисний озоновий шар планети, внаслідок чого різко зросте число захворювань людини і тварин раком.

Озоновий екран (озоносфера), що знаходиться на висоті 10-50 км, – це атмосферна зона з максимальною кількістю озону. Своїм існуванням озоновий шар завдячує діяльності фотосинтезуючих рослин і дії на кисень ультрафіолетових променів, він захищає все живе на Землі від згубної дії цих променів. Останніми роками вчені стурбовані тим, що товщина озонового шару поступово зменшується. На основі широкого використання новітніх досягнень науково-технічного прогресу з’являється можливість створення нової прогресивної технології, відповідного їй апаратного оформлення, на яких базуються виробництва, що за своєю суттю стають екологічно чистими, не завдають шкоди навколишньому середовищу. Реальним є одночасне розв’язання економічних, технічних, організаційних і екологічних проблем розвитку суспільного виробництва при менших витратах.

Лекція 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. МЕХАНІКА

Тема 1
КІНЕМАТИКА та ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ. СИЛИ В МЕХАНІЦІ

Кінематика поступального руху

План

1. Механічний рух. Система відліку. Кінематичні рівняння руху. Шлях та переміщення матеріальної точки.
2. Середня та миттєва швидкості.
3. Прискорення. Повне, нормальне, тангенціальне прискорення. Їх напрями та зв’язок між ними у векторному та скалярному видах.
4. Класифікація руху.

1. Механічний рух. Система відліку. Траєкторія, шлях і переміщення

Механіка – це вчення про найпростіші форми руху матерії, який полягає у переміщенні одного тіла відносно іншого або відносному переміщенні частин тіла з часом.

Механіка поділяється на кінематику, динаміку та статику.

Кінематика вивчає рух тіла незалежно від причин, що його викликають.

Динаміка вивчає закони руху та причини, що його обумовлюють.

Статика вивчає закони рівноваги тіл.

Ознайомимось з деякими поняттями, що використовуються надалі.

Механічна система – це сукупність тіл, що розглядаються в тій або іншій конкретній задачі.

Матеріальна точка – це тіло, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанями до інших тіл, що розглядаютьсяв даній задачі. Наприклад, при вивчені руху Землі навколо Сонця її можна вважати матеріальною точкою. Довільну систему тіл або макроскопичне тіло можна розглядати як ***систему матеріальних точок.***

Абсолютно тверде тіло – це тіло, деформаціями якого в даній задачі можна знехтувати.

Рух тіла завжди відбувається в часі і просторі. Абсолютний рух тіла, поза відношенням до інших тіл, позбавлений смислу. Рух завжди відносний, як відносним є саме поняття простору.

Тіло (сукупність тіл), яке умовно розглядається нерухомим і відносно якого розглядається рух інших тіл, називається ***тілом відліку***.

Тіло відліку, якому надана система координат і годинник, являє собою ***систему відліку***.

Для опису положення точки в просторі найчастіше використовується декартова система координат. У цій системі положення матеріальної точки цілком визначається заданням трьох її координат x, y, z або радіусом-вектором $\vec{r}$, проведеним з начала координат у дану точку A (рис. 1.1):

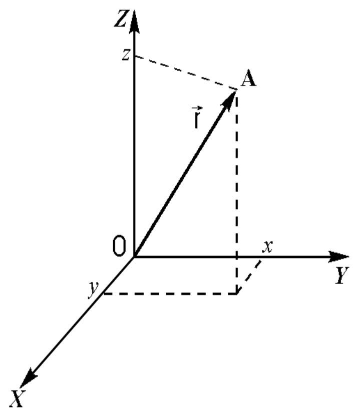

Рис. 1.1

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти, одиничні вектори координатних осей.

Коли точка рухається, змінюються з часом її координати і радіус-вектор. Для завдання закону руху треба вказати залежність від часу або координат, або радіуса-вектора:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t). \qquad (1.1а)$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \qquad (1.1б)$$

Рівняння 1.1а і 1.1б – це ***кінематичні рівняння руху.***

Траєкторія – лінія, яку “викреслює” точка в процесі руху. В залежності від форми траєкторії рух буває ***прямолінійним*** **та** ***криволінійним***. В ***поступальному русі*** будь-яка пряма, пов’язана з тілом, залишається паралельною сама собі. При цьому всі точки тіла описують подібні траєкторії (рис. 1.2). Ось чому в подальшому, розглядаючи поступальний рух твердого тіла, немає потреби в описі руху всіх його точок – досить розглянути рух однієї будь-якої точки, наприклад, як найчастіше це робиться, – центра мас тіла.

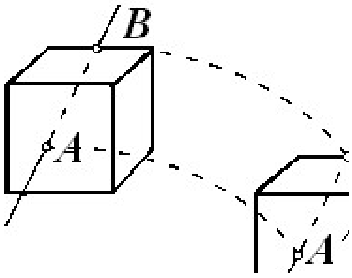

Рис. 1.2

Нехай матеріальна точка, рухаючись вздовж траєкторії (рис. 1.3), в певний момент часу займе положення *A*. Позначимо її радіус-вектор, проведенний з начала координат, як $\vec{r}_0$.Через деякий проміжок часу Δt точка займе положення *B* з радіусом-вектором $\vec{r}$.

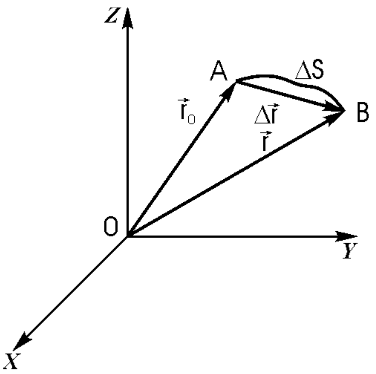

Рис. 1.3

Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, проведений з початкового у кінцеве положення точки, що рухається, називають її ***переміщенням*** (рис. 1.3). Інакше, переміщення дорівнює приросту радіуса-вектора $\vec{r}_0$ за деякий проміжок часу Δt.

Довжина відрізка траєкторії AB, пройденого точкою з моменту початку відліку часу, називається ***довжиною шляху*** ΔS і є скалярною величиною.

Шлях за цей час являє собою відстань по криволінійній траєкторії від положення *A* до положення *B*, якщо напрям руху не змінювався. В загальному випадку $\Delta S \neq |\Delta\vec{r}|$. Якщо ж точка *A* завгодно мало віддалена від *B*, то тоді переміщення і шлях позначаються символами нескінченно малих величин $|d\vec{r}|$ та dS відповідно. В цьому випадку модулі їх рівні: $|d\vec{r}| = dS$. Час руху між цими двома положеннями буде нескінченно малою величиною dt .

2. Середня та миттєва швидкості

Швидкість руху характеризує напрям і бистроту руху тіла.

Відношення переміщення до часу, протягом якого це переміщення відбулося, визначає ***середню швидкість руху***:

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.2)$$

Напрям середньої швидкості співпадає з напрямом переміщення.

При прямолінійному русі $|\Delta\vec{r}| = \Delta S$, звідки

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \qquad (1.3)$$

Назвемо ***швидкістю*** **(*миттєвою швидкістю*)** точки в положенні *A* границю, до якої прямує відношення $\Delta\vec{r}/\Delta t$ при Δt, що прямує до нуля:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1.4)$$

Отже, швидкість у точці A дорівнює першій похідній радіуса-вектора за часом. Вектори $d\vec{r}$ і $\vec{\upsilon}$ спрямовані по дотичній до траєкторії руху. Оскільки $|d\vec{r}| = dS$, то

$$\upsilon = \frac{dS}{dt}. \qquad (1.5)$$

Швидкість υ вимірюється в *метрах за секунду* (м/с).

З формули (1.5) випливає, що $dS = \upsilon dt$. Проінтегрувавши цей вираз за часом в границях від t до $t + \Delta t$, отримаємо довжину шляху, пройденого точкою за час Δt:

$$S = \int_{t}^{t+\Delta t} \upsilon dt. \qquad (1.6)$$

Швидкість $\vec{\upsilon}$ можна розкласти на три складові по осях декартової системи координат:

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k}, \qquad (1.7а)$$

причому,

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}; \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}; \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt},$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^{\;2} + \upsilon_y^{\;2} + \upsilon_z^{\;2}}. \qquad (1.7.б)$$

Матеріальна точка може брати участь одночасно в рухах у різних напрямках. Наприклад, тіло, кинуте під кутом до горизонту, бере участь одночасно в горизонтальному і вертикальному рухах. Існує принцип незалежності рухів, відповідно до якого кожен рух відбувається незалежно від інших. Отже, швидкість результуючого руху у даний момент часу є векторною сумою швидкостей складових рухів:

$$\vec{\upsilon} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\upsilon}_i. \qquad (1.8)$$

3. Прискорення та його складові

У загальному випадку швидкість може змінюватися з часом за якимось законом $\vec{\upsilon}(t)$. Швидкість – це вектор. Отже, вона може змінюватись за величиною, за напрямом, або одночасно за величиною і напрямом. Характеристикою бистроти зміни швидкості служить векторна величина – ***прискорення*** $\vec{a}$.

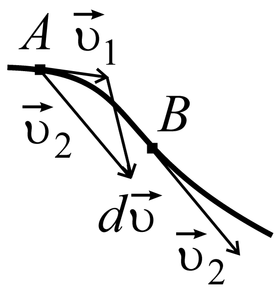

Рис. 1.4

Розглянемо рух точки вздовж криволінійної траєкторії (рис.1.4). На рисунку $\vec{\upsilon}_1$ позначає швидкість точки в положенні *A*, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкість точки в положенні *B*, $d\vec{\upsilon}$ – зміна швидкості за час dt руху від *A* до *B*. Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$.

За час Δt точка перейшла з одного положення в інше, вектор швидкості змінився на $\Delta \vec{\upsilon}$. ***Середнє прискорення*** визначається рівністю

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}. \qquad (1.9)$$

Напрям середнього прискорення збігається з напрямом $\Delta \vec{\upsilon}$.

Прискоренням називається границя, до якої прямує відношення $\Delta \vec{\upsilon}(t)/\Delta t$ при Δt, що прямує до нуля:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \qquad (1.10)$$

Таким чином, ***прискорення*** – це перша похідна швидкості за часом або друга похідна радіуса-вектора за часом. Оскільки $|d\vec{r}| = dS$, то

$$a = \frac{d^2S}{dt^2}. \qquad (1.11)$$

Напрям прискорення збігається з напрямом зміни швидкості $d\vec{\upsilon}$.
Прискорення вимірюється в *метрах за секунду в квадраті* (м/с^2).

Повне прискорення можна розкласти на дві складові (рис. 1.5):

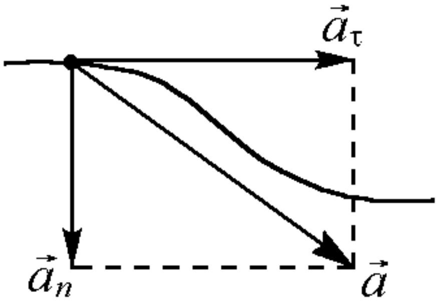

Рис. 1.5

Тангенціальне прискорення a_τ – характеризує зміну модуля швидкості і напрямлене по дотичній до траєкторії:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}. \qquad (1.12)$$

Нормальне (доцентрове) прискорення a_n – характеризує зміну швидкості за напрямом і напрямлене перпендикулярно дотичній до центра кривизни траєкторії:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1.13)$$

Повне прискорення точки – це геометрична сума тангенціальної та нормальної складових (рис. 1.5):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \qquad (1.14)$$

а модуль прискорення точки

$$a = \sqrt{a_\tau^{\ 2} + a_n^{\ 2}}. \qquad (1.15)$$

4. Класифікація руху

В залежності від тангенціальної та нормальної складових прискорення рух точки може бути:

1. $a_\tau = 0$, $a_n = 0$ – ***рівномірний прямолінійний:*** рух, при якому вектор швидкості залишається постійним ($\vec{\upsilon} = \text{const}$). Шлях при такому русі за час *t* дорівнює

$$S = \upsilon \cdot t. \qquad (1.16)$$

2. $a_\tau = const = a$, $a_n = 0$ – ***рівноприскорений прямолінійний***: рух, при якому величина швидкості збільшується за лінійним законом в залежності від часу руху, залишаючись постійною за напрямом. У загальному випадку руху з початковою швидкістю $|\vec{\upsilon}_0| = \upsilon_0$ швидкість у будь-який момент часу можна обчислити, знаючи прискорення a:

$$\upsilon = \upsilon_0 + at. \qquad (1.17)$$

Шлях при рівноприскореному русі за час *t* дорівнює

$$S = \int_0^t \upsilon dt = \int_0^t (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (1.18)$$

3. $a_\tau = f(t)$, $a_n = 0$ – ***прямолінійний рух зі змінним прискоренням***.

4. $a_\tau = 0$, $a_n = const$ – ***рівномірний рух по колу***. При $a_\tau = 0$ швидкість за модулем не змінюється, а змінюється лише за напрямком. З формули $a_n = const = \frac{\upsilon^2}{R}$ випливає, що $R = const$.

5. $a_\tau = const$, $a_n \neq 0$ – ***рівнозмінний криволінійний*** рух.

Лекція 3

Динаміка поступального руху. Сили в механіці

План

1. 1 закон Ньютона. Інерціальні системи відліку

В основі класичної механіки лежать три закони Ньютона (1642-1727), сформульовані в його праці «Математичні начала натурфілософії», опублікованій у 1687 р.

1 закон Ньютона стверджує**:** Існують такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки дія з боку інших тіл не виведе його з цього стану.

1 закон Ньютона носить назву ***закона інерції.*** Він виконується не в кожній системі відліку: у вагоні потягу лежить річ. Якщо потяг рухається рівномірно прямолінійно, то річ перебуває у спокої. Коли потяг починає рухатися з прискоренням, то річ буде рухатися відносно вагона без всякої дії з боку інших тіл. Отже ця система, що рухається з прискоренням, не є інерціальною.

Системи відліку, відносно яких виконується 1 закон Ньютона, називаються ***інерціальними.*** Строго кажучи, інерціальних систем в природі не існує, це – ідеалізація. Але є системи, які з великою точністю можна назвати інерціальними. (Геліоцентрична система з центром відліку в Сонці). Кожна система, що рухається з сталою швидкістю відносно інерціальної, теж інерціальна. Отже, можна стверджувати, що коли існує одна інерціальна система відліку, то їх може існувати безліч.

2. Маса. Сила. 2 закон Ньютона

Тіла, що рухаються, по-різному "опираються" зміні їхньої швидкості, тобто мають різну інертність. Мірою інертності тіл є ***маса*** m**.** Крім того маса є мірою гравітаційної взаємодії ***тіл*** (мірою тяжіння). Експериментально встановлено, що інертна і гравітаційна маси не відрізняються одна від одної. Одиниця маси – *кілограм* (кг). Діапазон мас у природі дуже широкий. Наприклад, маса електрона дорівнює $9{,}1\cdot10^{-31}$кг, а маса нашої Галактики – $2{,}2\cdot10^{41}$кг.

Маса – величина адитивна. Маса тіла дорівнює сумі мас окремих частин тіла, а маса системи дорівнює сумі мас матеріальних точок (тіл), з яких складається ця система.

Сила $\vec{F}$ – міра взаємодії тіл (дія, про яку говориться у 1 законі Ньютона) У результаті дії сили тіла або здобувають прискорення, або деформуються. Сила – величина векторна. Вектор сили визначається модулем, напрямом і точкою прикладання. Одиниця сили – *ньютон* (Н).

Якщо на тіло діє кілька сил, то їх дію на тіло можна замінити дією однієї сили $\vec{F}$, що дорівнює їх геометричній сумі:

$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\,, \qquad (1.19)$$

де $\vec{F}$ – рівнодійна сила.

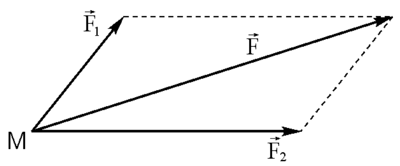

Рис. 1.6

Скласти сили – це означає знайти їхню рівнодійну $\vec{F}$. Цю операцію зробити простіше всього у випадку двох сил $\vec{F}_1$ і

$\vec{F}_2$, прикладених до однієї точки. Вектор $\vec{F}$ направлений по діагоналі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (рис. 1.6). Якщо на тіло діє n сил, прикладених до різних частин тіла, то для знаходження рівнодійної їх необхідно перенести в одну точку, а потім попарно скласти.

Другий закон Ньютона – основний закон динаміки поступального руху, описує зміну руху абсолютно твердого тіла під дією сили.

2 закон Ньютона: прискорення, якого набуває тіло, прямо пропорціональне прикладеній до нього силі і обернено пропорціональне масі тіла. Напрям прискорення збігається з напрямом прикладеної сили:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (1.20)$$

Якщо на тіло діє n сил, то під силою $\vec{F}$ у виразі (1.20) розуміється рівнодійна всіх цих сил (див. 1.19).

Другий закон Ньютона справедливий тільки в інерціальних системах відліку. З другого закону Ньютона випливає перший, як окремий випадок. Припустимо, що ніякі сили на тіло не діють, тобто $\vec{F} = 0$. Тоді $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = 0 \;\rightarrow\; \vec{\upsilon} = const$. Але це й є не що інше, як математичний запис І закону Ньютона. Тобто $\vec{\upsilon} = const$ при $\vec{F} = 0$.

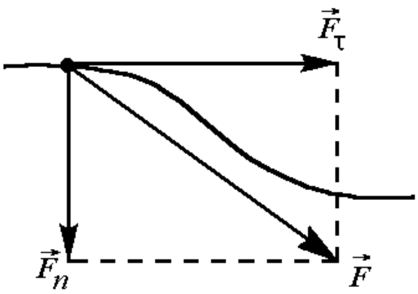

Рис. 1.7

В механіці велике значення має ***принцип незалежності дії сил***: прискорення, що надається тілу при одночасній дії декількох сил, дорівнює сумі прискорень, що надавала б цьому тілу кожна сила, діючи окремо.

Згідно цього принципу сили та прискорення можна розкладати на складові. Наприклад (рис.1.7), на точку діє сила $\vec{F} = m\vec{a}$. Розкладемо силу на дві складові: тангенціальну $\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau$ та нормальну $\vec{F}_n = m\vec{a}_n$. Силу можна знайти, як $\vec{F} = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n$, або у скалярному виді з урахуванням виразів (1.12) і (1.13) $F = \sqrt{F_\tau^2 + F_n^2} = m\sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = m\sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}$.

3. 3 закон Ньютона

Цей закон відображає той факт, що дія одного тіла на інше носить характер взаємодії. На тіло 1 з боку тіла 2 діє сила $\vec{F}_{2,1}$, одночасно на тіло 2 з боку тіла 1 діє рівна за величиною, але протилежно напрямлена сила $\vec{F}_{1,2}$. Користуючись рис. 1.8, можна записати:

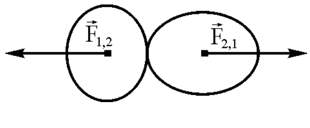

Рис. 1.8

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}, \qquad (1.21)$$

Ця рівність означає, що тіла діють одне на одне із силами, спрямованими уздовж однієї і тієї ж прямої, рівними за абсолютним значенням і протилежними за напрямом.

Звернемо увагу на те, що дві сили прикладені до р і з н и х тіл, отже знаходження їх «рівнодійної» безглузде.

4. Імпульс матеріальної точки. 2 закон Ньютона в імпульсній формі

Імпульсом тіла (матеріальної точки) називається вектор $\vec{p}_i$, який дорівнює добутку маси тіла (точки) m_i на його швидкість $\vec{\upsilon}_i$:

$$\vec{p}_i = m_i \vec{\upsilon}_i . \qquad (1.22)$$

Імпульс – векторна величина, що має напрям швидкості.
Одиниця імпульсу – кг·м/с. Спеціального найменування ця одиниця не має.

Векторна сума імпульсів матеріальних точок (тіл) даної системи – ***імпульс системи*** $\vec{p}$ **:**

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i . \qquad (1.23)$$

Запишемо рівність, що виражає другий закон Ньютона і замінимо прискорення згідно з його означенням, з урахуванням того, що $m = const$

$\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{\upsilon})}{dt}$, де $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ – імпульс матеріальної точки (тіла).

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \qquad \vec{F}dt = d\vec{p} . \qquad (1.24)$$

Це і є вираз другого закону Ньютона через імпульс. Вираз (1.24) називається ***рівнянням руху матеріальної точки.***

Величину $\vec{F}dt$ називають ***імпульсом сили***. Відповідно до другого закону Ньютона в імпульсній формі: зміна імпульсу матеріальної точки за відрізок часу dt дорівнює імпульсу сили, що діє на матеріальну точку, за цей же відтинок часу.

5. Закон збереження імпульсу

Введемо деякі поняття:

Механічна система – сукупність матеріальних точок (твердих тіл).

Внутрішні сили – сили, з якими тіла даної системи взаємодіють одне з іншим.

Зовнішні сили – сили, з якими на тіла даної системи діють тіла, що не входять в систему.

Замкнута (ізольована) система – система, на яку не діють зовнішні сили.

Розглянемо систему, що складається з n тіл (точок). На кожне тіло системи можуть діяти внутрішні (стосовно даної системи) і зовнішні сили, що діють з боку тіл, які не входять у дану систему. Запишемо другий закон Ньютона для кожного тіла системи:

$$\vec{f}_i + \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}, \qquad (1.25)$$

де $\vec{f}_i$ – рівнодійна усіх внутрішніх сил, що діють на i-е тіло системи;

$\vec{F}_i$ – рівнодійна усіх зовнішніх сил, що діють на це тіло;

$\vec{p}_i$ – імпульс даного тіла.

Необхідно записати n таких рівнянь. Для системи тіл, склавши ці рівняння почленно, одержимо

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{f_i} + \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\,\overrightarrow{p_i}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \qquad (1.26)$$

Згідно 3 закону Ньютона геометрична сума внутрішних сил дорівнює нулю $\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{f_i} = 0$.

Рівняння (1.26) перепишеться у вигляді $\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{F_i} = \sum_{i=1}^{n}\frac{d\overrightarrow{p_i}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

Якщо система замкнута, то $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{F_i} = 0$. Отже, для такої системи $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ і

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{\upsilon_i} = const. \qquad (1.27)$$

Ми одержали ***закон збереження імпульсу***: **імпульс замкнутої системи тіл є величина стала, тобто не змінюється з часом.**

Імпульс зберігається і для незамкнутої системи, якщо рівнодійна усіх зовнішніх сил дорівнює нулю.

В проєкціях на осі декартової системи координат закон збереження імпульсу запишемо так:

$$p_x = const \quad \text{при} \quad F_x = 0,$$

$$p_y = const \quad \text{при} \quad F_y = 0, \qquad (1.28)$$

$$p_z = const \quad \text{при} \quad F_z = 0.$$

Якщо система тіл не є замкнутою, але проєкція зовнішніх сил на якусь вісь дорівнює нулю, то проєкція імпульсу на цю вісь зберігається.

Закон збереження імпульсу, пов'язаний із симетрією простору (однорідністю простору), носить універсальний характер, тобто є фундаментальним законом природи**.**

Лекція 4

Динаміка поступального руху. Сили в механіці (продовження)

6. Центр інерції (мас) системи тіл.

Центр інерції (центр мас) системи матеріальних точок – це уявлювана геометрична точка, яка характеризує розподіл мас в цій системі. Радіус-вектор $\vec{r}_c$ центра мас системи n матеріальних точок визначається за рівністю

$$\vec{r}_c = \frac{\sum\limits_n m_i \vec{r}_i}{\sum\limits_n m_i} = \frac{\sum\limits_n m_i \vec{r}_i}{m}, \qquad (1.29)$$

де – m_i і $\vec{r}_i$ – відповідно маса і радіус-вектор *i*-ї точки;

$m = \sum\limits_n m_i$ – маса системи.

Центр мас може виявитися і поза тілом (наприклад, центр мас обруча знаходиться в його геометричному центрі).

Швидкість центра мас

$$\vec{\upsilon}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum\limits_n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum\limits_n m_i \vec{\upsilon}_i}{m}. \qquad (1.30)$$

Рівняння (1.30) перепишемо у вигляді:

$$m\vec{\upsilon}_c = \sum_n m_i \vec{\upsilon}_i$$

З урахуванням того, що $\vec{p}_i = m_i \vec{\upsilon}_i$, а $\sum\limits_n \vec{p}_i$ – імпульс $\vec{p}$ системи:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}_c, \qquad (1.31)$$

тобто імпульс системи дорівнює добутку маси системи на швидкість її центра мас.

Підставимо (1.31) в рівняння 2 закону Ньютона в імпульсній формі $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ і отримаємо ***закон руху центра мас:***

$$m\frac{d\vec{\upsilon}_c}{dt} = \vec{F}. \qquad (1.32)$$

Центр мас системи рухається так, начебто в ньому зосереджена вся маса системи, і до нього прикладена рівнодійна всіх сил, що діють на систему.

Цей закон дозволяє перейти від динаміки матеріальної точки до динаміки твердого тіла. Справді, тверде тіло можна розглядати як систему матеріальних точок. При цьому точкою прикладання сил, які діють на тіло, є центр мас, а закони руху мають такий же вигляд, як і для матеріальної точки.

З (1.32) видно, що в замкнутій системі швидкість центра мас стала. Центр мас замкнутої системи або перебуває в спокої, або рухається рівномірно прямолінійно.

7. Сили в механіці

1. Сила тяжіння.

Усі тіла (частинки) у природі піддаються гравітаційній взаємодії. Виявляється вона в притяганні (гравітації) тіл (частинок) одне одним із силами, що називаються ***гравітаційними***. Гравітаційні сили підлягають ***закону всесвітнього тяжіння*** Ньютона, відповідно до якого усі тіла притягаються одне до одного із силою, прямо пропорціональною добутку їх мас і обернено пропорціональною квадрату відстані між ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\ . \qquad (1.33)$$

Коефіцієнт пропорційності G зветься ***гравітаційною сталою*** і дорівнює гравітаційній силі, яка діє між двома матеріальними точками, що знаходяться на відстані 1 м одна від одної, з масами по 1 кг кожна. Значення G, отримане сучасними методами, приймається рівним $6{,}6745\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2. Малість величини G показує, що гравітаційна взаємодія значна тільки у випадку великих мас.

На будь-яке тіло масою m поблизу Землі діє сила, завдяки чому воно (позбавлене опори або підвісу) почне рухатися з прискоренням вільного падіння $\vec{g}$. Ця сила називається ***силою тяжіння,*** і вона дорівнює

$$\vec{P} = m\vec{g}\,. \qquad (1.34)$$

Із закону всесвітнього тяжіння можна визначити прискорення вільного падіння. Згідно закону всесвітнього тяжіння тіло масою m, що лежить біля поверхні Землі, притягується Землею з силою

$$F = G\frac{mM_з}{R^2}, \qquad (1.35)$$

де M та R – маса і радіус Землі, відповідно.
Порівнюючи (1.34) і (1.35), знайдемо

$$g = G\frac{M_з}{R^2}. \qquad (1.36)$$

Прискорення вільного падіння на рівні поверхні Землі на даній географічній широті для всіх тіл однакове: на полюсі $g = 9{,}83$ м/с^2, на екваторі $g =$ 9,78 м/с^2, на широті 45^0 $g = 9{,}81$ м/с^2.

Прискорення вільного падіння залежить від висоти над поверхнею Землі, зменшується приблизно на 0,03% на кожний 1 км підйому. На висоті 5000 км $g = 3{,}08$ м/с^2, а на висоті 50000 км $g = 0{,}13$ м/с^2.

Космічні швидкості. Швидкість, з якою відбувається рух тіла по коловій орбіті навколо Землі під дією сили всесвітнього тяжіння, називається першою космічною швидкістю υ_1. Тіло, якому надана перша космічна швидкість, стане штучним супутником Землі. При цьому супутник буде рухатися з постійною по величині швидкістю і доцентровим прискоренням $a_ц = g$. Нехтуючи висотою супутника над поверхнею Землі і скориставшись виразом $a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, у який замість R підставимо радіус Землі, одержимо

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9{,}8\cdot 6{,}4\cdot 10^6} \approx 8\cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Швидкість, яку необхідно надати тілу, щоб воно перебороло притягання Землі і почало рухатися по коловій орбіті навколо Сонця, називається другою космічною швидкістю υ_2= 11,2 км//год.

Швидкість, яку необхідно надати тілу, щоб воно перебороло притягання Сонця і залишило Сонячну систему, називається третьою космічною швидкістю υ_3= 16,7 км//год.

2. Сили пружності.

Під дією зовнішніх сил чи полів тіло може змінювати форму, тобто деформуватися. Якщо після припинення зовнішніх дій деформація зникає, то така деформація називається ***пружною***. Деформація, що залишається після зняття навантаження, називається ***пластичною***. Деформації зводяться до розтягання (стиску) і зсуву. При деформаціях змінюється відносне розташування атомів чи молекул..

Деформація розтягування (стиснення) характеризується абсолютним видовженням $\Delta\ell$*:*

$$\Delta\ell = \ell - \ell_0 \ , \tag{1.37}$$

де ℓ_0 і ℓ – довжина зразка до і після деформації, відповідно. При розтягуванні $\Delta\ell > 0$, при стисненні $\Delta\ell < 0$.

Відносним видовженням називається величина

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \ . \tag{1.38}$$

Якщо під дією прикладеної сили атоми зміщаються зі своїх рівноважних положень у кристалі на відстані, менші міжатомних, то виникають сили пружності, що повертають атоми в положення рівноваги.

Механічним напруженням σ називається відношення сили *F*, що розтягує (стискує) зразок, до величини поперечного перерізу зразка *S*, перпендикулярного силі пружності, тобто

$$\sigma = \frac{F}{S} \ . \tag{1.39}$$

За одиницю механічного напруження приймають *паскаль* (Па).

При малих пружних деформаціях виконується закон Гука: механічне напруження прямо пропорційне відносному видовженню:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \ , \tag{1.40}$$

Коефіцієнт пропорційності *E* називається ***модулем пружності, або модулем Юнга***. З (1.40) видно, що модуль Юнга визначається напруженням, яке створює відносне видовження рівне одиниці. Модуль Юнга залежить від матеріалу зразка.

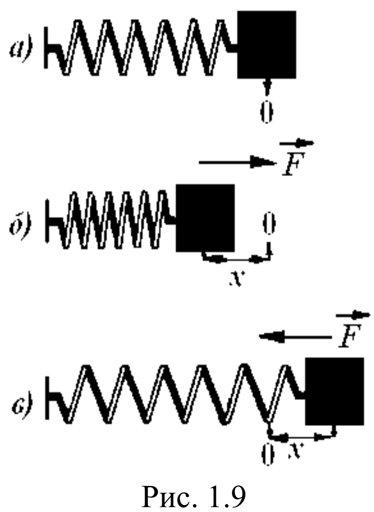

Рис. 1.9

В області пружної деформації тіла існує лінійна залежність між деформацією x і величиною сили пружності F (рис. 1.9):

$$F = -kx \ . \tag{1.41}$$

Величину *k* звичайно називають ***жорсткістю тіла***, або ***коефіцієнтом жорсткості***. Знак мінус означає, що сила пружності спрямована в бік зменшення деформації.

Найбільше напруження, при якому не настають помітні залишкові деформації, називається границею пружності. При навантаженнях, що перевищують границю пружності, закон Гука не виконується. Тіла, які мають малу границю пружності (тіла зі свинцю, м'якої глини, воску), називаються пластичними*,* інші – пружними (сталь, скло).

3. Сили тертя.

Сили тертя виникають на поверхні стичних тіл і перешкоджають їх відносному руху. Розрізняють три види тертя: тертя спокою, тертя ковзання і тертя кочення.

Якщо відносна швидкість стичних тіл дорівнює нулю, то спостерігається ***тертя спокою***. Сили тертя в цьому випадку можуть приймати будь-які значення від нуля до деякої максимальної величини в залежності від модуля і напрямку прикладеної зовнішньої сили.

Сила тертя ковзання виникає при відносному русі контактуючих тіл і завжди спрямована вздовж границі контакту тіл протилежно відносній швидкості.

Французькі фізики Г. Амонтон (1663-1705) і Ш. Кулон (1736-1806) дослідним шляхом встановили наступний закон: *сила тертя ковзання пропорційна силі нормального тиску, або силі реакції опори* N *:*

$$F_{\text{тер}} = \mu \cdot N \ . \qquad (1.42)$$

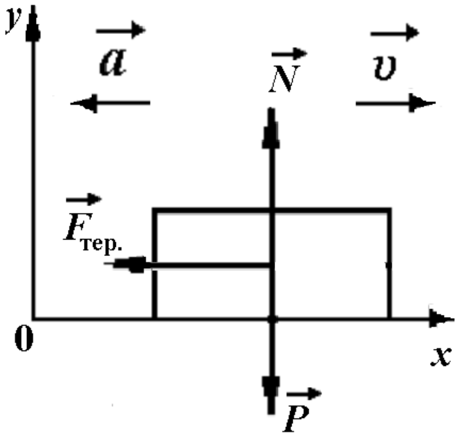

Рис. 1.10

Величину μ називають коефіцієнтом тертя. Для даної пари поверхонь μ є величиною сталою, залежною від роду і якості стичних поверхонь. Коефіцієнт тертя ковзання залежить і від відносної швидкості тіл. При малих швидкостях можна вважати, що коефіцієнт тертя ковзання дорівнює коефіцієнту тертя спокою.

Розглянемо тіло, що рухається по горизонтальній площині під дією тільки сили тертя (рис. 1.10). Сила тертя ковзання завжди направлена проти відносного руху. Прискорення, яке ця сила надає тілу, теж спрямоване проти руху, тобто від'ємне. З другого закону Ньютона $a = -\dfrac{F_{\text{тр}}}{m}$.

Для даного випадку $N = mg$ і $F_{\text{тер}} = \mu \cdot mg$.

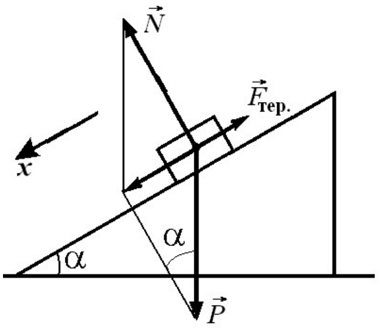

Рис. 1.11

Розглянемо тіло, що рухається по похилій площині під дією тільки сили тертя (рис. 1.11). Отримаємо вираз для сили тертя. Згідно (1.42) $F_{\text{тер}} = \mu \cdot N$. З рисунку видно, що $N = P \cdot \cos\alpha = mg \cdot \cos\alpha$, з урахуванням цього $F_{\text{тер}} = \mu \cdot mg \cos\alpha$

Силу тертя можна зменшити, якщо замінити тертя ковзання тертям кочення, що, наприклад, реалізується у шарикопідшипниках. ***Сила тертя кочення*** обернено пропорційна радіусу r тіла, що котиться:

$$F_{\text{тр}} = \frac{f_k \cdot N}{r}, \qquad (1.43)$$

де f_k – коефіцієнт тертя кочення.

8. Механічний принцип відносності Галілея

Розглянемо дві інерціальні системи. Одна з них K' рухається відносно іншої K (рис. 1.12) із сталою швидкістю $\vec{\upsilon}$. Осі декартової системи відліку позначимо відповідно x', y', z' та x, y, z. Для простоти вважатимемо, що рух відбувається вздовж осі x, при цьому припустимо, що в початковий момент часу $t = 0$ обидві системи суміщались. Візьмемо якусь матеріальну точку *A*. Розглянемо її координати відносно обох цих систем в якийсь момент часу t і знайдемо зв'язок між цими координатами.

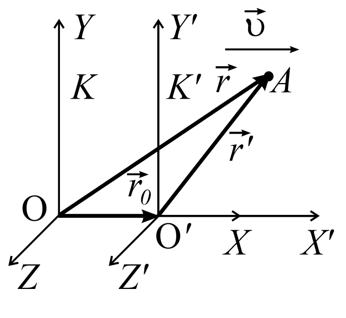

Рис.1.12

В класичній механіці час вважається абсолютним, тобто перебіг часу в різних системах відліку однаковий. В нашому випадку це означає, що $t = t'$.

Позначимо радіуси-вектори точки *A* в системі *K* через $\vec{r}$, а в системі K' – через $\vec{r}\,'$, радіус-вектор точки O' – $\vec{r}_0$, З наведеної побудови знаходимо $\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0$:, Врахуємо, що $\vec{r}_0 = \vec{\upsilon}t'$. Отже, шукане перетворення таке:

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{\upsilon}t', \qquad t = t'. \qquad (1.44)$$

Або в декартових координатах:

$$x = x' + \upsilon t', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (1.45)$$

Це і є *перетворення Галілея*, за якими, знаючи координати точки в рухомій системі *К*´, знаходимо координати цієї ж точки відносно системи *К*. Цілком очевидним є і зворотне перетворення:

$$\vec{r}\,' = \vec{r}_0 - \vec{\upsilon}t, \quad t' = t. \qquad (1.46)$$

Або

$$x' = x - \upsilon t, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \qquad (1.47)$$

Встановимо зв'язок між швидкостями матеріальної точки в системах *К* та *К'*. Для цього знаходимо похідну від рівності $\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{\upsilon}t'$ за часом, враховуючи, що $t = t'$:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}\,'}{dt} + \vec{\upsilon} \quad \Rightarrow \quad \vec{u} = \vec{u}\,' + \vec{\upsilon}. \qquad (1.48)$$

Тут $\vec{u}$ – швидкість матеріальної точки в системі *К*;
$\vec{u}\,'$ – швидкість цієї ж точки в системі *К';*
$\vec{\upsilon}$ – швидкість системи *К'* відносно системи *К*.

Щоб знайти зв'язок між прискореннями в цих двох інерціальних системах, знайдемо похідну за часом від рівності $\vec{u} = \vec{u}\,' + \vec{\upsilon}$. При цьому врахуємо, що $\vec{\upsilon} = const$, $\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = 0$. Тоді:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}\,'}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{a}\,'. \qquad (1.49)$$

Отже прискорення матеріальної точки відносно інерціальної системи *К* (нерухомої) таке ж, як і прискорення відносно системи *К'*.
Із рівності прискорень одного й того ж тіла в різних інерціальних системах відліку випливає і рівність діючих на них сил. Сказане вище приводить до висновку, відомого під назвою «Механічний принцип відносності» або ***«Принцип відносності Галілея»***: Ніякими механічними дослідами, проведеними в інерціальній системі, неможливо встановити, рухається ця система рівномірно прямолінійно, чи перебуває в стані спокою відносно іншої інерціальної системи.

Приклад: Коли б вагон поїзда рухався рівномірно прямолінійно відносно залізничної станції по ідеальній колії з закритими вікнами, звуконепроникними стінами і т. ін., то ми ніякими дослідами з механіки не змогли б установити, чи справді ми рухаємося, чи стоїмо.

Наведемо більш строге формулювання принципу відносності Галілея: *закони механіки в усіх інерціальних системах однакові*. Або: *Закони механіки інваріантні відносно перетворень Галілея.*

Механічний принцип відносності відображає цілком певні властивості простору і часу, зокрема абсолютність перебігу часу.

Лекція 5

Тема 2
ЕНЕРГІЯ, РОБОТА, ПОТУЖНІСТЬ

План

1. Енергія, робота, потужність.
2. Консервативні та дисипативні сили.
3. Кінетична енергія.
4. Потенціальна енергія.
5. Закон збереження енергії.
6. Графічна інтерпретація енергії.

1. Енергія, робота, потужність

Енергія – одне з найважливіших, найбільш фундаментальних понять фізики. ***Енергія*** – універсальна міра різних форм руху і взаємодії. З різними формами руху зв'язані різні форми енергії: механічна, теплова, електромагнітна і т.і. Механічна енергія – найпростіший вид енергії. Механічна енергія характеризує систему з точки зору можливих у ній кількісних і якісних перетворень, здатність системи до виконання роботи.

До зміни механічного руху тіла призводить дія на нього інших тіл. Для того щоб кількісно охарактеризувати процес обміну енергією між взаємодіючими тілами, в механіці вводиться поняття ***роботи сили.***

Елементарною роботою dA при нескінченно малому переміщенні $d\vec{r}$ тіла під дією сили $\vec{F}$ розуміють скалярний добуток $\vec{F}$ і $d\vec{r}$:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr\cos\alpha \,. \qquad (2.1)$$

Тут α – кут між напрямом сили і переміщенням. Переміщення таке мале, що сила при русі тіла по відповідній траєкторії залишається незмінною як за величиною, так і за напрямом. При цьому шлях і переміщення за модулем рівні $dS = |d\vec{r}|$, так що роботу можна записати у вигляді:

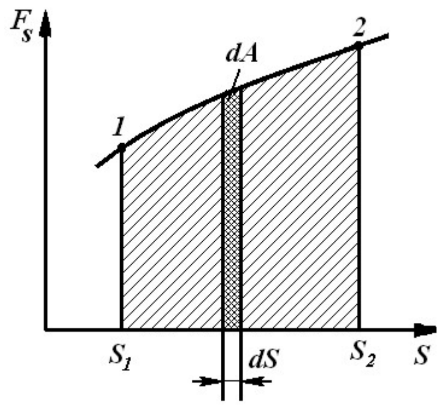

Рис. 2.1

$$dA = FdS\cos\alpha \,. \qquad (2.2)$$

Коли треба знайти роботу на відрізку шляху 1-2, уздовж якого сила змінюється, то весь шлях ділимо на такі малі відрізки, щоб на кожному з них силу можна було вважати незмінною (рис. 2.1). Робота сили на кінцевому відрізку шляху від точки 1 до точки 2 дорівнює алгебраїчній сумі елементарних робіт на окремих нескінченно малих відрізках. Така сума виражається інтегралом:

$$A = \int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = \int_1^2 FdS\cos\alpha \,. \qquad (2.3)$$

Для обчислення цього інтеграла треба знати залежність сили F від шляху S. Якщо ця залежність представлена графічно, то робота A визначається на графіку площею заштрихованої фігури (рис. 2.1). Якщо тіло рухається прямолінійно під дією сталої сили $\vec{F}$, яка напрямлена під кутом α до переміщення (рис. 2.2), то механічна робота дорівнює добутку модуля сили на модуль переміщення точки (тіла) S і на косинус кута між напрямом сили і переміщенням:

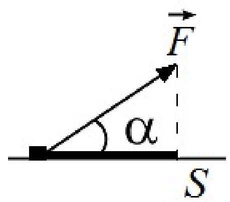

Рис. 2.2

$$A = FS\cos\alpha \,. \qquad (2.4)$$

Робота вимірюється в *джоулях* (Дж).

Робота – алгебраїчна величина. Робота додатна, якщо $\alpha < \pi/2$, від'ємна, якщо $\alpha > \pi/2$, і дорівнює нулю при $\alpha = \pi/2$.

Для характеристики дії різних машин важлива не тільки величина роботи, яку може виконати певна машина, а й час, протягом якого ця робота може бути виконана. Інтенсивність здійснення роботи характеризується ***потужністю N***, що визначається як відношення виконаної роботи до часу виконання:

$$N = \frac{dA}{dt}\ . \qquad (2.5)$$

За час dt сила $\vec{F}$ виконує роботу $\vec{F}d\vec{r}$, і ***потужність в даний момент часу***

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon} = F\upsilon\cos\alpha\,, \qquad (2.6)$$

тобто дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор швидкості, з якою рухається точка, до якої прикладена сила.

Потужність вимірюється в *ватах* (Вт). На практиці досить часто використовується позасистемна одиниця потужності – «кінська сила». 1 к.с.=736 Вт.

Будь-який механізм, що виконує роботу, повинен діставати енергію, за рахунок якої ця робота виконується. Частина цієї енергії витрачається на подолання сил тертя, які завжди діють у будь-яких механізмах. Відношення потужності, яку механізм передає споживачеві, до всієї потужності, що підводиться до механізму, називається ***коефіцієнтом корисної дії (к.к.д.)*** даного механізму. Якщо потужність, яка підводиться до механізму, позначити через N_1, а потужність, яку механізм віддає споживачеві, через N_2, то к.к.д. η механізму

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} \cdot 100\%\,. \qquad (2.7)$$

Оскільки втрати потужності неминучі в будь-якому механізмі, то к.к.д. завжди менший за одиницю; його звичайно подають у відсотках.

2. Консервативні та дисипативні сили

Консервативними називаються сили, робота яких не залежить від форми шляху (від траєкторії), уздовж якого виконується робота, а визначається лише початковим та кінцевим положеннями тіла. Коли ж сила вказаній умові не відповідає, вона називається ***дисипативною*** (або розсійною).

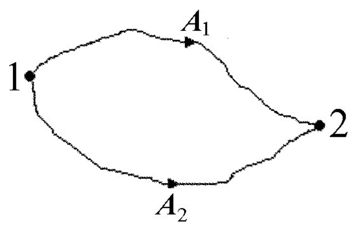

Рис. 2.3

Так, за означенням консервативності сил, $A_1 = A_2$ (рис. 2.3). Зміна напряму руху викликає зміну знаку роботи консервативної сили $A_{1-2} = -A_{2-1}$. Робота консервативних сил по замкнутому контуру дорівнює нулю: $\oint\limits_L \vec{F}d\vec{r} = A_{1-2} + A_{2-1} = -A_{2-1} + A_{2-1} = 0$.

Прикладом таких сил у механіці служать сили гравітації, пружності. Прикладом дисипативних сил – сила тертя. Система, у якій діють тільки консервативні сили (зовнішні і внутрішні), називається ***консервативною***.

3. Кінетична енергія

Предметом фізики є вивчення різноманітних форм руху матерії. Мірою руху матерії є енергія. Енергія системи змінюється в процесі виконання роботи. Тобто можна визначити роботу як процес, у якому під дією сил змінюється енергія системи, і як кількісну міру цієї зміни. У механіці розрізняють два види енергії – ***кінетичну і потенціальну***.

Енергія, як і робота, вимірюється в *джоулях* (Дж).

***Кінетична* енергія** W_k – це енергія тіла, що рухається.

Сила $\vec{F}$, що діє на нерухоме тіло і спричиняє його рух, виконує елементарну роботу $dA = \vec{F}d\vec{r}$. Дотична складова F_τ сили F змінює чисельне значення швидкості тіла. Згідно з другим законом Ньютона $F_\tau = m\dfrac{d|\vec{\upsilon}|}{dt}$, отже $dA = m\dfrac{d\upsilon}{dt}dr$. Так як $\upsilon = \dfrac{dr}{dt}$, то $dA = m\upsilon d\upsilon$. Енергія тіла, що рухається, збільшується на величину затраченої роботи, тобто $dA = dW_k = m\upsilon d\upsilon$, звідки $W_k = \int\limits_0^\upsilon m\upsilon d\upsilon = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$.

Кінетична енергія матеріальної точки масою m_i***, що рухається зі швидкістю*** $\vec{\upsilon}_i$***,***

$$W_{k\,i} = \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}. \qquad (2.8)$$

З формули (2.8) видно, що кінетична енергія залежить від маси тіла та швидкості його руху, отже кінетична енергія системи є функцією стану руху системи. Кінетична енергія завжди додатна.

При виводі формули (2.8) передбачалося, що рух розглядався у інерціальній системі (інакше неможливо використовувати закони Ньютона). В різних інерціальних системах, що рухаються відносно одна одної, швидкість тіла, а відповідно, і його кінетична енергія будуть різними. Таким чином кінетична енергія залежить від вибору системи відліку.

Кінетична енергія системи, що складається з n матеріальних точок, дорівнює сумі їх кінетичних енергій:

$$W_k = \sum_{i=1}^{n} W_{k\,i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}. \qquad (2.9)$$

Зміна кінетичної енергії системи тіл відбувається під дією різноманітних сил, що діють на всі тіла цієї системи, тобто

$$dW_k = dA, \qquad (2.10)$$

де dA – сумарна робота цих сил.

Лекція 6

ЕНЕРГІЯ. РОБОТА. ПОТУЖНІСТЬ (продовження)

4. Потенціальна енергія

Поля консервативних (потенціальних) сил називаються ***потенціальними.*** Тіло в потенціальному полі має потенціальну енергію. Коли говорять про потенціальну енергію якогось тіла, то завжди мають на увазі енергію взаємодії цього тіла з іншими тілами, хоч і не завжди говорять про це явно.

Потенціальна енергія W_n – механічна енергія, обумовлена взаємним розташуванням тіл у системі (конфігурацією системи) та характером сил взаємодії між ними**.** Зміна конфігурації системи пов'язана тільки зі станом системи на початку і наприкінці процесу, вона не залежить від проміжних конфігурацій, через які проходила система. Тобто зміна потенціальної енергії системи пов'язана з роботою тільки консервативних сил цієї системи. При виконанні консервативними силами додатної роботи відбувається зменшення потенціальної енергії системи. Наприклад, коли камінь падає в полі тяжіння Землі, то робота консервативних сил додатна, потенціальна енергія зменшується.

Зміна потенціальної енергії системи дорівнює роботі її консервативних сил (внутрішніх або зовнішніх стосовно системи), взятій з протилежним знаком:

$$dW_n = -dA \ . \qquad (2.11)$$

Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенціальної енергії W_n.

Перепишемо формулу (2.11) з урахуванням $dA = \vec{F}d\vec{r}$:

$$\vec{F}d\vec{r} = -dW_n , \qquad (2.12)$$

звідки

$$W_n = -\int \vec{F}d\vec{r} + const \ . \qquad (2.13)$$

Потенціальна енергія визначається з точністю до деякої постійної. Щоб $const = 0$ обирають «нульовий» рівень відліку – енергія тіла в цьому положенні вважається рівною нулю. А енергію в інших положення відлікують відносно «нульового» рівня.

Для консервативних сил з рівняння (2.12)

$$F = -\frac{dW_n}{dr} \quad \text{або} \quad F_x = -\frac{\partial W_n}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial W_n}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial W_n}{\partial z} ,$$

у векторному вигляді

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_n}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_n}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_n}{\partial z}\vec{k} \right) = -grad\, W_n \ . \qquad (2.14)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти, одиничні вектори координатних осей.

Сила, що діє на тіло у потенціальному полі, дорівнює взятому із звортнім знаком градієнту потенціальної енергії тіла.

Конкретний вигляд функції W_n залежить від характеру силового поля. Наприклад:

1. ***Потенціальна енергія тіла масою*** m ***, піднятого на висоту*** h ***над поверхнею Землі.*** На тіло діє сила тяжіння $p = mg$. Потенціальна енергія тіла дорівнює роботі сили тяжіння при падінні тіла з висоти на поверхню Землі : $A = ph$,

$$W_n = mgh , \qquad (2.15)$$

де h – висота, що відраховується від нульового рівня, для котрого $W_{n_0} = 0$.

2. ***Потенціальна енергія тіла масою m, що знаходиться на дні шахти глибиною h'.*** За нульовий рівень приймаємо поверхню Землі, тому потенціальна енергія тіла, що знаходиться на дні шахти

$$W_n = -mgh' \tag{2.16}$$

Так як начало відліку (нульовий рівень) вибирається довільно, то потенціальна енергія може приймати від'ємні значення.

3. ***Потенціальна енергія пружньодеформованого тіла.*** Деформація відбувається під дією сили F, яка за 3 законом Ньютона дорівнює за модулем силі пружності і напрямлена протилежно до неї $F = -F_{np} = kx$. Елементарна робота $dA = Fdx = kx\,dx$, а повна робота $A = \int_0^x kx\,dx = \frac{kx^2}{2}$ іде на збільшення потенціальної енергії тіла. Таким чином, потенціальна енергія пружньодеформованого тіла

$$W_n = \frac{kx^2}{2}. \tag{2.17}$$

Потенціальна енергія системи є функцією стану розположення системи. Вона залежить тільки від конфігурації системи і її положення відносно зовнішніх тіл.

5. Закон збереження повної механічної енергії

У попередній лекції ми надали означення енергії як універсальної міри різних форм руху і взаємодії. Отже, ***повна механічна енергія системи*** дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій:

$$W = W_k + W_n. \tag{2.18}$$

Розглянемо систему, що складається з n тіл (точок). На кожне тіло системи можуть діяти внутрішні і зовнішні консервативні сили, та зовнішні неконсервативні сили. Запишемо другий закон Ньютона для кожного тіла системи:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} = \vec{F}_i' + \vec{F}_i + \vec{f}_i, \tag{2.19}$$

де $-\vec{F}_i'$ – рівнодійна усіх внутрішніх консервативних сил, що діють на i-е тіло системи;

$\vec{F}_i$ – рівнодійна усіх зовнішніх консервативних сил, що діють на це тіло;

$\vec{f}_i$ – рівнодійна усіх зовнішніх неконсервативних сил, що діють на це тіло.

Рухаючись під дією сил, тіла (точки) за інтервал часу dt здійснюють переміщення. Помножимо кожне рівняння скалярно на відповідне переміщення:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt}d\vec{r}_i = \vec{F}_i'd\vec{r}_i + \vec{F}_i d\vec{r}_i + \vec{f}_i d\vec{r}_i,$$

З урахуванням того, що $d\vec{r}_i = \vec{\upsilon}_i dt$ отримаємо:

$$m_i(\vec{\upsilon}_i d\vec{\upsilon}_i) = (\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i + \vec{f}_i d\vec{r}_i$$

Необхідно записати n таких рівнянь. Для системи тіл, склавши ці рівняння почленно, одержимо:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{\upsilon}_i d\vec{\upsilon}_i) - \sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{f}_i d\vec{r}_i \,. \qquad (2.20)$$

Перший член лівої частини равенства (2.20) $\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{\upsilon}_i d\vec{\upsilon}_i) = \sum_{i=1}^{n} d(m_i\vec{\upsilon}_i^2/2) = dW_k$, де dW_k – приріст кінетичної енергії. Другий член $\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i$ дорівнює елементарній роботі внутрішніх і зовнішніх консервативних сил, взятій із знаком мінус, тобто дорівнює елементарному приросту потенціальної енергії dW_n системи. Права частина рівняння (2.20) задає роботу dA зовнішніх неконсервативних сил, що діють на систему. Таким чином, маємо:

$$d(W_k + W_n) = dA \,. \qquad (2.21)$$

При переході системи із стану 1 до стану 2

$$\int_1^2 d(W_k + W_n) = A_{1-2}\,,$$

Зміна повної механічної енергії системи при переході з одного стану в інший дорівнює роботі, виконаної при цьому зовнішніми неконсервативними силами. При відсутності неконсервативних сил $dA = 0$ і, отже, із (2.21) випливає, що $dW = 0$, а

$$W = W_k + W_n = const \,. \qquad (2.22)$$

***Це закон збереження енергії в механіці*:** повна механічна енергія консервативної системи – величина стала. (Дивись означення консервативної системи у лекції 5).

Закон збереження енергії випливає з однорідності часу, тобто незалежності законів фізики від вибору початку відліку часу.

Застосування законів збереження до розв'язання механічних задач дозволяє не розглядати проміжні стани системи, а відразу порівнювати початковий і кінцевий стан. Це полегшує і прискорює розв'язання задач.

Для прикладу розглянемо ідеалізовані удари – короткочасні взаємодії тіл.

Абсолютно пружний центральний удар двох тіл – удар, при якому тіла відскакують одне від одного, зберігаючи сумарну кінетичну енергію.

Відомі маси m_1 и m_2 цих тіл а їх швидкості $\vec{\upsilon}_1$ і $\vec{\upsilon}_2$ спрямовані по лінії їх центрів. Після удару швидкості цих тіл $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$, відповідно, спрямовані уздовж тієї ж лінії. Для рішення цієї задачі (тобто знаходження швидкостей $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$) можна використовувати закони збереження імпульсу й енергії:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2\,,$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^{\;2}}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^{\;2}}{2} = \frac{m_1u_1^{\;2}}{2} + \frac{m_2u_2^{\;2}}{2}\,.$$

Ця система рівнянь з двома невідомими розв'язується досить легко. Знайдемо швидкості тіл u_1 та u_2 після удару:

$$u_1 = \frac{\upsilon_1(m_1 - m_2) + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}\,, \qquad u_2 = \frac{\upsilon_2(m_2 - m_1) + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}\,.$$

Абсолютно непружний центральний удар. Після удару тіла злипаються і продовжують рухатися разом із загальною швидкістю $\vec{u}$. Загальну швидкість $\vec{u}$ можна знайти за законом збереження імпульсу: $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$.

При такому ударі частина механічної енергії переходить у внутрішню енергію (тобто в тепло). За законом збереження і перетворення енергії можна взнати ці втрати на тепло:

$$\Delta Q = \Delta W = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$

6. Графічна інтерпретація енергії

Графік залежності потенціальної енергії від деякого аргументу називається ***потенціальною кривою.***

Розглянемо тільки консервативні системи:

1. ***Потенціальна енергія тіла масою*** m***, піднятого на висоту*** h ***над поверхнею Землі,*** згідно з (2.15) дорівнює $W_n = mgh$. Графік данної залежності є пряма лінія, що проходить через начало координат (рис. 2.4). Повна енергія тіла – W (її графік – пряма, паралельна осі h). На висоті h тіло має потенціальну енергію W_n.

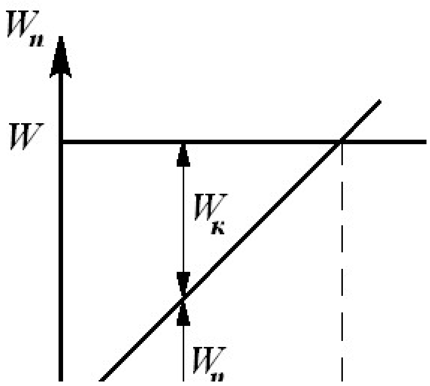

Рис. 2.4

Кінетична енргія задається ординатой між графіком потенцільної прямої і горизонтальною прямою, що задає повну енергію. Із рисунка випливає: якщо $h = h_{\max}$, то $W_k = 0$ і $W = W_n = mgh_{\max}$.

2. ***Залежність потенціальної енергії пружньої деформації*** $W_n = \frac{kx^2}{2}$ ***від деформації*** x має вигляд параболи (рис. 2.5), де графік повної енергії тіла W – пряма, паралельна осі абцис. З рис 2.5 випливає, що із збільшенням деформації потенціальна енергія тіла теж збільшується, а кінетична – зменшується. Абциса $x_{\max}$ визначає максимально можливу деформацію розтягання тіла, а $-x_{\max}$ – максимально можливу деформацію стиснення. Якщо $x = \pm x_{\max}$, то $W_k = 0$ і $W = W_n = \frac{kx^2}{2}$. Так як кінетична енергія тіла не може бути від'ємною, то потенціальна енергія не може бути більша за повну енергію. В такому разі говорять, що тіло знаходиться у потенціальній ямі з координатами $-x_{\max} \le x \le x_{\max}$.

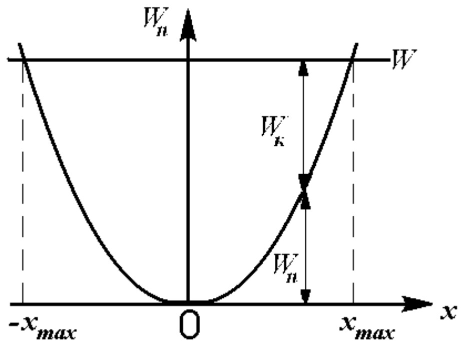

Рис. 2.5

Лекція 7

Тема 3
КІНЕМАТИКА та ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

План

1. Елемент кутового переміщення.
2. Кутова швидкість. Одиниця кутової швидкості. Зв'язок лінійної та кутової швидкостей. Період, частота, циклічна частота, зв'язок між ними.
3. Кутове прискорення. Одиниця кутового прискорення.
4. Зв'язок нормального та тангенціального прискорення з кутовою швидкістю та кутовим прискоренням.
5. Момент інерції матеріальної точки. Момент інерції твердого тіла. Моменти інерції деяких тіл правильної геометричної форми. Теорема Штейнера.
6. Момент сили. Момент імпульса.
7. Кінетична енергія тіла, що обертається.
8. Основне рівняння динаміки обертального руху. Робота при обертанні тіла.
9. Закон збереження момента імпульса.
10. Порівняння величин поступального та обертального руху.

1. Елемент кутового переміщення

Обертальний рух твердого тіла – це рух, при якому всі точки тіла описують колові траєкторії, центри яких розміщені на одній прямій – осі обертання. Говорити про обертальний рух точки відносно осі, на якій вона лежить, безглуздо.

Розглянемо обертання абсолютно твердого тіла навколо осі, що не обертається в просторі. Окремі точки тіла будуть описувати кола різних радіусів, тобто проходити різні шляхи S за один і той же час, і мати різні швидкості υ та прискорення a. Тому для обертального руху тіла неслушно використовувати S, υ, a. Але усі точки тіла за один і той же час повернуться на один і той же кут φ.

Кут повороту φ вимірюється в *радіанах* (рад).

Мірой переміщення тіла за малий проміжок часу dt є вектор ***елементарного кутового переміщення*** $d\vec{\varphi}$. По модулю елементарне кутове переміщення дорівнює куту повороту $d\varphi$, а напрям визначається за правилом правого гвинта або свердлика: напрям $d\vec{\varphi}$ збігається з напрямом поступального руху вістря свердлика вздовж осі, якщо ручку свердлика обертати в напрямі руху точки по колу (рис. 3.1).

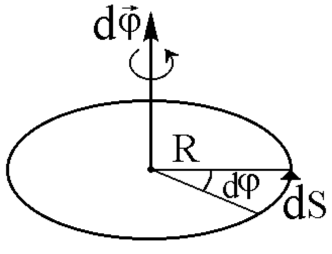

Рис. 3.1

Строго кажучи, $d\vec{\varphi}$ – псевдовектор. Вектори, пов'язані з напрямом обертального руху, називають ще аксіальними векторами. $d\vec{\varphi}$ при обертальному русі грає таку ж роль, як $d\vec{r}$ при поступальному. Для шляху S при поступальному русі аналогом є кут повороту φ.

2. Кутова швидкість. Одиниця кутової швидкості. Зв'язок лінійної та кутової швидкостей. Період, частота, циклічна частота, зв'язок між ними

Аналогія між поступальним та обертальним рухами продовжується й далі, при означенні кутової швидкості. ***Кутовою швидкістю*** називається величина, що характеризує темп зміни кута повороту. Коли йдеться про рух матеріальної точки, то мається на увазі кут повороту радіуса-вектора, проведеного від осі обертання до цієї точки (рис 3.1). В загальному випадку трєкторія руху може бути яка завгодна крива, але слід мати на увазі, що достатньо малий відрізок такої траєкторії і можна вважати дугою якогось кола, по якій і рухається точка в даний момент часу. Разом з рухом точки відбувається зміна положення й радіуса-вектора, проведеного з центра цього кола до рухомої точки. Звичайно, через мить це коло вже буде іншим і радіус теж. Отже, будемо розглядати для простоти спочатку рух по колу.

Кутова швидкість $\vec{\omega}$ – векторна величина, що дорівнює першій похідній кута повороту за часом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \tag{3.1}$$

Кутова швидкість за напрямком збігається з кутовим переміщенням (вздовж осі обертання за правилом правого гвинта) (рис. 3.2).

Кутова швидкість ω вимірюється в *радіанах за секунду* (рад/с).

Зв'язок лінійної і кутової швидкостей. Матеріальна точка рухається по колу радіуса R. За час dt її радіус-вектор повернувся на кут $d\varphi$, і вона пройшла шлях $dS = R \cdot d\varphi$. (див. рис 3.1.) Лінійна швидкість точки $\upsilon = \frac{dS}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega$.

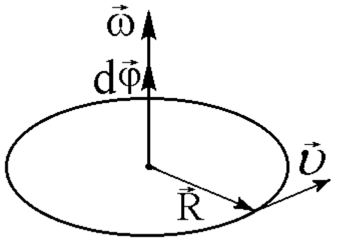

Рис. 3.2

У векторному вигляді

$$\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega} \cdot \vec{R}\right]. \tag{3.2}$$

Тут квадратні дужки означають математичну операцію – векторний добуток векторів $\vec{\omega}$ та $\vec{R}$. Напрям вектора $\vec{\omega}$ в нашому випадку (рис.3.2) збігається з напрямом осі обертання «вгору».

В скалярному вигляді $\upsilon = \omega \cdot R \cdot \sin\left(\vec{\omega} \hat{\cdot} \vec{R}\right)$. У нашому випадку $\omega \perp R$,

$$\upsilon = \omega \cdot R. \tag{3.3}$$

Кожна точка твердого тіла при обертальному русі має одну й ту ж кутову швидкість незалежно від радіуса кола, по якому вона переміщається, в той час як лінійна швидкість залежить від радіуса обертання.

Рівномірний рух по колу – це рух, при якому кути повороту радіуса-вектора матеріальної точки за будь-які рівні проміжки часу однакові, тобто $\omega = const$ і дорівнює

$$\omega = \varphi/t\ . \tag{3.4}$$

Проміжок часу, за який тіло робить повний оберт при рівномірному русі по колу, називається ***періодом T***:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}\ . \tag{3.5}$$

Частота обертання ν показує, скільки обертів по колу робить тіло за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T}\ . \tag{3.6}$$

Частота обертання вимірюється в *герцах* (Гц).
Кутова швидкість ω та частота ν зв'язані співвідношенням:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu\ . \tag{5.7}$$

3. Кутове прискорення

Кутове прискорення характеризує темп зміни кутової швидкості за одиницю часу. Кутове прискорення $\vec{\beta}$ – векторна величина, що дорівнює першій похідній кутової швидкості

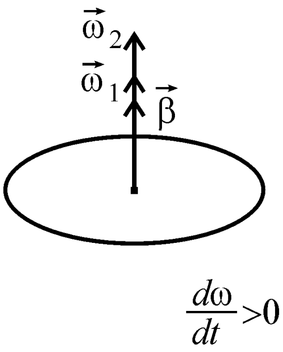

Рис. 3.3 а

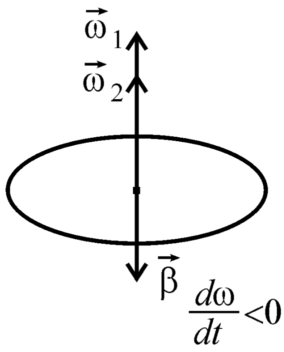

Рис. 3.3 б

за часом:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \qquad (3.8)$$

Вектор кутового прискорення $\vec{\beta}$ направлений вздовж осі обертання у бік вектора елементарного прирощення кутової швидкості $d\vec{\omega}$. Якщо рух прискорений, напрями $\vec{\beta}$ і $\vec{\omega}$ збігаються (рис. 3.3 а); якщо рух сповільнений, напрями $\vec{\beta}$ і $\vec{\omega}$ протилежні (рис. 3.3 б).

Кутове прискорення β вимірюється в *радіанах за секунду в квадраті* (рад/с^2).

Розглянемо окремі випадки при обертальному русі:

1. $\beta = 0$ – ***рівномірний рух***.

Обчислимо кутове переміщення $\varphi : \beta = \frac{d\omega}{dt} = 0 \Rightarrow \omega =$ const. За означенням $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ звідки $d\varphi = \omega \cdot dt$, а $\varphi = \int \omega \cdot dt = \omega t + \varphi_0$.

2. $\beta = const \neq 0$ – ***рівнозмінний рух.***

Кутову швидкість ω та кутове переміщення φ у будь-який момент часу можна обчислити, знаючи прискорення β:

За означенням кутове прискорення $\beta = \frac{d\omega}{dt}$, звідки $d\omega = \beta \cdot dt$, а $\omega = \int \beta \cdot dt = \beta t + \omega_0$;

за означенням кутова швидкість $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, звідки $d\varphi = \omega \cdot dt$, а $\varphi = \int \omega \cdot dt = \int (\omega_0 + \beta t) dt = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$. Отже:

$$\omega = \omega_0 + \beta t, \qquad (3.9)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}. \qquad (3.10)$$

4. Зв'язок нормального та тангенціального прискорення з кутовою швидкістю та кутовим прискоренням

Тангенціальна складова прискорення $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$, $\upsilon = \omega \cdot R$, таким чином

$$a_\tau = R\frac{d\omega}{dt} = R\beta. \qquad (3.11)$$

Нормальна складова прискорення або доцентрове прискорення $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$. Підставимо в цю формулу значення лінійної швидкості $\upsilon = \omega R$. Отримаємо:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \qquad (3.12)$$

Повне прискорення $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Підставивши сюди щойно одержані значення нормального та тангенціального прискорень, маємо

$$a = \sqrt{\omega^4 R^2 + \beta^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \beta^2} . \qquad (3.13)$$

5. Момент інерції матеріальної точки. Момент інерції твердого тіла. Моменти інерції деяких тіл правильної геометричної форми. Теорема Штейнера

Моментом інерції матеріальної точки відносно осі обертання називається добуток маси m цієї точки на квадрат відстані r до осі обертання.

$$J = mr^2 . \qquad (3.14)$$

Отже, це скалярна величина. Одиниця момента інерції – *кілограм · метр в квадраті* (кг·м^2).

Моментом інерції твердого тіла відносно певної осі обертання називається сума добутків маси кожної матеріальної частинки тіла на квадрат її відстані до осі обертання:

$$J = \sum_n m_i r_i^2 , \qquad (3.15)$$

де r_i – відстань *i-ї* точки з масою m_i до осі обертання.

При суцільному розподілі маси по всьому об'ємові тіла:

$$J = \int_V r^2 dm . \qquad (3.16)$$

Інтегрування виконується по всьому об'ємові V тіла.

Обчислення інтеграла (3.16) для тіл різної геометричної форми з однорідним розподілом маси по об'єму ($\rho = const$) дає наступні формули для визначення їх моментів інерції:

момент інерції суцільного циліндра, диска відносно центральної поздовжньої осі

$$J = \frac{1}{2} mR^2 ,$$

де R – радіус циліндра (диска);

момент інерції тонкостінного циліндра (тонкого обруча) відносно центральної поздовжньої осі

$$J = mR^2 ,$$

де R – радіус циліндра;

момент інерції суцільної кулі відносно осі, що проходить через центр кулі

$$J = \frac{2}{5} mR^2 ,$$

R – радіус кулі;

момент інерції тонкого стержня довжиною ℓ відносно перпендикулярної до нього осі, що проходить через його середину

$$J = \frac{1}{12} m\ell^2 .$$

За допомогою теореми Штейнера можна знайти момент інерції тіла відносно будь якої осі, якщо відомий момент інерції тіла відносно паралельної осі, що проходить через центр мас. ***Теорема Штейнера:*** момент інерції тіла відносно будь-якої осі обертання J дорівнює сумі моменту інерції J_c тіла відносно паралельної їй осі, що проходить через центр мас тіла, та добутку маси тіла на квадрат відстані d між цими осями (рис. 3.4):

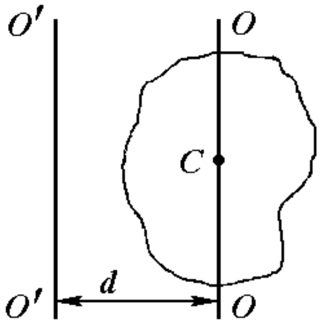

Рис. 3.4

$$J = J_c + md^2 . \qquad (3.17)$$

Скористаємося теоремою Штейнера для визначення моменту інерції тонкого стержня масою m і довжиною ℓ відносно осі, що проходить перпендикулярно стержню через його кінець. З урахуванням того, що $J_c = \frac{1}{12} m\ell^2$ та $d = \frac{\ell}{2}$, отримаємо

$$J = \frac{m\ell^{2\,2}}{12} + m\frac{\ell^2}{4} = m\frac{\ell^2}{3} .$$

Лекція 8

КІНЕМАТИКА та ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ (продовження)

6. Момент сили. Момент імпульса

Розглянемо обертання тіла відносно осі під дією сили, що лежить в площині перпендикулярній цій осі. Проведемо в цій площині радіус-вектор $\vec{r}$ від осі до точки прикладання сили (рис.3.5).

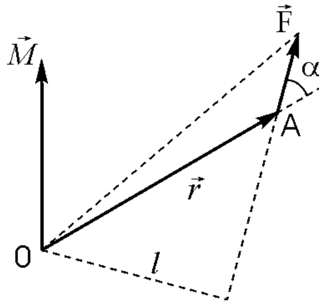

Рис. 3.5

Моментом сили $\vec{M}$ ***відносно нерухомої точки О*** називається фізична величина, що визначається векторним добутком радіуса-вектора $\vec{r}$ точки прикладання сили і самої сили $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right]. \qquad (3.18)$$

Момент сили – аксіальний вектор, направлений вздовж осі обертання (перпендикулярно площині, в якій лежать вектори $\vec{r}, \vec{F}$) за правилом правого гвинта.

Одиниця момента сили – *ньютон · метр* (Н·м).

Модуль вектора $\vec{M}$ дорівнює

$$M = rF\sin\alpha = Fl\ , \qquad (3.19)$$

де $l = r\sin\alpha$ – плече сили (*плече* – найкоротша відстань від точки *О* до лінії дії сили);

α – кут між $\vec{r}$ і $\vec{F}$.

Отже, модуль момента сили дорівнює добутку величини сили на плече сили.

Момент сили називають ще обертальним моментом. Справді «обертальні» можливості сили залежать не тільки від її величини, але й від плеча.

За ***момент сили відносно осі*** M_z приймається проекція на цю вісь моменту сили відносно точки, що лежить на цій осі.

Моментом імпульсу матеріальної точки відносно нерухомої точки О називається величина, що визначається векторним добутком радіуса-вектора $\vec{r}$ точки, проведеного від точки обертання, на імпульс цієї матеріальної точки (рис. 3.6):

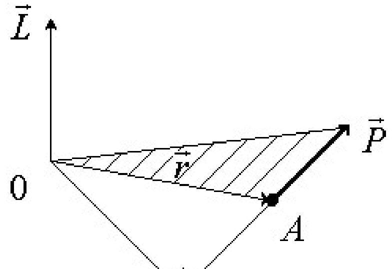

Рис. 3.6

$$\vec{L} = \left[\vec{r} \cdot \vec{p}\right] = \left[\vec{r} \cdot m\vec{\upsilon}\right]. \qquad (3.20)$$

Момент імпульсу – аксіальний вектор, направлений вздовж осі обертання (перпендикулярно площині, в якій лежать вектори $\vec{r}, \vec{p}$) за правилом правого гвинта.

В скалярному вигляді:

$$L = rp\sin\left(\widehat{\vec{r}\vec{p}}\right). \qquad (3.21)$$

Момент імпульсу ще називають моментом кількості руху, кутовим моментом.

Одиниця момента імпульсу – *кілограм · метр в квадраті за секунду* (кг·м^2/с).

Моментом імпульсу відносно нерухомої осі Z називається скалярна величина L_z, яка дорівнює проекції на цю вісь вектора момента імпульсу, визначеного відносно довільної точки О даної осі.

Момент імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює сумі моментів імпульсів окремих матеріальних точок цього тіла відносно тієї ж осі: $L_z = \sum\limits_{I} L_{i_z} = \sum\limits_{i} r_i m_i \upsilon_i$.

Скориставшись зв'язком лінійної швидкості з кутовою, яка для всіх точок однакова, $\upsilon_i = \omega \cdot r_i$, отримаємо:

$$L_z = \sum_i \omega \cdot m_i r_i^2 = J_z \omega, \qquad (3.22)$$

де J_z – момент інерції твердого тіла відносно даної осі обертання.

Враховуючи, що напрями $\vec{\omega}$ і $\vec{L}$ збігаються, маємо для твердого тіла, що обертається відносно осі

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \qquad (3.23)$$

Порівняймо це з означенням імпульсу тіла, що є динамічною характеристикою поступального руху $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$. Бачимо, що ці рівності цілком подібні за формою. Перша може бути одержана з другої шляхом простої заміни: $\vec{p} \to \vec{L}$; $m \to J$; $\vec{\upsilon} \to \vec{\omega}$.

7. Кінетична енергія тіла, що обертається

При обертальному русі тіла навколо нерухомої осі кожна матеріальна точка масою m_i рухається по колу радіуса r_i з лінійною швидкістю υ_i. Загалом для різних точок всі ці величини різні. Проте всі точки мають одну й ту ж кутову швидкість ω. Скористаємось формулою кінетичної енергії матеріальної точки $W_{k\,i} = \dfrac{m_i \upsilon_i^2}{2}$ та формулою зв'язку лінійної швидкості з кутовою $\upsilon_i = \omega \cdot r_i$. Кінетичну енергію матеріальної точки можна записати так: $W_{k\,i} = \dfrac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \dfrac{J_i \omega^2}{2}$. Тут враховано, що $J_i = m_i r_i^2$.

Кінетичну енергію тіла, що обертається, знайдемо, як суму кінетичних енергій матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$W_k = \sum_i W_{k_i} = \sum_i \frac{J_i \omega^2}{2} = \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (3.24)$$

де J – момент інерції тіла відносно осі обертання.

З порівняння формули (3.24) з формулою кінетичної енергії тіла, яке рухається поступально $W_k = \dfrac{m\,\upsilon^2}{2}$, випливає, що момент інерції обертального руху – міра інертності тіла.

Якщо тіло котиться (одночасно рухається поступально і обертається), то його кінетична енергія дорівнює сумі кінетичнх енергій поступального і обертального рухів:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (3.25)$$

де m – маса тіла, що котиться;
υ – швидкість центра інерції (мас) тіла;
J – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас;
ω – кутова швидкість тіла.

8. Основне рівняння динаміки обертального руху. Робота при обертанні тіла

Основне рівняння динаміки обертального руху – це рівняння 2 закону Ньютона стосовно до обертального руху. Знайдемо його для руху матеріальної точки твердого тіла масою m по колу радіуса r під дією тангенціальної сили $F_\tau = ma_\tau = m\beta \cdot r$. Момент цієї сили відносно точки *O* визначається за формулою $M = rF_\tau = rm\beta \cdot r = mr^2\beta$, тобто

$$M = J\beta . \qquad (3.26)$$

Це рівняння для обертального руху твердого тіла відносно закріпленої осі, що співпадає з головною віссю інерції, яка проходить через центр мас, має вигляд

$$\vec{M} = J\vec{\beta} , \qquad (3.27)$$

Якщо розглядається рух відносно нерухомої осі *Z*, то рівняння має вигляд

$$M_z = J_z\beta , \qquad (3.28)$$

де M_z – проекція результуючого моменту зовнішніх сил на вісь *Z*;

J_z – момент інерції тіла відносно осі *Z*.

Вирази (3.27) та (3.28) – це ***рівняння динаміки обертального руху твердого тіла.***

Звернемо увагу на схожість рівняння (3.27) з рівнянням 2 закону Ньютона для поступального руху $\vec{F} = m\vec{a}$. Перше можемо отримати з другого заміною $\vec{F} \to \vec{M}$; $m \to J$; $\vec{a} \to \vec{\beta}$.

Знайдемо вираз для ***елементарної роботи*** dA ***при обертанні*** тіла. З розділу «Робота, потужність, енергія» ми знаємо, що енергія тіла, що рухається, збільшується на величину затраченої роботи, тобто $dA = dW_k$. Враховуючи, що $W_k = \frac{J_z\omega^2}{2}$, отримаємо $dA = J_z\omega \cdot d\omega = J_z\omega dt \frac{d\omega}{dt}$; або з урахуванням того, що $\omega dt = d\varphi$, $\frac{d\omega}{dt} = \beta$ та рівняння (3.28),

$$dA = M_z d\varphi . \qquad (3.29)$$

Отримаємо вираз для ***потужності при обертальному русі***, враховучи, що $N = \frac{dA}{dt}$ та вираз (3.29), отримаємо:

$$N = M_Z \frac{d\varphi}{dt} = M_Z\omega . \qquad (3.30)$$

9. Закон збереження момента імпульса

Одержимо інший вираз рівняння динаміки обертального руху твердого тіла, а саме, через момент імпульсу. Виходимо з означення момента імпульсу твердого тіла $\vec{L} = J\vec{\omega}$. Продиференцюємо це рівняння за часом, вважаючи незмінним момент інерції, $\frac{d\vec{L}}{dt} = J\frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\beta} = \vec{M}$, де $\vec{M}$ – сумарний, результуючий момент зовнішніх сил, або момент рівнодійної сили. Одержуємо

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} . \qquad (3.31)$$

Ми прийшли до більш загального вигляду ***рівняння (закону) обертального руху:*** швидкість зміни момента імпульсу системи відносно нерухомої осі дорівнює результуючому моменту відносно тієї ж осі всіх зовнішніх сил, що діють на систему.

Із основного рівняння динаміки обертального руху (3.31), випливає: якщо момент $\vec{M}$ зовнішніх сил відносно осі обертання дорівнює нулю, то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} \equiv 0 \quad \text{й} \quad \vec{L} = \text{const.} \qquad (3.32)$$

У замкнутій системі момент зовнішніх сил $\vec{M} \equiv 0$. Вираз (3.32) називають ***законом збереження моменту імпульсу:*** момент імпульсу замкнутої системи тіл зберігається, тобто не змінюється з часом.

Закон збереження моменту імпульсу – фундаментальний закон природи. Закон збереження моменту імпульсу випливає з ізотропності простору. Для тіла, що обертається навколо нерухомої осі і при відсутності моменту зовнішніх сил відносно цієї ж осі, також має місце збереження моменту імпульсу відносно цієї осі. Закон збереження моменту імпульсу може бути узагальнений на будь-яку незамкнуту систему тіл: якщо результуючий момент усіх зовнішніх сил, прикладених до системи, відносно якоїсь нерухомої осі тотожно дорівнює нулю, то момент імпульсу системи відносно тієї ж осі не змінюється з часом: $M_z \equiv 0 \to L_z = const$. Замкнута система – окремий випадок цього більш загального випадку.

Прекрасною демонстрацією закону збереження моменту імпульсу є стілець Жуковського, що являє собою обертовий стілець, сидіння якого має форму диска. Під час демонстрації сидячої на лавці людини з затиснутими у витягнутих руках гантелями призводять в обертання стілець із кутовою швидкістю ω_1 і надають можливість обертатися самому. Система людина - лавка є замкнутою (нехтуючи силами тертя й опору повітря). Тому момент імпульсу системи відносно осі обертання зберігається. Оскільки $L = J\omega$, то зберігається добуток моменту інерції системи на її кутову швидкість ($J_1\omega_1 = J_2\omega_2$). Якщо людина притисне гантелі до себе, то момент інерції системи зменшиться (стане J_2), а кутова швидкість зросте (стане ω_2).

На основі закону збереження моменту імпульсу заснована дія гіроскопа – масивного однорідного тіла, що обертається з великою кутовою швидкістю навколо своєї осі симетрії, що є вільною, тобто, що не змінює своєї орієнтації у просторі. Приведений в обертання і полишений самому собі, гіроскоп зберігає орієнтацію в просторі (так як $\vec{L} = const$) приладів і пристроїв, пов'язаних із ним (компасів, знарядь у танку, системи автопілота в літаку і т.п.). Наслідком збереження моменту імпульсу для окремого тіла, що рухається в центральному силовому полі (тобто в полі, сили якого залежать тільки від відстані до силового центру, як це має місце при рухові планет навколо Сонця, супутників навколо планет), є збереження площини обертання тіла (супутника, планети), а також сталість секторіальних швидкостей планет (2-ий закон Кеплера).

10. Порівняння величин механіки поступального та обертального руху

На завершення теми «Механіка обертального руху» наведемо порівняльну таблицю величин механіки поступального та обертального рухів, або інакше, таблицю аналогій.

Таблиця.

КІНЕМАТИКА	
ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ	**ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ**
S – шлях; $d\vec{r}$ – елемент переміщення; $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ – швидкість;	φ – кут повороту; $d\vec{\varphi}$ – елемент кутового переміщення; $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ – кутова швидкість;

КІНЕМАТИКА	
ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ	**ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ**
$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ – прискорення; $a = \frac{d\lvert\vec{\upsilon}\rvert}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2}$ – модуль прискорення; $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$ –тангенціальна складова прискорення; $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$ – нормальна складова прискорення;	$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ – кутове прискорення; $\beta = \frac{d\lvert\vec{\omega}\rvert}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – модуль кутового прискорення; $a_\tau = R\beta$ – тангенціальна складова прискорення; $a_n = \omega^2 R$ – нормальна складова прискорення;
$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ – повне прискорення точки у векторному виді; $a = \sqrt{a_\tau^{\,2} + a_n^{\,2}}$ – модуль прискорення точки.	
Рівномірний рух	
$a = 0$, $\vec{\upsilon} = \text{const}$, $S = \upsilon \cdot t + S_0$.	$\beta = 0$, $\vec{\omega} = \text{const}$, $\varphi = \omega t + \varphi_0$.
Рівноперемінний рух	
$a = const$, $\upsilon = \upsilon_0 + at$, $S = S_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\beta = const$, $\omega = \omega_0 + \beta t$, $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$.
ДИНАМІКА	
ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ	**ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ**
m – маса; $\vec{F}$ – сила; $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ – імпульс; $A = \vec{F}\vec{S}$ – робота; $N = \vec{F}\vec{\upsilon}$ – потужність.	J – момент інерції; $\vec{M}$ – момент сили; $\vec{L} = J\vec{\omega}$ – момент імпульса; $A = \vec{M}\vec{\varphi}$ – робота $N = \vec{F}\vec{\omega}$ – потужність.
Основний закон динаміки	
$\vec{F} = m\vec{a}$; $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.	$\vec{M} = J\vec{\beta}$; $M_Z = J\beta_Z$; $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$; $M_Z = \frac{dL_Z}{dt}$.
Кінетична енергія	
$W_k = \frac{m\,\upsilon^2}{2}$.	$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$.
Закони збереження	
$\vec{p} = \text{const}$ при $\vec{p} = 0$.	$\vec{L} = \text{const}$ при $\vec{M} = 0$.

Лекція 9

Тема 4

КІНЕМАТИКА та ДИНАМІКА КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ

План

1. Гармонічні коливання та їх характеристики.
2. Швидкість, прискорення та енергія тіла при гармонічних коливаннях.
3. Гармонічний осцилятор. Пружний, фізичний та математичний маятники.
4. Складання гармонічних коливань.
5. Затухаючі коливання.
6. Вимушені коливання.
7. Хвильові процеси. Поперечні та поздовжні хвилі. Рівняння плоскої хвилі.
8. Акустичні хвилі. Звук та його характеристики.

1. Гармонічні коливання та їх характеристики

Коливаннями називаються рухи або процеси, що характеризуються певною повторюваністю у часі. Приклад коливань: рух маятника годинника, зміна сили струму в електромережі, світлові процеси. За своєю природою коливання поділяються на механічні та електромагнітні. Коливання різної природи (механічні, електромагнітні) описуються однаковими характеристиками і рівняннями. Варто лише визначитися з фізичною величиною, що бере участь у коливаннях.

Коливання називаються вільними (або власними), якщо вони відбуваються за рахунок початково наданої енергії при подальшій відсутності зовнішніх впливів на систему, яка коливається. Такі коливання – це коливання з постійною амплітудою та частотою. Частоту вільних коливань називають ***власною*** частотою коливальної системи. Прикладом може служити довгий маятник, відхилений на малий кут; він може здійснювати коливання протягом тривалого часу без зменшення амплітуди.

Однак наявність сили тертя в реальних умовах приводить до затухання коливань. Щоб у реальній коливальній системі одержати незатухаючі коливання, необхідно компенсувати втрати енергії.

Найпростішим типом коливань є ***гармонічні коливання*** – коливання, при яких величина S, що коливається, змінюється за законом косинуса (синуса):

$$S = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (4.1а)$$

$$S = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (4.1б)$$

де A – амплітуда коливань. ***Амплітудою*** коливань називається модуль найбільшого зміщення точки від положення рівноваги;

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – ***фаза коливань*** – величина, що знаходиться під знаком косинуса;

ω_0 – ***колова,*** *або* **циклічна частота коливань**;

φ_0 – ***початкова фаза коливань***, тобто фаза в момент часу $t = 0$.

В коливальному русі величина S приймає значення від $-A$ до $+A$.

Графік залежності S від часу t являє собою косинусоїду (рис. 7.1, початкова фаза дорівнює нулю).

Періодом коливань T називається мінімальний проміжок часу, через який рух цілком повторюється, фаза коливання одержує приріст 2π:

$$\omega_0(t + T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi ,$$

звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \qquad (4.2)$$

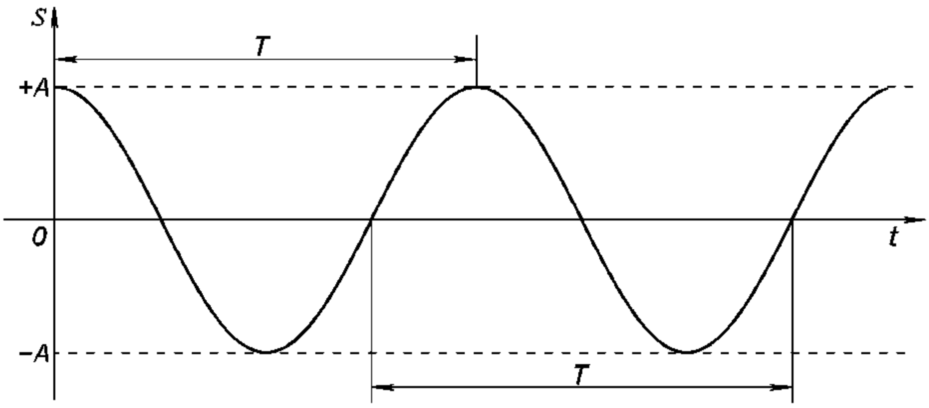

Рис. 4.1

Величина ν, обернена періоду коливань, яка дорівнює числу коливань в одиницю часу, називається ***частотою коливань,***

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (4.3)$$

Одиниця частоти – *герц* (Гц).
Порівнюючи (4.2) і (4.3) , одержимо

$$\omega_0 = 2\pi\nu. \qquad (4.4)$$

З (4.1) видно, що перша та друга похідні за часом від величини S, що коливається гармонічно, також здійснюють гармонічні коливання тією же частотою

$$\frac{dS}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (4.5а)$$

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -A{\omega_0}^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 S. \qquad (4.5б)$$

З рівняння (4.5б) слідує, величина S, що гармонічно коливається, задовольняє диференціальному рівнянню

$$\frac{d^2S}{dt^2} + {\omega_0}^2 S = 0. \qquad (4.6)$$

Це і є ***рівняння гармонічних коливань в диференціальному вигляді***. Рішенням його є рівняння (4.1а) або (4.1б.).

2. Швидкість, прискорення та енергія тіла при гармонічних коливаннях

Прикладами механічних гармонічних коливальних рухів є малі коливання пружинного, математичного та фізичного маятників.

Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання вздовж осі координат x біля положення рівноваги, прийнятого за начало координат. Значення координати точки змінюється з часом за законом косинуса:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0). \qquad (4.7)$$

Згідно означенням швидкість υ та прискорення a точки відповідно дорівнюють

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{4.8}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

з урахуванням (4.7)

$$a = -\omega_0^2 x. \tag{4.9}$$

Сила $F = ma$, яка діє на матеріальну точку масою m, що коливається,

$$F = -m\omega_0^2 x. \tag{4.10}$$

Сила пропорційна зміщенню матеріальної точки з положення рівноваги і напрямлена в протилежну сторону (до положення рівноваги).

Кінетична енергія матеріальної точки, що гармонічно коливається,

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{4.11}$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що гармонічно коливається під дією пружної сили F,

$$W_n = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_o^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{4.12}$$

Склавши (4.11) і (4.12), отримаємо формулу повної енергії:

$$W = W_k + W_n = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}. \tag{4.13}$$

Висновок: при коливальному русі відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки, у будь-якій точці між положеннями рівноваги і максимального відхилення тіло має і кінетичну і потенціальну енергію, але їхня сума, тобто повна механічна енергія системи, постійна і визначається виразом (4.13).

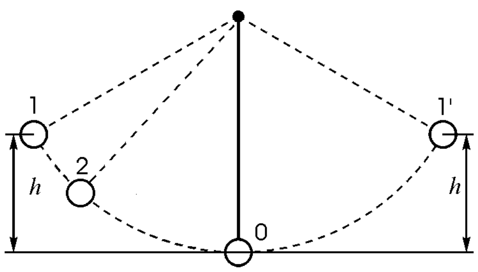

Рис. 4.2

Перетворення енергії при гармонічних коливаннях легко спостерігати і на прикладі математичного маятника (рис. 4.2). У точках 1 і 1' потенціальна енергія математичного маятника максимальна, кінетична дорівнює нулю. У деякій точці 2 кінетична енергія дорівнює потенціальній. У точці 0 кінетична енергія максимальна, а потенціальна дорівнює нулю.

3. Гармонічний осцилятор. Пружний, фізичний та математичний маятники

Гармонічний осцилятор – це модель, що застосовується при рішенні лінійних задач класичної і квантової фізики. Пружинний, фізичний, математичний маятники, коливальний контур – приклади гармонічного осцилятора. Гармонічний осцилятор здійснює коливання, які можна описати рівнянням виду $\ddot{S} + \omega_0^2 S = 0$.

Пружинний маятник (рис. 4.3) – це система, яка складається з тягарця масою m, закріпленого на пружині, і здійснює коливання вздовж певного напрямку під дією сили пружності $F = -kx$, де k – жорсткість пружини. Рівняння руху маятника $m\ddot{x} = -kx$, або $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, де $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$. З виразів (4.6) та (4.7) можна зробити висновок, що пружинний маятник

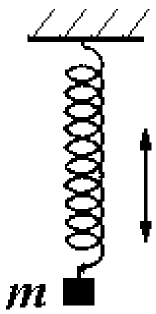

Рис. 4.3

здійснює гармонічні коливання за законом $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ з циклічною частотою

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \tag{4.14}$$

і періодом

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}\ . \tag{4.15}$$

Потенціальна енергія пружинного маятника дорівнює $W_n = kx^2/2$.

Фізичний маятник (рис. 4.4) – це абсолютно тверде тіло, яке під дією сили тяжіння здійснює коливання навколо нерухомої осі, що не проходить через його центр інерції (ваги). Відхилимо маятник від положення рівноваги на малий кут α ($\sin\alpha \approx \alpha$). Згідно основному рівнянню динаміки обертального руху момент сили M, що повертає тіло в положення рівноваги, дорівнює $M = J\beta = J\ddot{\alpha} = F_\tau d = -mgd\sin\alpha = -mgd\alpha$, де $J-$ момент інерції фізичного маятника; d – відстань між точкою підвісу маятника та центром інерції (ваги), $\ddot{\alpha} = \dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$. Знак “–“ обумовлено тим, що напрямки F_τ та α завжди протилежні. Рівняння руху можна записати у вигляді $\ddot{\alpha} + \dfrac{mgd}{J}\alpha = 0$. З урахуванням того, що $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{J}}$, отримаємо рівняння руху фізичного маятника в диференціальній формі:

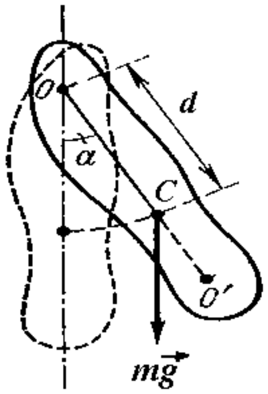

Рис. 4.4

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^{\ 2}\alpha = 0 . \tag{4.16}$$

Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{J/mgd}\ . \tag{4.17}$$

Математичний маятник (рис. 4.5) – це система, яка складається з матеріальної точки масою m, підвішеної на нерозтяжній невагомій нитці, і здійснює коливання під дією сили тяжіння. Момент інерції математичного маятника $J = m\ell^2$, ℓ – довжина маятника. Оскільки математичний маятник є випадком фізичного маятника (вся маса зосереджена в одній точці – центрі інерції), то підставимо формулу момента інерції математичного маятника у вираз (4.17) і отримаємо період коливань математичного маятника

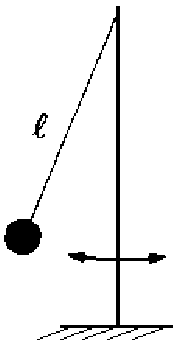

Рис. 4.5

$$T = 2\pi\sqrt{\ell/g}\ . \tag{4.18}$$

Порівнюючи формули (4.17) та (4.18), можна помітити, що період коливань фізичного маятника співпадає з періодом коливань математичного маятника, довжиною

$$L = \frac{J}{md}, \tag{4.19}$$

яка називається ***приведеною довжиною фізичного маятника***. З (4.17) та (4.19) одержуємо такий вираз для періоду коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}\ . \tag{4.20}$$

4. Складання гармонічних коливань

Складання двох гармонічних коливань, що відбуваються вздовж одного напрямку. Точка масою m одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях, напрямлених вздовж однієї прямої. Необхідно знайти результуюче коливання. Додамо гармонічні коливання одного напрямку та однакової частоти ω_0

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}).$$

Рівняння результуючого коливання має вигляд

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0). \qquad (4.21)$$

Результуюче коливання відбувається з амплітудою A, що знаходиться методом векторних діаграм і дорівнює модулю суми векторів складових амплітуд $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}\,. \qquad (4.22)$$

Початкова фаза φ_0 визначається із співвідношення

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}}\,. \qquad (4.23)$$

Таким чином, якщо тіло бере участь у двох гармонічних коливаннях одного напрямку та однакової частоти ω_0, то воно здійснює також гармонічні коливання у тому ж напрямку і з тією ж частотою ω_0, що і коливання, які додаються. Амплітуда результуючих коливань залежить від різниці фаз $(\varphi_{02} - \varphi_{01})$, що додаються. Якщо $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm 2m\pi \quad (m = 0,1,2,...)$, то $A = A_1 + A_2$; якщо $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm(2m+1)\pi \; (m = 0,1,2,...)$, то $A = |A_1 - A_2|$.

Складання взаємно перпендикулярних коливань. Розглянемо результат складання двох гармонічних коливань однакової частоти ω_0, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках вздовж осей x і y. Для простоти начало відліку виберемо так, щоб початкова фаза першого коливання дорівнювала нулю: $x = A\cos\omega_0 t$; $y = B\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

Різниця фаз обох коливань дорівнює φ, A і B – амплітуди коливань, що додаються.

Рівняння руху результуючих коливань знайдемо, виключивши час з цих рівнянь,

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\varphi\,. \qquad (4.24)$$

Це рівняння еліпса. Орієнтація осей еліпса та його розміри залежать від амплітуди коливань, що додаються, і різниці фаз φ. Якщо $\varphi = m\pi$ $(m = 0, \pm 1, \pm 2...)$, то еліпс вироджується у відрізок прямої $y = \pm(B/A)x$, яка складає з віссю x кут $\varphi = arctg\left(\frac{B}{A}\cos m\pi\right)$. Якщо $\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $(m = 0, \pm 1, \pm 2...)$, то рівняння (4.24) має вид $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$. Це рівняння еліпса, осі якого співпадають з осями координат, а його півосі дорівнюють відповідним амплітудам. Крім того, якщо $A = B$, то еліпс вироджується в окружність. До більш складної траєкторії приходимо у випадку складання коливань у взаємно перпендикулярних напрямах з різними власними частотами та початковими фазами. Такі траєкторії називаються фігурами Лісажу.

Лекція 10

КІНЕМАТИКА та ДИНАМІКА КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ (продовження)

5. Затухаючі коливання

Наявність сили тертя в реальних умовах приводить до затухання коливань. Коливання з амплітудою, що зменшується з часом, називаються ***затухаючими***.

Розглянемо коливання пружинного маятника масою m. Його розтягують і відпускають. На рух маятника впливає опір середовища, в якому він коливається. Для подолання цього опору витрачається енергія, і коливання маятника поступово затухають, тобто амплітуда коливань зменшується (рис. 4.6).

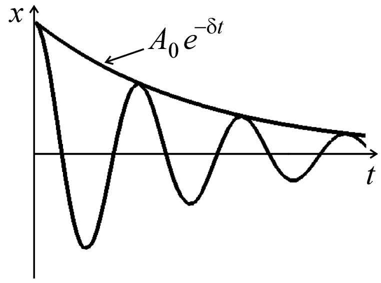

Рис. 4.6

Затухаючі коливання відбуваються під дією двох сил: пружної сили $F = -kx$; сили опору середовища $F = -rv = -r\dot{x}$, пропорційної швидкості υ руху тягарця, де $\upsilon = \dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$.

Згідно другому закону Ньютона рівняння руху маятника має вигляд

$$ma = -kx - r\upsilon,$$

або (4.25)

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x},$$

де k – коефіцієнт жорсткості пружини;
r – коефіцієнт опору середовища;
x – зміщення тягарця відносно положення рівноваги;
m – маса тягарця;
a – прискорення тягарця, $a = \ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$.

Рівняння (4.25) руху маятника запишемо у вигляді

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0. \tag{4.26}$$

Якщо поділити рівняння (4.26) на m та ввести позначення

$$\omega_0^{\,2} = \frac{k}{m}, \qquad 2\delta = \frac{r}{m},$$

то отримаємо ***диференціальне рівняння затухаючих коливань маятника***:

$$\ddot{x} + 2\delta\,\dot{x} + \omega_0^{\,2}x = 0, \tag{4.27}$$

де δ – ***коефіцієнт затухання***.

З виразу (4.27) випливає, що маятник коливається за законом

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0), \tag{4.28}$$

де A_0 – початкова амплітуда; $\omega = \sqrt{\omega_0^{\,2} - \delta^2}$ – циклічна частота затухаючих коливань системи;

ω_0 – власна циклічна частота вільних незатухаючих коливань цього маятника при $\delta = 0$.

Амплітуда A затухаючих коливань

$$A = A_0 e^{-\delta t}. \tag{4.29}$$

Затухання порушує періодичність коливань. Але, якщо затухання мале $\left(\delta^2 << \omega_0{}^2\right)$, можна користуватись поняттям періоду. Період затухаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0{}^2 - \delta^2}}. \qquad (4.30)$$

Час τ, протягом якого амплітуда затухаючих коливань зменшиться в e раз, називається ***часом релаксації*** $\tau = 1/\delta$.

За проміжок часу τ система виконає N_e коливань $N_e = \tau / T$.

Для кількісної характеристики швидкості зменшення амплітуди затухаючих коливань користуються поняттям декремента затухання λ та поняттям логарифмічного декремента затухання θ.

Декрементом затухання називається відношення амплітуд, що відповідають моментам часу, які відрізняються на період:

$$\lambda = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}, \qquad (4.31)$$

а його логарифм

$$\theta = \ell n \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} \qquad (4.32)$$

називається ***логарифмічним декрементом затухання***.

Для характеристики коливальної системи користуються поняттям ***добротності***. Добротність коливальної системи Q пропорційна відношенню енергії $W(t)$ системи до зменшування цієї енергії за період затухаючих коливань і визначається формулою

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \qquad (4.33)$$

Оскільки енергія $W(t)$ пропорційна квадрату амплітуди коливань $A(t)$, то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)}. \qquad (4.34)$$

При малих значеннях логарифмічного декремента затухання $(\theta << 1)$ добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{1}{r}\sqrt{km}. \qquad (4.35)$$

6. Вимушені коливання

Щоб у реальній коливальній системі одержати незатухаючі коливання, необхідно компенсувати втрати енергії. Це можливо, якщо на тіло, яке коливається, діє зовнішній фактор $X = X_0 \cos \omega t$, що періодично змінюється.

Якщо розглядати механічні коливання, то роль $X(t)$ грає зовнішня сила. Коливання, які відбуваються під дією зовнішньої сили, яка періодично змінюється, називаються ***вимушеними.***

Якщо вимушуюча сила змінюється за гармонічним законом $F = F_0 \cos\omega t$, то рівняння коливань пружинного маятника у диференціальному вигляді записується так:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos\omega t \,. \qquad (4.36)$$

Якщо поділити рівняння (4.36) на m та ввести позначення $\omega_0^{\,2} = \dfrac{k}{m}$, $2\delta = \dfrac{r}{m}$, $f_0 = F_0 / m$, то отримаємо ***диференціальне рівняння вимушених коливань маятника***

$$\ddot{x} + 2\delta\,\dot{x} + \omega_0^{\,2} x = f_0 \cos\omega t \,, \qquad (4.37)$$

Через деякий час після початку дії періодичної сили встановлюються коливання з частотою зовнішньої сили. Ці коливання – гармонічні:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0), \quad (t >> T) \,. \qquad (4.38)$$

Амплітуда коливань залежить від співвідношення власної частоти коливальної системи та частоти вимушуючої сили, а також від коефіцієнта затухання

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\delta^2\omega^2}} \,. \qquad (4.39)$$

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти вимушуючої сили до резонансної частоти $\omega_{рез}$ коливальної системи називається ***резонансом.***

Резонансна частота $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$.

Резонансна амплітуда механічних коливань $A_{рез} = \dfrac{f_0}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}}$.

Явище резонансу широко використовується в радіотехніці, прикладній акустиці, у різних вібраторах і вібростендах. Однак, при конструюванні машин і споруд, що піддаються навантаженням, щоб уникнути їхнього руйнування, враховується можливість і шкідливих наслідків резонансу.

7. Хвильові процеси. Поперечні та поздовжні хвилі. Рівняння плоскої хвилі

Розглядаючи механічні коливання, ми не цікавилися тими процесами, які при цьому відбуваються у середовищі, що оточує коливальну систему. Середовище ми вважаємо суцільним. Процес поширення коливань у суцільному середовищі називається ***хвильовим процесом (хвилею).*** Важливими і такими, що зустрічаються найчастіше, є пружні хвилі на поверхні рідини, електромагнітні хвилі. Окремими випадками пружних хвиль є звукові та сейсмічні хвилі, а електромагнітних – радіохвилі, світло, рентгенівське проміння.

Коливання, збуджені в якій-небудь точці середовища, поширюються в ньому з кінцевою фазовою швидкістю υ. При поширенні хвилі частинки середовища не рухаються разом із хвилею, а коливаються біля своїх положень рівноваги. Основна властивість усіх хвиль, незалежно від їх природи, полягає в тому, що хвиля переносить енергію без переносу речовини.

При поширенні коливань у пружних середовищах істотну роль відіграють деформації тіл і пружні сили, що виникають при цих деформаціях. Прикладом таких коливань служать коливання пружного стержня або натягнутої струни. Якщо одному кінцю пружного стержня надати коливального руху, то цей рух поширюється вздовж усього стержня. Такі рухи належать до класу хвильових рухів. У ***поздовжних хвилях*** напрям поширення хвилі збігається з напрямом коливань частинок середовища. Приклад – звукові хвилі в газах та рідинах. Інший тип хвиль – ***поперечні***. У них частинки середовища коливаються в напрямі, перпендикулярному до напряму поширення хвилі. При поширенні хвилі вздовж струни зміщення точок струни відбуваються перпендикулярно до неї.

Всередині рідин і газів виникають тільки поздовжні хвилі, а у твердих тілах – як поздовжні, так і поперечні.

Особливе значення в теорії хвиль має поняття про гармонічну хвилю. ***Пружна хвиля*** називається ***гармонічною,*** якщо відповідні до неї коливання частинок середовища є гармонічними.

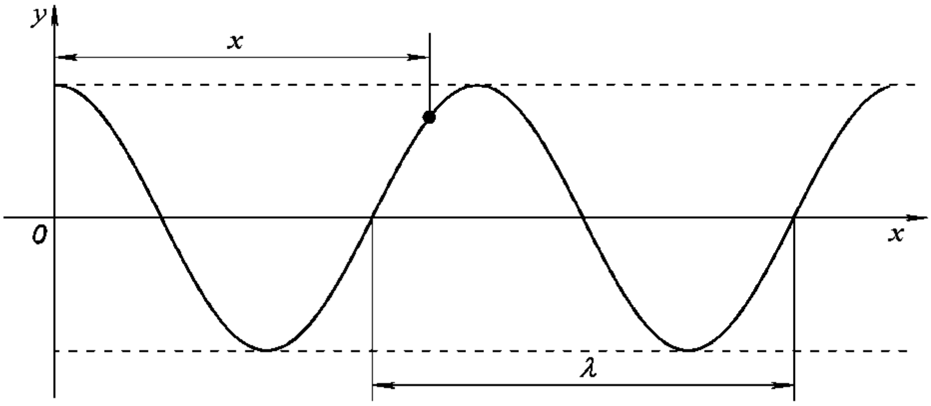

Рис. 4.7

На рис. 4.7 представлена гармонічна хвиля, що розповсюджується вздовж осі x. Графік хвилі дає залежність зміщення y частинок середовища від відстані x до джерела коливань у даний момент часу.

Відстань між найближчими частинками, що коливаються в однаковій фазі, називається ***довжиною хвилі*** λ. Довжина хвилі дорівнює відстані, яку хвиля проходить за період, тобто

$$\lambda = \upsilon \cdot T . \tag{4.40}$$

З урахуванням того, що $T = 1/\nu$, де ν – частота коливань,

$$\upsilon = \lambda \cdot \nu . \tag{4.41}$$

Фронт хвилі – це геометричне місце точок, до яких дійшло коливання у певний час.

Хвильова поверхня – це геометричне місце точок, що перебувають в однаковій фазі. Якщо ця поверхня плоска – хвиля плоска, якщо сферична – хвиля сферична.

При поширенні незатухаючих коливань уздовж деякого напрямку, що називається ***променем***, зміщення y частинки середовища, що лежить на промені, дається рівнянням

$$y = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right), \tag{4.42}$$

де A – амплітуда коливання;

λ – довжина хвилі;

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – кругова частота коливань;

x – відстань від частинки до джерела коливань;

φ_0 – початкова фаза;

$\varphi = \left(\dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right)$ – фаза коливань.

Хвильове число k визначає кількість хвиль, що укладається на відрізку довжиною 2π м:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} . \tag{4.43}$$

Рівняння плоскої хвилі (4.42) можна переписати у вигляді

$$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)\,, \qquad (4.44)$$

Значення швидкості υ частинки визначається як перша похідна зміщення за часом:

$$\upsilon = \frac{dy}{dt} = = -\frac{2\pi A}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right).$$

Значення прискорення a частинки визначається як перша похідна швидкості за часом:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right).$$

8. Акустичні хвилі. Звук та його характеристики

Звук – це механічні коливання, що поширюються в пружному середовищі з частотами від 16 до 20000 Гц, які сприймаються спеціальним органом чуттів людини і тварин. Дослідження звукових хвиль розглядаються у розділі фізики, що називається ***акустикою.*** Поширення звукових хвиль у середовищі характеризується їхньою швидкістю. Швидкість поширення звуку залежить від пружних властивостей середовища, в якому виникають звукові коливання, від його густини, температури. Наведемо приклади швидкості звуку в газі, рідині і твердому тілі при кімнатній температурі: повітря – υ= 332 м/с; вода – υ = 1450 м/с; залізо – υ = 4900 м/с.

Інтенсивністю (або силою) звуку називається величина, обумовлена кількістю звукової енергії, що проходить через поверхню одиночної площі за одиницю часу в напрямі, перпендикулярному до цієї поверхні:

$$I = \frac{W}{St}\ , \qquad (4.45)$$

де I – сила звуку;
W – енергія звукової хвилі;
S – площа;
t – час.

Одиниця вимірювання інтенсивності –*ватт на метр квадратний* (Вт/м^2).

Гучність звуку – суб'єктивна характеристика звуку, зв'язана з його інтенсивністю і залежна від частоти коливань. Найбільшу чутливість людське вухо має в області частот 1-5 кГц. Встановлено, що гучність звуку зростає з ростом інтенсивності по логарифмічному закону. На цій підставі введемо характеристику – рівень інтенсивності звуку L:

$$L = \ell g\,\frac{I}{I_0}\,, \qquad (4.46)$$

де I – інтенсивність даного звуку;
I_0 – інтенсивність, що відповідає порогу чутності при частоті приблизно 1000 Гц. ($I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2 для всіх звуків).

Одиниця рівня інтенсивності – *бел* (Б), але частіше використовується одиниця в 10 разів менша – *децибел* (дБ). Наприклад, шелест листя дерев оцінюється 10 дБ, вуличний шум – 70 дБ. Фізіологічною характеристикою звуку є *рівень гучності*, що виміряється в *фонах* (фон). Рівень гучності для звуку з частотою 1 кГц дорівнює 1 фон, якщо його рівень інтенсивності дорівнює 1 дБ.

Висота тону (звуку) залежить від частоти звукових хвиль. З ростом частоти висота звуку збільшується, звук стає “вище”, звуки “низьких” тонів – це коливання малої частоти в звуковій хвилі. Існують особливі джерела звуку, що випускають практично єдину частоту (“чистий тон”). Це *камертони.*

Акустичний, звуковий резонанс є окремим випадком механічного резонансу. Тіло, що звучить, може здійснювати як вільні, так і вимушені коливання під дією зовнішньої періодичної сили. Якщо частота коливання зовнішньої сили збігається з власною частотою коливань, настає резонанс. Розглянемо два однакових камертони. Якщо вдаримо по ніжці одного камертона, то, виявляється, і інший камертон починає незабаром звучати. Звукова хвиля від першого камертона створює періодичну силу, що діє на другий камертон. Власні частоти камертонів однакові, і амплітуда коливань другого камертона завдяки резонансу виявляється досить великою. Якщо взяти камертони з різними власними частотами, то другий камертон звучати не буде.

У закритому приміщенні відбувається багаторазове відбиття звуку від стін, стелі, підлоги та інших предметів. Вухо людини зберігає відчуття сприйнятого звуку протягом 0,1с. Якщо відбиті звуки досягають людського вуха з меншими проміжками часу, то вони не сприймаються як окремі звуки, а тільки підсилюють і продовжують основний звук. Якщо проміжок часу між моментами, коли чути основний і відбитий звук, перевищує 0,1с, то відбиті звуки сприймаються роздільно, як ***луна***.

Інтервал частот від 16 до 20000 Гц називається ***звуковим діапазоном***. Нечутні механічні коливання з частотами нижче 16 Гц називаються ***інфразвуками***, а з частотами вище звукового діапазону, тобто більше 20000 Гц, називаються ***ультразвуками***.

Прикладом інфразвуку є так називаний “голос моря”. Розрідження і стиски морської хвилі передаються в простір над поверхнею моря і породжують інфразвукову хвилю. Ультразвук широко застосовується в техніці, наприклад, для виміру глибини, підводної локації (гідролокатори), у такій галузі науки, як ультразвукова дефектоскопія, у фармацевтичній і харчовій промисловості, у будівництві (визначення якості бетонних споруджень), у медицині (діагностика, лікування, хірургія). Багато сучасних промислових технологій приводять до потрапляння у повітря небезпечних для здоров'я людей продуктів згоряння: пилу, диму, сполук важких металів. Ультразвукові коливання здатні поєднувати дрібні часточки шкідливих речовин у великі, легко осідаючі частки (процес коагуляції). Тепер широко застосовуються ультразвукові методи дезінфекції і знезаражування води.

Важливим фактором впливу на навколишнє середовище є акустичний вплив промислових об'єктів – механічні шуми (шум від редукторів, підшипників, генераторів) і аеродинамічні шуми (що виникають при обертанні робочих коліс, турбін), що можуть бути як у діапазоні чутних звуків, так і в діапазоні інфра- і ультразвуків, шкідливих для здоров'я людини. Нормальний рівень інтенсивності звуку не перевищує 50 – 60 дБ. Шум, рівень інтенсивності якого сягає 130 дБ, відчувається шкірою і викликає відчуття болю.

Рівні інтенсивності деяких звуків

З В У К И	L, дБ
Шепіт	20
Тиха розмаова	40
Нормальна розмова	50
Крик	80
Шум мотоцикла	100
Шум реактивного двигуна (на відстані 5 м)	120
Больовий поріг	130

Лекція 11

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

Тема 1
МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ. ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

План

1. Загальні поняття молекулярної фізики та термодинаміки.
2. Дослідні закони ідеального газу.
3. Рівняння стану ідеального газу.
4. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії.
5. Закон Максвелла про розподіл молекул газу за швидкостями та енергіями теплового руху.
6. Барометрична формула. Розподіл Больцмана.
7. Середня довжина вільного пробігу та середня кількість зіткнень молекул.
8. Явища переносу.

1. Загальні поняття молекулярної фізики та термодинаміки

Молекулярна фізика і термодинаміка – розділи фізики, у яких вивчаються макроскопічні процеси в тілах, що пов'язані з величезною кількістю атомів і молекул, з яких складається тіло.

Молекулярно-кінетичний метод виходить з молекулярно-кінетичної теорії будови речовини. ***Основою молекулярно-кінетичної теорії є два твердження*:**

1) будь яке тіло (речовина) складається з атомів;
2) в газоподібному стані атоми речовини безперервно хаотично рухаються.

В його основі лежить те, що властивості макроскопічної системи визначаються властивостями частинок системи, особливостями їхнього руху і усередненими значеннями динамічних характеристик частинок (приклад – температура; не можна говорити про температуру однієї молекули). Цей метод користується законами теорії ймовірності та математичної статистики. Відповідний розділ фізики називається статистичною фізикою.

Термодинамічний метод виходить з аналізу процесів перетворення та збереження енергії в системах, що розглядаються. Термодинаміка не вивчає мікроскопічну будову речовини, механізми явищ, а лише встановлює зв'язки між макроскопічними властивостями речовини. Термодинаміка має справу з термодинамічними системами.

Термодинамічна система – це будь-яке макроскопічне тіло чи сукупність тіл у твердому, рідкому чи газоподібному стані.

Термодинамічні параметри – це фізичні величини, що характеризують термодинамічну систему (описують її стан): ***V – об'єм, T – температура, P – тиск***, концентрація n та інші.

Температура є мірою середньої кінетичної енергії хаотичного руху молекул речовини. При тепловій рівновазі у всіх частинах тіла чи системи тіл температура однакова.

Зміна температури речовини приводить до зміни параметрів, що характеризують її стан – тиску, об'єму, а також фізичних властивостей речовини – оптичних, електромагнітних та ін. Спостереження за зміною цих параметрів і властивостей дозволяють вимірювати зміну температури. Для цього застосовується термометр. Термометр приводиться в стан теплової рівноваги з речовиною, температура якої вимірюється. На практиці найчастіше застосовуються ртутні і спиртові термометри. При цьому використовується залежність об'єму рідини (ртуті, спирту) від температури.

У шкалі Цельсія за нуль температури t = 0 °C приймається температура льоду, що тане, а температура киплячої води при нормальному тиску (Р = 101325 Па) приймається за 100^0 С. 1 градус Цельсія – сота частина різниці між цими двома температурами.

Недоліком рідинних термометрів є те, що залежність об'єму різних рідин від температури не однакова, тому покази термометрів з різними робочими рідинами при температурах, що відрізняються від 0 °С і 100 °С, не збігаються. Більш досконалий спосіб вимірювання температури ґрунтується на тому, що для будь-яких газів, які знаходяться в тепловій рівновазі, відношення добутку тиску P на об'єм V до числа молекул N однакове:

$$\frac{PV}{N} = const.$$

Це дозволяє виразити середню кінетичну енергію хаотичного руху молекул $\langle E \rangle$ через температуру *T*. Введена таким чином температура Т називається ***абсолютною, чи температурою за шкалою Кельвіна.*** Один градус абсолютної шкали температур 1 К (1 кельвін) дорівнює 1 °С. Температура по шкалі Кельвіна зв'язана з температурою по шкалі Цельсия рівністю:

$$T = 273{,}15 + t. \qquad (1.1)$$

Абсолютний нуль відповідає приблизно (–273 С). При абсолютному нулі припиняється поступальний рух молекул; інші види руху (коливальний та обертальний) залишаються і при 0 К. Стан речовини при абсолютному нулі недосяжний, але до нього можна підійти як завгодно близько.

Тиском газу P називається фізична величина, що дорівнює відношенню нормальної сили, з якою газ діє на деяку площину, до площі поверхні цієї площини

$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \qquad (1.2)$$

Одиниця тиску – *паскаль* (Па). Позасистемна одиниця тиску 1 мм ртутного стовпчика.

2. Дослідні закони ідеального газу

Властивості речовини в газоподібному стані можна пояснити за допомогою моделі ідеального газу. ***Ідеальним називається газ,*** молекули якого мають нехтуюче малий об'єм (лінійні розміри молекул d значно менші відстані r між ними, $d << r$) і не взаємодіють між собою та стінками посудини на відстані. При зіткненні між собою та із стінками посудини молекули поводяться як пружні кульки.

Реальні гази за умов, що не надто відрізняються від нормальних, близькі за своїми властивостями до ідеальних.

Розміри молекул надзвичайно малі, неозброєним оком їх неможливо побачити. Діаметр молекули водню, що складається з двох атомів, $–2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м, діаметри більш складних молекул, наприклад, білка, досягають $43 \cdot 10^{-10}$ м. Розміри великих молекул можна визначити за їх зображенням, отриманим за допомогою електронного мікроскопа.

Кількість молекул у кожному з тіл, що оточують нас, надзвичайно велика. У 1 см^3 води міститься $3{,}7 \cdot 10^{22}$ молекул. Кількість речовини прийнято вимірювати не кількістю молекул, а в інших одиницях – молях. ***Моль*** (ν) – це кількість речовини, що містить стільки ж частинок, скільки міститься атомів у 0,012 кг вуглецю ^{12}C.

В одному молі будь-якої речовини міститься однакове число частинок. Це число називається ***сталою Авогадро (або числом Авогадро)*** N_A, що дорівнює $6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$**.**

Закон Авогадро: молі різних газів при однаковій температурі та тиску займають однакові об'єми. При нормальних умовах цей об'єм дорівнює 22,4 10^{-3} м^3/моль.

Нормальні умови: T = 273 К; P = 1,013 10^5 Па; V = 22,4 10^{-3} м^3/моль.

Маса одного моля називається ***молярною масою M***. Молярна маса легко визначається за таблицею елементів Менделєєва.

Одиниця молярної маси – *кілограм на моль* (кг/моль).

Масу молекули m_0 можна визначити за формулою

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (1.3)$$

Оцінимо, наприклад, масу молекули води H_2O. Підставивши молярну масу води $M = 2\times 1 + 16 = 18$ г/моль = 0,018 кг/моль , одержимо

$$m_0 = \frac{0{,}018}{6{,}022\cdot 10^{23}}\,\text{кг} \approx 3\cdot 10^{-26}\,\text{кг}$$

Число молів газу ν, а також число молекул, що знаходяться в посудині N, можна визначити, використовуючи співвідношення

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}\,.$$

Ізопроцеси в газах.

У фізиці і техніці важливе значення мають процеси, у яких, крім кількості речовини, залишається незмінним один із трьох параметрів – тиск, об'єм або температура. Такі процеси називаються ізопроцесами.

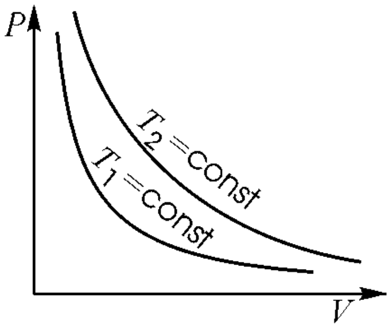

Рис. 1.1

Ізотермічний процес – це процес, який протікає при сталій температурі T = const. Рівняння ізотермічного процесу має вигляд

$$PV = \text{const}\,,\quad \text{або}\quad P_1V_1 = P_2V_2\,. \qquad (1.4)$$

Закон, що виражається цим рівнянням, називається ***законом Бойля-Маріотта***. Гіпербола, що зображує залежність тиску від об'єму при T = const, називається ***ізотермою.*** На рис. 1.1 приводяться ізотерми, що відповідають двом температурам T_1 і $T_2>T_1$.

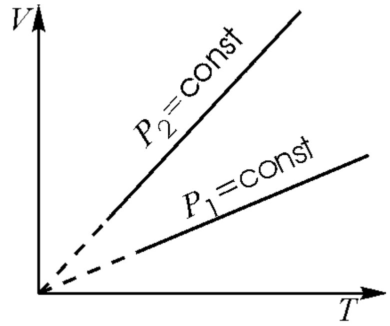

Рис. 1.2

Ізобарний процес – це процес, що протікає при сталому тиску P = const. Його рівняння має вигляд

$$V = \text{const}\cdot T\,,\ \text{або}\quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}\,. \qquad (1.5)$$

Закон, що виражається рівнянням (1.5), зветься ***законом Гей-Люссака.*** Пряма, що зображує залежність об'єму від температури при сталому тиску, називається ***ізобарою.*** На рис. 1.2 показані дві ізобари, що відповідають різним тискам газу P_1 і $P_2 < P_1$.

Ізохорний процес – це процес, що протікає при незмінному об'ємі V = const. Рівняння ізохорного процесу має вигляд

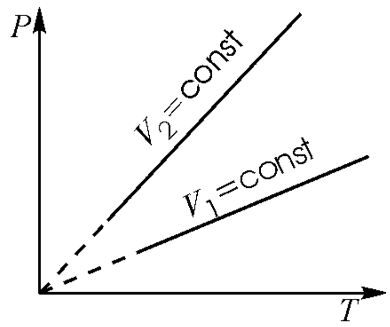

Рис. 1.3

$$P = \text{const}\cdot T\,,\quad \text{або}\quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}\,. \qquad (1.6)$$

Закон, що виражається рівнянням (1.6), називається ***законом Шарля.*** Пряма, що зображує залежність тиску від температури при сталому об'ємі, називається ***ізохорою***. На рис. 1.3 наведені ізохори для двох об'ємів газу V_1 і $V_2<V_1$.

Ізохори й ізобари не можна екстраполювати до точки T = 0 (штрихові лини на рис. 1.2 і 1.3), тому що при великому охолодженні властивості речовини сильно відрізняються від властивостей ідеального газу.

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до неї, т.т.:

$$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n\,, \qquad (1.7)$$

де $P_1, P_2, \ldots P_n$ – ***парціальні тиски*** – тиски газів, що складають суміш, якщо б кожен з них займав об'єм суміші при тієї ж температурі.

3. Рівняння стану ідеального газу

Рівняння стану ідеального газу ***(рівняння Менделєєва-Клапейрона)*** пов'язує об’єм V, тиск P і абсолютну температуру T газу:

$$PV = \frac{m}{M} RT = \nu RT\ . \qquad (1.8)$$

де m – маса газу;

$\frac{m}{M} = \nu$ – кількість речовини.

Стала величина R називається ***універсальною газовою сталою***, R = 8,31 Дж/(К·моль). Поряд з універсальною газовою сталою використовується і ***стала Больцмана*** k = 1,38·10^{-23} Дж/К. Універсальна газова стала зв'язана з числом Авогадро і сталою Больцмана:

$$R = kN_A\ . \qquad (1.9)$$

Враховуючи рівняння стану ідеального газу та зв’зок між k та R і виконуючи наступні перетворення, $PV = \nu \cdot N_A kT$, $\nu \cdot N_A = N$ – число молекул в даному об’ємі газу, $PV = NkT$, $P = \frac{N}{V} kT = nkT$, n – концентрація молекул (число молекул в одиниці об’єму), дійдемо до рівняння стану газу у вигляді

$$P = nkT\ . \qquad (1.10)$$

При однакових тисках і температурах усі гази мають в одиниці об’єму однакову кількість молекул**.** При нормальних умовах N_L = 2,68 ·10^{25} м$^{-3}$ – ***число Лошмидта***.

Лекція 12

МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ. ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ (продовження)

4. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії

Це рівняння, яке зв'язує макропараметри системи, до яких відносяться тиск газу P, його температура T і середню кінетичну енергію $\langle E \rangle$ молекул.

Розглянемо одноатомний газ. Виділимо на стінці сосуду елементарну площадку ΔS и знайдемо тиск, який спричиняє газ на площадку:

$$P = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\Delta p}{\Delta t \Delta S}. \qquad (1.11)$$

При кожному зіткненні одна молекула, що рухається перпендикулярно площадці, передає їй імпульс $\Delta p = m_0 \upsilon - (-m_0 \upsilon) = 2m_0 \upsilon$, де m_0 – маса молекули, а υ – її швидкість. За час Δt площадку досягнуть молекули, що перебувають на відстані $\upsilon \Delta t$. Кількість цих молекул $n \upsilon \Delta t \Delta S$, де n – концентрація молекул. Для простоти розрахунків, хаотичний рух молекул замінимо на рух вздовж взаємно перпендикулярних напрямів. Звідси виходить, що тільки 1/6 всіх молекул рухається до площадки. Тоді кількість ударів молекул о площадку дорівнює $\frac{1}{6} n \upsilon \Delta t \Delta S$. Імпульс, переданий площадці $\Delta p = 2m_0 \upsilon \frac{1}{6} n \upsilon \Delta t \Delta S = \frac{1}{6} n m_0 \upsilon^2 \Delta t \Delta S$. Підставимо цей вираз в (1.11) і отримаємо тиск на стінки посудини

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \upsilon^2. \qquad (1.12)$$

В цьому рівнянні υ – це ***середня квадратична швидкість*** $\langle \upsilon_{кв} \rangle$, $\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{\sum \upsilon_i^2}{N}}$. З урахуванням цього рівняння (1.12) приймає вигляд

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв}{}^2 \rangle \qquad (1.13)$$

Вираз (1.13) називається ***основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії***. З урахуванням того, що $n = N/V$, отримаємо

$$PV = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв}{}^2 \rangle = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle \upsilon_{кв}{}^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} E, \qquad (1.14)$$

де E – сумарна кінетична енергія молекул газу.

Перепишемо рівняння (1.14) у вигляді $PV = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв}{}^2 \rangle$, порівняємо його з рівнянням Менделєєва-Клапейрона $PV = \frac{m}{M} RT$, враховуючи, що $m_0 N = m$, отримаємо вираз ***середньої квадратичної швидкості***

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (1.15)$$

Так як $M = m_0 N_A$, $R = k N_A$, то вираз (1.15), можна переписати у вигляді

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}}$$

Середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 \upsilon_{кв}{}^2}{2} = \frac{3}{2}kT\,, \qquad (1.16)$$

Чим вища температура газу, тим більша середня швидкість, а це значить, що з підвищенням температури зростає число молекул з більшою швидкістю і зменшується – з меншою швидкістю.

5. Закон Максвела про розподіл молекул газу за швидкостями та енергіями теплового руху

Хаотичний тепловий рух молекул газу, який перебуває в стані термодинамічної рівноваги, веде до розподілу молекул за швидкостями. Цей розподіл описується статистичним законом, який теоретично вивів Максвел (1931-1879). Закон Максвела дозволяє визначити, яка кількість молекул dN із загального їх числа N при певній температурі T знаходиться в інтервалі швидкостей $d\upsilon$, від υ до $\upsilon + d\upsilon$. При цьому припускається, що газ хімічно однорідний. Цей розподіл виражається формулою

$$dN = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} \cdot 4\pi\upsilon^2 d\upsilon = f(\upsilon)d\upsilon\,. \qquad (1.17)$$

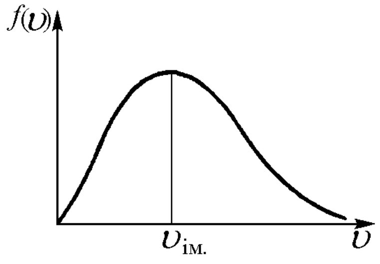

Рис. 1.4

На рис. 1.4 показано розподіл Максвела графічно. На осі ординат відкладається величина $dN / Nd\upsilon$, що й являє собою функцію розподілу Максвела. Швидкість, при якій функція розподілу $f(\upsilon)$ максимальна, називається ***найбільш імовірною швидкістю*** $\upsilon_{ім}$. Ця швидкість дорівнює

$$\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \qquad (1.18)$$

Середня арифметична швидкість молекули $\langle \upsilon \rangle$ визначається за формулою $\langle \upsilon \rangle = \frac{1}{N}\int\limits_0^\infty \upsilon dN(\upsilon) = \int\limits_0^\infty \upsilon f(\upsilon)d\upsilon$, звідки

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\,. \qquad (1.19)$$

Порівнюючи формули (1.15), (1.17) і (1.19) отримаємо:

$$\langle \upsilon \rangle = 1{,}13\upsilon_{ім}\,; \quad \upsilon_{кв} = 1{,}22\upsilon_{ім}\,.$$

Довгий час швидкості молекул удавалось оцінити лише за допомогою непрямих розрахунків. Перше експериментальне визначення швидкостей молекул було здійснено Штерном у 1920 р. Вздовж осі двох концентричних циліндрів, які оберталися з однаковою кутовою швидкістю, було натягнуто тонку платинову дротинку, вкриту шаром срібла. При пропусканні струму по дротинці срібло випаровувалось, проходило крізь щілину, зроблену у внутрішньому циліндрі і осідало на зовнішньому циліндрі. Вимірюючи час обертання і знаючи радіуси циліндрів та кутову швидкість, Штерн обчислив швидкість атомів срібла. Молекули з більшою швидкістю сконденсуються ближче до місця навпроти щілини. Вимірюючи товщину шару срібла відповідно швидкостям молекул, можна знайти розподіл їх, що, як виявилось, збігається з розподілом Максвела при певній температурі.

В таблиці 1 наведені дані про кількість молекул азоту при температурі 421 К в певних інтервалах швидкості. Найімовірніша швидкість за цих умов – 500м/с.

Таблиця 1.

υ, м/с	0-100	100-300	300-500	500-700	700-1000	1000
dN/N,%	0,6	12	30	29	23	5,4

З розподілу молекул газу за швидкостями (1.17) можна перейти до їх розподілу за енергіями E, зробивши заміну $\frac{m\upsilon^2}{2}$ на E. Підставивши в (1.17) $\upsilon = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ і $d\upsilon = (2mE)^{-\frac{1}{2}} dE$, отримаємо

$$dN(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} E^{1/2} e^{-E/kT} dE = N \cdot f(E) dE, \qquad (1.20)$$

де $dN(E)$ – кількість молекул, у яких кінетична енергія поступального руху лежить в інтервалі від E до $E + dE$.

Щоб одержати розподіл молекул в просторі, треба кінетичну енергію $\frac{m\upsilon^2}{2}$ замінити потенціальною $E_n(x, y, z)$.

6. Барометрична формула. Розподіл Больцмана

Молекули будь-якого газу знаходяться в полі сил тяжіння Землі. Сила тяжіння, з одного боку, і тепловий рух молекул, з іншого, призводять до розподілу молекул з висотою. Тиск газу з висотою зменшується відповідно до барометричної формули:

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = P_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}, \qquad (1.21)$$

де P – тиск повітря на висоті h;
P_0 – тиск повітря на висоті $h_0 = 0$;
m_0 – маса молекули;
T – абсолютна температура, яка вважається сталою;
M – молярна маса газу.

За нульову висоту можна взяти будь-який рівень на поверхні Землі чи над нею. З барометричної формули, формул $P = nkT$ та $P_0 = n_0 kT$ одержимо

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}. \qquad (1.22)$$

Ця формула виражає собою розподіл молекул за потенціальною енергією, або ***розподіл Больцмана.*** Розподіл Больцмана (1844-1906) має місце не тільки в полі сил тяжіння, але й у будь-якому потенціальному полі.

7. Середня довжина вільного пробігу та середня кількість зіткнень молекул

Молекули в процесі хаотичного руху стикаються. Кількість їх зіткнень тим більша в одиницю часу, чим більші їх розміри й концентрація, а також швидкість. Кількість зіткнень молекули за секунду $\langle Z \rangle$ в середньому дорівнює:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle, \tag{1.23}$$

де d – ***ефективний діаметр молекули*** – мінімальна відстань, на яку зближуються при зіткненні центри двох молекул;

n – концентрація молекул;

$\langle \upsilon \rangle$ – середня арифметична швидкість.

Між послідовними зіткненнями молекула пробігає деяку відстань. Середнє значення довжин шляхів, пройдених молекулою між двома послідовними зіткненнями, називається ***середньою довжиною вільного пробігу*** $\langle \lambda \rangle$. Беручи до уваги, що $\langle \lambda \rangle = \dfrac{\langle \upsilon \rangle}{\langle Z \rangle}$, знаходимо

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \tag{1.24}$$

8. Явища переносу

Явища переносу пов’язані з певними неоднорідностями в системі, такими як неоднорідність густини, температури та швидкості напрямленого переміщення окремих шарів системи. Відбувається мимовільне вирівнювання цих неоднорідностей, виникають потоки речовини, енергії та імпульсу напрямленого руху частинок. До явищ переносу відносяться дифузія, теплопровідність та внутрішнє тертя (в’язкість).

Дифузія – це самочинне взаємне проникнення та змішування молекул газоподібних, рідких та твердих тіл, що знаходяться в контакті. Дифузія пов’язана з неоднорідністю густини речовини. ***В результаті дифузії переноситься маса*** Δm**.** Згідно з законом Фіка

$$\Delta m = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S \Delta t, \tag{1.25}$$

де $\Delta\rho/\Delta x$ – градієнт густини вздовж напряму переносу речовини *x*;

ΔS – площа перерізу, через який відбувається дифузія;

Δt – відрізок часу, за який розглядається дифузія;

$D = \frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \langle \lambda \rangle$ – коефіцієнт дифузії.

Знак “–“ у законі Фіка вказує на те, що речовина переноситься в напрямі зменшення густини. В результаті дифузії густина речовини вирівнюється.

Внутрішнє тертя виникає при неоднорідності напрямленої (не хаотичної) швидкості, а значить і імпульсів молекул в прилеглих шарах рідин чи газу (можливо і твердих тіл). ***В результаті внутрішнього тертя передаються імпульси від одного шару речовини до іншого***, таким чином імпульси вирівнюються. Переданий імпульс Δp визначається законом Ньютона:

$$\Delta p = -\eta\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\Delta S \Delta t, \tag{1.26}$$

де $\Delta\upsilon / \Delta x$ – градієнт швидкості вздовж напряму *x*;

ΔS – площа зіткнення шарів;

Δt – час;

$\eta = \frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle\upsilon\rangle\rho$ – ***динамічна в'язкість*** речовини.

Знак "–" у законі Ньютона вказує на те, що імпульс переноситься в напрямі зменшення швидкості. Враховуючи, що $\Delta p / \Delta t = F$, закон (1.26) можна переписати так:

$$F = -\eta \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} \Delta S, \qquad (1.27)$$

де F – сила внутрішнього тертя, яка діє на площу ΔS зіткнення шарів.

Кінематичною в'язкістю називається величина $\nu = \eta / \rho$. В'язкість масел – важлива характеристика, потрібна при експлуатації двигунів машин. За зміною в'язкості можна судити про технічний стан двигуна. Прилад, що використовується для вимірювання в'язкості, називається віскозиметром.

Теплопровідність пов'язана з неоднорідністю температури. ***При теплопровідності переноситься енергія у вигляді тепла,*** внаслідок чого температура вирівнюється. Кількість перенесеної енергії ΔQ визначається за законом Фур'є:

$$\Delta Q = -K \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t \ , \qquad (1.28)$$

де $\Delta T / \Delta x$ – градієнт температури;

$K = \frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle\lambda\rangle\rho \cdot C_V^\rho$ – коефіцієнт теплопровідності;

C_V^ρ – питома теплоємність речовини в ізохоричному процесі.

Лекція 13

Тема 2

ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

План

1. Внутрішня енергія системи.
2. Робота газу.
3. Перший закон термодинаміки. Теплоємність ідеального газу.
4. Адіабатний та політропічний процеси.
5. Колові процеси.
6. Оборотні та необоротні процеси. Другий закон термодинаміки.
7. Теплові двигуни. Цикл Карно. К.к.д. циклу.
8. Ентропія.

1. Внутрішня енергія системи

Число ступенів вільності молекули i – найменша кількість координат, необхідних для повного визначення положення її в просторі.

Одноатомна молекула може розглядатися як матеріальна точка, яка має три ступені вільності, пов'язані з поступальним рухом, $i = 3$.

Двоатомна молекула може розглядатися як тонкий стержень, що має три ступені вільності поступальні (координати центра ваги) і дві обертальні (кути повороту) всього $i = 5$.

Молекули, що мають три або більше атомів, що не змінюють свого положення один відносно іншого, можна розглядати як тверде тіло. Для таких молекул $i = 6$, з них 3 – поступальні і 3 – обертальні ступені вільності.

Молекула ідеального газу – матеріальна точка, для неї $i = 3$. Для такої молекули кінетична енергія $\varepsilon = \frac{3}{2}kT$. Звідси видно, що на один ступінь вільності молекули приходиться енергія 1/2 kT. Це справедливо й для складних молекул. Ми приходимо до твердження, відомого *як* ***закон рівномірного розподілу енергії молекули за ступенями вільності:*** на кожний поступальний чи обертальний ступінь вільності молекули припадає в середньому однакова кінетична енергія, що дорівнює *1/2 kT*.

На один коливальний ступінь вільності припадає енергія *kT.*

Таким чином, середня енергія молекули

$$\varepsilon = \frac{i}{2}kT\ , \qquad (2.1)$$

де $i = i_{пост} + i_{об} + 2i_{кол}$ – сума поступальних, обертальних та подвоєного числа коливальних ступенів вільності.

Внутрішня енергія системи складається з кінетичної енергії молекул і потенціальної енергії їх взаємодії***. Внутрішня енергія U ідеального газу,*** що містить N молекул, визначається тільки середньою кінетичною енергією молекул ε: $U = N\varepsilon$. З урахуванням (2.1) для одного молю газу $N = N_A$ отримаємо

$$U_M = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT\ . \qquad (2.2)$$

Внутрішня енергія довільної маси m газу

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT\ . \qquad (2.3)$$

Внутрішня енергія системи – функція стану цієї системи, і вона має цілком певне значення в кожному стані системи.

У реальних газах, а також у рідинах і твердих тілах необхідно враховувати потенціальну енергію взаємодії між молекулами, яка залежить від відстані між ними.

Внутрішня енергія системи може змінюватися, наприклад, при виконанні роботи системою чи над системою, при передачі системі тепла.

При стисненні газу (наприклад, у циліндрах дизельного двигуна) його температура зростає, тобто збільшується і його внутрішня енергія.

Другий спосіб зміни внутрішньої енергії системи – теплопередача. Наприклад, при охолоджені системи ніяка робота не виконується, а її внутрішня енергія зменшується. При цьому навколишні тіла нагріваються, тобто збільшують свою внутрішню енергію. Такий процес, при якому енергія від одного тіла передається до іншого без виконання роботи, називається теплообміном (або теплопередачею).

2. Робота газу

Розглянемо роботу газу при розширенні. Газ, що знаходиться в циліндрі під поршнем, внаслідок розширення переміщує поршень на відстань dx. На поршень площею S газ тисне силою $F = PS$. Виконувана при цьому елементарна робота

$$\delta A = Fdx = PSdx = PdV \,. \qquad (2.4)$$

При скінченній зміні об'єму від V_1 до V_2 робота виражається означеним інтегралом

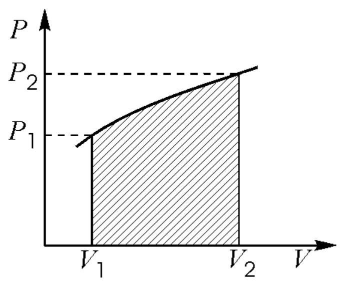

Рис. 2.1

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV \,. \qquad (2.5)$$

Графічно робота в будь-якому процесі визначається площею фігури, обмеженої кривою залежності тиску від об'єму $P(V)$, віссю V і відрізками ординат, що відповідають початковому P_1 і кінцевому P_2 тискам (заштрихована фігура на рис. 2.1).

При розширенні газу виконується додатна робота, а при стисненні – від'ємна, тобто в останньому випадку робота виконується зовнішніми силами над системою.

3. Перший закон термодинаміки. Теплоємність ідеального газу

Робота, кількість теплоти і внутрішня енергія системи взаємозв'язані. Цей взаємозв'язок виражається законом збереження і перетворення енергії стосовно теплових процесів – ***першим законом (або началом) термодинаміки:*** кількість теплоти δQ, передана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії dU цієї системи і на роботу δA системи проти зовнішніх сил:

$$\delta Q = dU + \delta A \,. \qquad (2.6)$$

Внутрішня енергія є функція стану системи, тому dU – повний диференціал, тоді як теплота і робота не являються функціями стану системи і тому δQ і δA не є повними диференціалами.

Теплоємність ідеального газу – фізична величина, чисельно рівна кількості теплоти, необхідної для нагрівання даної кількості газу на 1 К:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \,. \qquad (2.7)$$

Питомою теплоємністю називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, необхідної для нагрівання одиниці маси (1кг) на 1 К:

$$C^{\rho} = \frac{\delta Q}{mdT}. \qquad (2.8)$$

Одиниця виміру питомої теплоємності – Дж/(кг·К).

Молярною теплоємністю називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, необхідної для нагрівання одиниці кількості речовини (1 моля) на 1 К:

$$C^{M} = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \qquad (2.9)$$

Одиниця виміру молярної теплоємності – Дж/(моль·К). Між молярною та питомою теплоємностями очевидний зв'язок:

$$C^{M} = MC^{\rho}. \qquad (2.10)$$

Розрізняють теплоємності при ***сталому об'ємі*** $C_V^{\,M}$ ***та при сталому тиску*** $C_P^{\,M}$.

Запишемо рівняння першого закону термодинаміки (2.6) для 1 моля газу з урахуванням формул (2.2) та (2.4):

$$C^{M} dT = dU_M + PdV_M. \qquad (2.11)$$

Якщо газ нагрівається при незмінному об'ємі, то робота зовнішніх сил дорівнює нулю, і теплота, що надається газу ззовні, йде тільки на збільшення його енергії $C_V^{\,M} = \frac{dU_M}{dT}$, тобто молярна теплоємність газу при сталому об'ємі дорівнює зміні внутрішньої енергії 1 моля газу при збільшенні його температури на 1 К. Згідно формулі (2.2)

$$C_V^{\,M} = \frac{i}{2}R. \qquad (2.12)$$

Якщо газ нагрівається при сталому тиску, то вираз (2.11) можна записати у вигляді $C_P^{\,M} = \frac{dU_M}{dT} + \frac{PdV_M}{dT}$. Враховуючи, що $\frac{dU_M}{dT}$ не залежить від виду процесу (внутрішня енергія газу визначається тільки температурою) і завжди дорівнює $C_V^{\,M}$, продиференціювавши рівняння Менделєєва-Клапейрона $PV_M = RT$ по T, одержимо ***співвідношення Майєра***:

$$C_P^{\,M} = C_V^{\,M} + R. \qquad (2.13)$$

Враховуючи (2.12), рівняння (2.13) можна записати у вигляді

$$C_P^{\,M} = \frac{i+2}{2}R. \qquad (2.14)$$

Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів.

Ізохорний процес. У цьому процесі, як видно з (2.4), робота газу дорівнює нулю. Зміна внутрішньої енергії системи згідно (2.6) дорівнює кількості переданої теплоти:

$$dU = \delta Q = \frac{m}{M} C_V^{\,M} dT = \frac{m}{M}\frac{i}{2} RdT. \qquad (2.15)$$

При нагріванні газу $\delta Q > 0$, внутрішня енергія збільшується, при охолодженні – зменшується.

Ізобарний процес. В ізобарному процесі передана теплота йде як на виконання роботи, так і на зміну внутрішньої енергії газу. При нагріванні газ, розширюючись, виконує додатну роботу. Одночасно зростає його внутрішня енергія. При охолодженні об’єм газу зменшується, виконувана ним робота від’ємна, внутрішня енергія зменшується. В цьому процесі

$$\delta Q = dU + \delta A . \qquad (2.16)$$

В ізобарному процесі при наданні газу кількості теплоти $\delta Q = \frac{m}{M} C_P{}^M dT$ його внутрішня енергія збільшується на величину $dU = \frac{m}{M} C_V{}^M dT$. При цьому газ виконує роботу $A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1)$, або, з урахуванням рівняння Менделєєва-Клапейрона, $A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$. З цього виразу випливає ***фізичний зміст універсальної газової сталої R***: універсальна газова стала – це фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі одного моля газу при ізобарному нагріванні його на 1 К, тобто

$$R = \frac{A}{\frac{m}{M}(T_2 - T_1)} . \qquad (2.17)$$

Ізотермічний процес. В ізотермічному процесі внутрішня енергія не змінюється, $dU = 0$, тому

$$\delta Q = \delta A , \qquad (2.18)$$

тобто вся передана теплота витрачається на виконання газом роботи. При нагріванні газ виконує додатну роботу, при охолодженні – від’ємну (додатну роботу виконують зовнішні сили над газом). Знайдемо роботу ізотермічного розширення з урахуванням того, що тиск залежить у даному процесі від об’єму згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона $P = \frac{m}{M}\frac{RT}{V}$:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ell n \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ell n \frac{P_1}{P_2} . \qquad (2.19)$$

4. Адіабатний та політропічний процеси

Адіабатний процес – це процес, що протікає в системі без теплообміну з зовнішнім середовищем, $\delta Q = 0$. У цьому випадку, відповідно до першого закону термодинаміки, робота виконується газом тільки за рахунок зменшення його внутрішньої енергії:

$$\delta A = -dU , \qquad (2.20)$$

температура газу при цьому знижується. Це відбувається при адіабатному розширенні газу. При адіабатному стисненні газу зовнішніми силами робота газу $\delta A < 0$, $\Delta U > 0$ – у цьому випадку температура газу підвищується. Отже робота газу в адіабатному процесі визначається зміною внутрішньої енергії:

$$A = \frac{m}{M} C_V{}^M (T_1 - T_2) . \qquad (2.21)$$

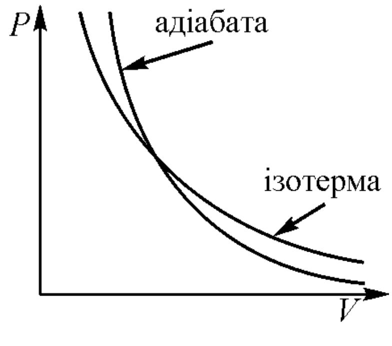

Рис. 2.2

Для здійснення адіабатного процесу газ необхідно цілком теплоізолювати, що практично неможливо. Однак, якщо процес протікає дуже швидко, то теплообміном між системою і навколишнім середовищем можна знехтувати, і такий процес можна вважати адіабатним.

Знайдемо зв’язок між параметрами системи при адіабатичному процесі, тобто знайдемо рівняння цього процесу.

Для цього запишемо систему рівнянь: $\frac{m}{M} C_V{}^M dT = -PdV$; $C_P{}^M = C_V{}^M + R$; $PV = \frac{m}{M} RT$.
Виключивши один параметр, знайдемо зв'язок між двома іншими. Так, виключивши температуру, знайдемо ***рівняння адіабати*** у вигляді

$$PV^{\gamma} = const, \tag{2.22}$$

Це рівняння Пуассона. Коефіцієнт γ – ***коефіцієнт Пуассона,*** який за означенням

$$\gamma = C_p / C_V = \frac{i+2}{i}. \tag{2.23}$$

Для ***одноатомних газів*** $\gamma = 5/3$***, для двоатомних*** $\gamma = 7/5$***, для багатоатомних*** $\gamma = 4/3$.

Рівняння адіабати може бути записане й у іншому вигляді:

$$TV^{\gamma-1} = const; \quad PT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = const. \tag{2.24}$$

При адіабатному розширенні температура газу знижується, тому тиск газу із збільшенням об'єму падає швидше, ніж в ізотермічному процесі. При стисненні газу відбувається зворотне: тиск в адіабатному процесі росте швидше, ніж в ізотермічному. Тому крива, що зображує графічно адіабатний процес (адіабата), йде крутіше ізотерми (рис. 2.2).

Політропічний процес – процес, що протікає при сталій теплоємності. Розглянуті вище процеси – окремі випадки політропічного процесу. ***Рівняння політропічного процесу*** для ідеального газу має вигляд

$$PV^n = const, \tag{2.25}$$

де $n = \frac{C_{пр} - C_P{}^M}{C_{пр} - C_V{}^M}$ – показник політропи.

Для ізохорного процесу $C_{пр} = C_V{}^M$, $n = \pm\infty$; для ізобарного процесу $C_{пр} = C_P{}^M$, $n = 0$; для ізотермічного процесу $C_{пр} = \infty$, $n = 1$; для адіабатного процесу $C_{пр} = 0$, $n = \frac{C_P{}^M}{C_V{}^M}$.

Лекція 14

ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ (продовження)

5. Колові процеси

Коловим процесом (або циклом) називається процес, в результаті якого термодинамічна система повертається до вихідного стану. На графіках такі процеси зображуються замкненими кривими (рис. 2.3). Колові процеси лежать в основі всіх теплових машин: двигунів внутрішнього згоряння, парових двигунів, дизелів, парових та газових турбін, холодильних машин.

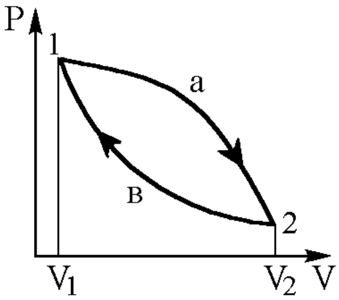

Рис. 2.3

Коловий процес складається з двох частин: процес розширення газу із стану 1 в стан 2 (1а2) і стиснення газу із стану 2 в стан 1 (2в1). В першому випадку робота виконується додатна, в другому – від'ємна. В цілому робота буде додатна і чисельно дорівнює площі замкненої фігури 1а2в1 $A = A_{V_1 1a2V_2} - \left|A_{V_2 1в2V_2}\right|$. Цикл, у якому робота додатна, називається ***прямим***. Якби цикл відбувався у протилежному напрямі, то робота була б такою ж за величиною, але від'ємна – це ***зворотний цикл.*** Повна зміна внутрішньої енергії системи у коловому циклі дорівнює нулю, $dU = 0$, бо система повертається у вихідний стан. Тому, згідно з першим законом термодинаміки, у коловому циклі загальна кількість теплоти, що надається системі, дорівнює виконаній роботі $\delta Q = \delta A$.

6. Оборотні та необоротні процеси. Другий закон термодинаміки

Термодинамічний процес називається ***оборотним,*** якщо він допускає повернення системи в попередній стан без будь яких змін у навколишньому середовищі**.** Це означає, що при виконанні його системою спочатку в прямому напрямі, а потім у зворотному у вихідний стан повертається як сама система, так і всі зовнішні тіла, з якими система взаємодіє. Приклад оборотного процесу – незатухаючі коливання пружинного маятника.

Процес, що не відповідає цим умовам, називається ***необоротним***. Необоротним є процес з тертям, де енергія напрямленого руху тіл перетворюється в енергію хаотичного (теплового) руху молекул тіл і навколишнього середовища. Всі реальні процеси – необоротні.

Досвід показує, що багато процесів, протікання яких цілком допускається першим законом термодинаміки, насправді не відбуваються. Так, нагріте тіло, що знаходиться в тепловому контакті з холодним, охолоджується, передаючи свою енергію холодному. Зворотний процес передачі теплоти від холодного тіла до нагрітого і підвищення за рахунок цього температури нагрітого тіла при подальшому зниженні температури холодного тіла ніколи не спостерігається, хоча це і не суперечило б першому закону термодинаміки. При падінні каменя з деякої висоти на землю його механічна енергія перетворюється в теплову: нагрівається камінь і стична з ним частина землі. Зворотний процес – підняття каменя на висоту за рахунок теплового руху молекул, що допускається законом збереження енергії, не відбувається. Розглянуті випадки – типові приклади необоротних процесів. Таких прикладів можна привести безліч. Усі вони свідчать про визначену спрямованість процесів, що протікають у природі, не відображену в першому законі термодинаміки, а саме: у природі всі процеси (не тільки теплові) відбуваються так, що спрямований, упорядкований рух переходить у ненаправлений, хаотичний. Зворотний же перехід може відбуватися тільки при зміні стану навколишніх тіл. Так, передача тепла від холодного тіла до нагрітого в холодильнику зв'язана зі споживанням електроенергії і нагріванням навколишнього повітря.

Перше начало термодинаміки не виключає можливість такого процесу, єдиним результатом якого було б перетворення теплоти, одержаної від якогось тіла, в еквівалентну роботу. Спираючись на це, можна було б спробувати побудувати періодично діючий двигун, який за рахунок охолодження одного тіла (наприклад, води океану) виконував би роботу. Такий двигун називається вічним двигуном другого роду. Узагальнення великої кількості матеріалу привело до висновку про неможливість вічного двигуна другого роду. Цей висновок дістав назву ***другого закону термодинаміки***. Існує кілька різних за формою формулювань цього закону:

1. За Кельвіном: неможливий процес, єдиним результатом якого є перетворення теплоти, одержаної від нагрівача, в еквівалентну їй роботу.

2. За Клаузіусом: неможливий процес, єдиним результатом якого є передавання енергії у формі теплоти від холодного тіла до гарячого.

7. Теплові двигуни. Цикл Карно. К.к.д. циклу

Тепловий двигун – це пристрій, що перетворює внутрішню енергію палива в енергію механічного руху. Тепловий двигун складається з трьох основних частин: нагрівача, робочого тіла і холодильника (рис. 2.4). Робочим тілом є газ. Нагрівачем служить пальне, при спалюванні якого робочому тілу передається теплота Q_1, внаслідок чого його температура підвищується, тиск зростає, і воно виконує корисну роботу A. При цьому частина теплоти Q_2 обов'язково передається холодильнику, тобто кількість теплоти, за рахунок якої виконується корисна робота за цикл, дорівнює

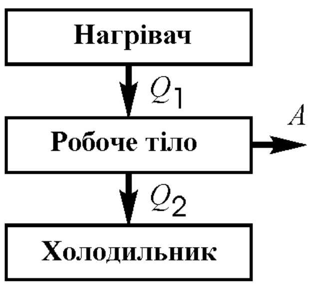

Рис. 2.4

$$Q = Q_1 - Q_2 \; . \qquad (2.26)$$

Після цього двигун переходить у вихідний стан, завершивши один робочий цикл. Далі такі цикли багаторазово повторюються. Теплота Q, відповідно до I закону термодинаміки, цілком переходить у роботу,

$$A = Q_1 - Q_2 \; . \qquad (2.27)$$

Виконана робота A завжди менша теплоти Q_1. Неможливість повного перетворення внутрішньої енергії пального у роботу в теплових двигунах обумовлена необоротністю теплових процесів у природі.

Термічний коефіцієнт корисної дії (к.к.д.) теплового двигуна дорівнює відношенню механічної роботи, яку виконує двигун, до витраченої енергії:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \; . \qquad (2.28)$$

Прикладом найбільш економічного колового процесу є широко використовуваний на практиці ***цикл Карно***. Цей цикл (рис. 2.5) складається з двох ізотерм 1-2 та 3-4 і двох адіабат 2-3 та 4-1.

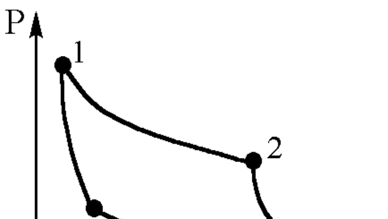

Рис. 2.5

У процесі ізотермічного розширення 1-2 робоче тіло (наприклад газ у циліндрі з рухомим поршнем) перебуває в тепловому контакті з нагрівачем, температура якого T_1. В ізотермічному процесі $dU = 0$, тому кількість теплоти Q_1, що отримав газ від нагрівача, дорівнює роботі розширення A_{1-2}, яку виконує газ при переході з стану 1 у стан 2,

$$A_{1-2} = \frac{m}{M} RT\ell n \frac{V_2}{V_1} = Q_1 . \qquad (2.29)$$

При адіабатному розширенні 2-3 робоче тіло повністю теплоізольоване від зовнішнього середовища. Робота розширення A_{2-3} виконується за рахунок зміни внутрішньої енергії:

$$A_{2-3} = \frac{m}{M} C_V^M (T_1 - T_2) = -\frac{m}{M} C_V^M (T_2 - T_1) .$$

На дільниці 3-4 відбувається ізотермічне стиснення робочого тіла завдяки контакту з холодильником, температура якого T_2, причому $T_2 < T_1$. Кількість теплоти Q_2, що віддана холодильнику, дорівнює роботі стиснення A_{3-4}:

$$A_{3-4} = \frac{m}{M} RT\ell n \frac{V_4}{V_3} = -Q_2 . \qquad (2.30)$$

Робота адіабатного стиснення

$$A_{4-1} = -\frac{m}{M} C_V^M (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} C_V^M (T_2 - T_1) = -A_{2-3} .$$

Робота, виконана за цикл,

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = Q_1 + A_{2-3} - Q_2 - A_{2-3} = Q_1 - Q_2 .$$

Запишемо рівняння адіабат 2-3 та 4-1, отримаємо $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$; $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$, звідки $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$. З урахуванням цього підставимо (2.29) та (2.30) в (2.28), отримаємо

$$\eta = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ell n \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ell n \frac{V_2}{V_1}}{\frac{m}{M} RT_1 \ell n \frac{V_2}{V_1}} ,$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} . \qquad (2.31)$$

Ми отримали дуже важливе положення термодинаміки, що називається ***теоремою Карно***: термічний к.к.д. циклу Карно не залежить від природи робочого тіла і визначається тільки температурами нагрівача і холодильника.

Підвищити к.к.д. можна зниженням температури холодильника і підвищенням температури нагрівача. Максимальне значення к.к.д. сучасних теплових двигунів складає 65%, реальне ж його значення через різні енергетичні втрати – близько 40%. К.к.д. сучасних паросилових установок з паровою машиною дорівнює 10-15%, з паровою турбіною 20-30%.

Зворотні цикли використовуються для охолодження тіл. За допомогою холодильних машин передається теплота від більш холодного тіла до більш нагрітого за рахунок роботи, виконаної над робочим тілом зовнішніми силами. У зворотному циклі Карно робоче тіло забирає від холоднішого тіла з температурою T_2 теплоту Q_2, а тілу з температурою T_1 більш гарячому, передає теплоту Q_1. Загальна робота від'ємна.

Велика частина використовуваних на Землі двигунів – це теплові двигуни. У нашій країні значна частина електроенергії виробляється на теплових електростанціях, де використовуються теплові двигуни головним чином у вигляді могутніх парових турбін. Широко використовуються теплові двигуни на транспорті, у сільськогосподарських машинах. Застосування теплових двигунів для вироблення зручної у використанні енергії збільшує можливість задоволення життєвих потреб людини, однак воно пов'язане із зростанням споживання вугілля, нафти і газу. Більше половини забруднень атмосфери пов'язано з автотранспортом, особливо в містах. Тому проблема істотного поліпшення стану навколишнього середовища безпосередньо зв'язана з удосконаленням автомобільного двигуна, використанням як палива водню, із застосуванням електродвигунів. Більше уваги повинно приділятися застосуванню екологічно чистих джерел енергії – вітрової, сонячної, енергії морських припливів. Розумне обмеження споживання енергоресурсів, ощадливе їх використання, застосування енергозберігаючих технологій, поряд з економічними принесе й екологічні вигоди.

8. Ентропія

Зведена кількість теплоти Q^* – відношення теплоти, одержаної тілом в ізотермічному процесі Q, до температури T "джерела теплоти", тобто

$$Q^* = \frac{Q}{T}. \qquad (2.32)$$

Довільний процес можна розбити на ряд нескінченно малих дільниць. Зведена кількість теплоти елементарна на такій дільниці – $\frac{\delta Q}{T}$. Якщо процес протікає від стану 1 до стану 2, то зведена кількість теплоти

$$Q^*_{1,2} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \qquad (2.33)$$

Для будь-якого оборотного колового процесу зведена кількість теплоти дорівнює нулю:

$$Q^* = \oint_{об.} \frac{\delta Q}{T} = 0. \qquad (2.34)$$

Це означає, що вираз $\frac{\delta Q}{T}$ є повним диференціалом деякої функції стану S,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \qquad (2.35)$$

Ця функція стану називається ***ентропією***.

В термодинаміці доводиться, що ентропія ізольованої системи при будь-яких процесах, що в ній відбуваються, не може зменшуватися:

$$dS \geq 0. \qquad (2.36)$$

Знак рівності відповідає оборотним процесам, нерівності – необоротним.

Аналіз поняття ентропія показує, що ентропія характеризує ступінь невпорядкованого руху в системі, міру "безпорядку" в ній. Більша ентропія означає більше хаотичного, теплового руху. Ентропія системи і термодинамічна імовірність W пов'язані між собою формулою Больцмана:

$$S = k \cdot \ell n W, \qquad (2.37)$$

де k – стала Больцмана;

W – число способів, якими може бути реалізовано даний стан макроскопічної системи (за означенням $W \geq 1$).

Величина W максимальна у стані рівноваги, який є найбільш неупорядкованим станом.

Лекція 15

Тема 3

РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ І ТВЕРДІ ТІЛА

План

1. Сили міжмолекулярної взаємодії.
2. Рівняння Ван дер Ваальса.
3. Рідини. Характеристики структури рідини Поверхневий натяг. Змочування. Краєвий кут. Капілярний ефект.
4. Тверді та аморфні тіла.

1. Сили міжмолекулярної взаємодії

Розріджені ідеальні гази з достатнім ступенем точності підлягають законам ідеальних газів. В інших випадках реальні гази за своїми властивостями відрізняються від ідеальних. Пов'язано це з тим, що поведінка молекул реальних газів відрізняється від приписуваної частинкам ідеального газу. По-перше, молекули мають скінченні розміри, по-друге, між ними існують сили взаємодії.

Сили взаємодії між молекулами носять складний характер, вони залежать від відстані між молекулами. Сили взаємодії мають в основному електромагнітне, а також і квантове походження. На дуже близьких відстанях переважають сили відштовхування, на більших – сили взаємного притягання. Додатними вважаються сили відштовхування. r_0 – рівноважна відстань, на якій сила взаємодії дорівнює нулю. Молекули знаходились би на цій відстані, якби тепловий рух не порушував цю рівновагу, $10^{-10} \le r_0 \le 10^{-9}$ м. Досліди показують, що при $r \ge 10^{-9}$ м міжмолекулярною взаємодією можна знехтувати (розміри молекули ~10^{-10} м). При $r \le 10^{-10}$ м виникає особлива квантова взаємодія, яка приводить або до виникнення значних сил відштовхування, або до силового притягання сусідніх атомів і встановлення між ними нових хімічних зв'язків, тобто, до виникнення хімічної реакції і утворення нових молекул.

2. Рівняння Ван дер Ваальса

Голландський фізик Ван дер Ваальс (1837-1923) припустив, що молекули реального газу – це абсолютно тверді кульки діаметром *d*, між якими діють сили взаємного притягання. Сили відштовхування враховані за допомогою приписування молекулам певних розмірів. Введений діаметр це насправді ефективні розміри молекули, які залежать, зокрема, від середньої кінетичної енергії молекул (температури газу): чим більша енергія, тим менша відстань найменшого зближення молекул, тобто менший ефективний діаметр молекули.

Молекули реального газу, маючи скінченні розміри, рухаються не так вільно, як коли б вони не мали розмірів; вони частіше стикаються з стінками посудини, отже чинять на них більший тиск, аніж молекули ідеального газу при тій же температурі. З другого боку, завдяки силам взаємного притягання молекул їх сила удару об стінку пом'якшується. З урахуванням зазначених факторів, а також і інших, більш складних, Ван дер Ваальс одержав ***рівняння стану газу***, що носить його ім'я:

$$(P+\frac{A}{V^2})(V-B)=\frac{m}{M}RT\,. \qquad (3.1)$$

Поправки *A* і *B* до рівняння Менделєєва-Клапейрона якраз і враховують ці фактори. Для даної кількості газу поправка *A* залежить від хімічної природи газу, *B* – враховує їх розміри.

Для розріджених газів *A* і *B* – малі, ними можна знехтувати, і рівняння (3.1) переходить у рівняння Менделєєва-Клапейрона.

3. Рідини. Характеристики структури рідини. Поверхневий натяг Змочування. Краєвий кут. Капілярний ефект.

У газах відстані між молекулами в багато разів перевищують розміри самих молекул, тому гази легко стискуються. Сили взаємодії між молекулами газів малі, і молекули рухаються по всій посудині. У рідинах молекули розташовані майже впритул одна до одної. Тому при спробі змінити об'єм рідини деформуються самі молекули. Молекули рідини коливаються біля середніх положень рівноваги. Частинки рідини через дуже малі проміжки часу стрибкоподібно переміщаються в просторі, чим можна пояснити плинність рідин. Рідина має ближній порядок, тобто складається з безлічі мікроскопічних областей, у яких наявна упорядкованість прилеглих частинок, яка змінюється в часі і просторі.

Поверхневий натяг рідини. Порівняємо молекулу рідини, що знаходиться на її поверхні, з молекулою усередині рідини. Молекула всередині рідини оточена іншими молекулами з усіх боків, тому притягання "внутрішніх" молекул взаємно зрівноважується. Молекулу, розміщену на поверхні, рідина оточує лише з одного боку, а з боку газу молекул дуже мало. Тому складання всіх сил, що діють на молекулу біля поверхні, дає рівнодійну, напрямлену всередину рідини. При відсутності інших сил це приводить до скорочення поверхні рідини до мінімуму. При даному об'ємі речовини мінімальну площу поверхні має куля. Цим пояснюється куляста форма крапель роси. Поверхневий шар краплі поводиться подібно натягнутій на неї пружній плівці. Це явище називається ***поверхневим натягом***. Воно характерне не тільки для кулястих крапель, але і для будь-якої поверхні рідини.

Сила F, що виникає при поверхневому натязі, діє вздовж дотичної до поверхні рідини перпендикулярно до лінії, що обмежує цю поверхню, і називається ***силою поверхневого натягу***. При довжині обмежуючої лінії ℓ

$$F = \alpha\ell \ , \qquad (3.2)$$

де α – коефіцієнт поверхневого натягу рідини, який залежить від природи рідини і середовища, що межує з її поверхнею, а також від температури рідини. Коефіцієнт поверхневого натягу виміряється в *ньютонах на метр*, (Н/м).

У таблицях звичайно приводяться коефіцієнти поверхневого натягу рідин, що межують з повітрям.

З підвищенням температури сили зчеплення в рідині зменшуються, а значить зменшується і поверхневий натяг. При температурі 20 °С коефіцієнт поверхневого натягу води дорівнює 0,073 Н/м, ртуті – 0,47 Н/м.

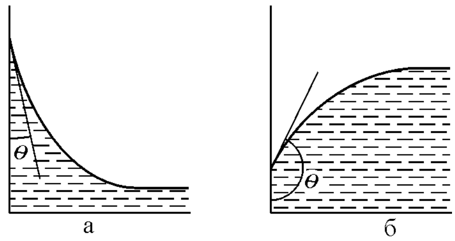

Рис. 3.1

Змочування. На границі зіткнення рідини з твердим тілом, наприклад, стінками посудини, між молекулами рідини і твердого тіла виникають сили взаємодії, що спричиняють скривлення поверхні рідини. Це явище називається ***змочуванням***. Якщо сили взаємодії між молекулами рідини менші сил взаємодії між молекулами рідини і твердого тіла, то рідина змочує поверхню твердого тіла (наприклад, ртуть-цинк, вода-скло). Кут θ між площиною, дотичною до поверхні рідини, і стінкою, який називається ***крайовим кутом***, у цьому випадку гострий (рис. 3.1а). У протилежному випадку крайовий кут тупий, рідина ***не змочує*** поверхню твердого тіла (наприклад, ртуть-скло, вода-парафін) (рис. 3.1б). При повномузмочуванні крайовий кут дорівнює 0, при повномунезмочуванні – 180°.

Капілярні явища полягають у піднятті або опусканні рідини в трубках малого діаметра (капілярах) у порівнянні з рівнем рідини в широкій посудині. Причиною капілярних явищ є взаємодія рідини з поверхнями капілярів, що змочуються або не змочуються. Змочуюча рідина, наприклад, вода в скляному капілярі, піднімається (рис. 3.2а), а рідина, що не змочує, наприклад ртуть у тім же капілярі – опускається (рис. 3.2б).

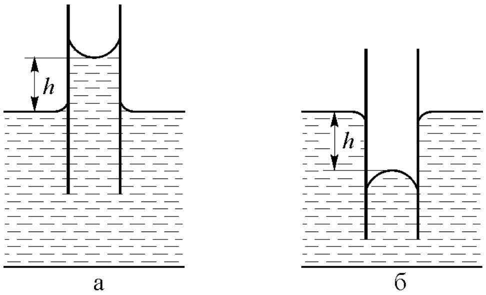

Рис. 3.2

Висота h підйому чи опускання рідини густиною ρ в капілярі радіуса r у порівнянні з рівнем рідини в широкій посудині визначається формулою

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r}, \qquad (3.3)$$

де α – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;
g – прискорення вільного падіння.

Капілярні явища відіграють важливу роль у природі. Завдяки численним капілярам у ґрунті вода підіймається з глибоких шарів ґрунту до поверхні, що сприяє пересиханню ґрунту. Цьому перешкоджає такий агротехнічний захід як руйнування кірки, що утворюється після дощу на поверхні ґрунту, розпушування ґрунту. З іншого боку, для поліпшення умов схожості насіння деяких сільськогосподарських культур (наприклад, проса) потрібна підвищена концентрація вологи у верхньому шарі ґрунту, для чого ґрунт ущільнюється спеціальними котками.

4. Тверді та аморфні тіла

Тверді тіла зберігають не тільки свій об’єм, як рідини, але і форму. Тверді тіла існують у двох істотно різних станах, відмінних за своєю внутрішньою будовою, що веде до відмінності багатьох їх властивостей – це ***кристалічний та аморфний стани***.

В ***аморфних*** тілах розміщення атомів або молекул неупорядковане. Ці тіла ізотропні – їх фізичні властивості в усіх напрямках однакові. До аморфних тіл відносяться скло (аморфний сплав силікатів), ебоніт, смоли. В аморфних тілах, аналогічно рідинам, атоми коливаються біля хаотично розташованих вузлів. Переміщення частинок аморфного тіла відбувається за настільки великі проміжки часу, що аморфні тіла можна вважати твердими.

У сучасній фізиці твердими тілами називають тільки кристалічні тіла. ***Кристали*** – тверді тіла, у яких атоми або молекули утворюють упорядковану структуру. У твердих тілах сили взаємодії між молекулами великі. Молекули коливаються біля постійних положень рівноваги – вузлів. У твердому тілі розташування вузлів визначене правильно, воно зветься кристалічною граткою. Відмінною властивістю кристалічних тіл є їх анізотропність, що полягає в тому, що фізичні властивості тіл у різних напрямках не однакові, але збігаються в рівнобіжних напрямках. Кристалічні тіла поділяються на ***монокристали і полікристали***. Для монокристалів характерна періодично повторювана структура по всьому об’єму. Полікристалічні тіла складаються з великої кількості хаотично розміщених маленьких кристалів, що зрослися між собою. Метали найчастіше мають полікристалічну структуру.

Рідкі кристали (*анізотропна рідина*) – речовини в стані, проміжному між твердими кристалічними і ізотропними рідкими. Рідкі кристали, зберігаючи основні риси рідини, наприклад, плинність, мають характерну особливість твердих кристалів – анізотропію властивостей. У відсутності зовнішніх впливів у рідких кристалах діелектрична проникність, магнітна сприйнятливість, електропровідність і теплопровідність анізотропні.

Рідкі кристали складаються з молекул видовженої або дископодібної форми, взаємодія між якими прагне вишикувати їх у визначеному порядку. При високих температурах (вище критичної) тепловий рух перешкоджає цьому, і речовина являє собою звичайну рідину. При температурах нижче критичної в рідині з'являється виділений напрямок, вздовж якого переважно орієнтовані осі молекул.

Рідкі кристали широко використовуються в малогабаритних електронних годинниках, калькуляторах, вимірювальних приладах як індикатори для відображення інформації. Рідкий кристал вимагає напруг порядку 1 В і потужностей порядку 1 мкВт. Використання рідиннокристалічних станів відіграє істотну роль у технології надміцних полімерних і вуглецевих волокон. Встановлено роль рідких кристалів у ряді механізмів життєдіяльності людського організму. Складні біологічно активні молекули (наприклад, ДНК) і навіть мікроскопічні тіла (наприклад, віруси) можуть знаходитися у рідиннокристалічному стані.

У 1912 р. німецькі фізики М. Лауе (1879-1960) виявив дифракцію рентгенівських променів у кристалах. Оскільки рентгенівське випромінювання має електромагнітну природу, то їх дифракція може відбуватися тільки на ланцюжках атомів або іонів, відстані між якими порівняні з довжиною хвилі рентгенівського випромінювання. Реальність просторової структури була доведена. Структура для якої характерна періодичність розташування часток (або атомів, або молекул, або іонів) у просторі називається *кристалічною граткою (кристалічною решіткою)*. Точки, в яких розташовані частки називаються *вузлами кристалічної решітки.*

Класифікацію кристалів можна провести за двома принципами:

1) Фізичний признак – залежно від фізичної природи сил, що діють між частинками кристала. У такому випадку ми отримаємо чотири типи кристалів: іонні, атомні, металеві та молекулярні.

У вузлах кристалічної решітки іонних кристалів по черзі розташовуються іони протилежних знаків (*NaCl, KBr,CaO* і т.і.).

В атомних кристалах у вузлах кристалічної решітки знаходяться атоми тієї чи іншої речовини.

У вузлах металевої кристалічної решітки знаходяться додатні іони. При створенні ґраток валентні електрони стають «загальними» для всього обсягу металу. Тому валентні електрони в металах прийнято називати колективізованими. Можна говорити в такому випадку, що всередині металевого кристала є вільний електронний газ.

У вузлах кристалічної решітки молекулярних кристалів знаходяться молекули речовини.

2) Кристалографічна ознака

Найважливішою геометричною властивістю кристалів, кристалічних ґраток та їхніх елементарних осередків є симетрія відносно певних напрямів (осей) і площин. Число можливих видів симетрії обмежена. Французький кристалограф О.Браве (1811-1863) поклав початок геометричній теорії структури кристалів і показав, що залежно від співвідношення величин і взаємної орієнтації ребер елементарних кристалічних осередків може існувати 14 типів кристалічних граток, які отримали назву решіток Браве.

Розрізняють примітивні (прості), базоцентріровані, об'емноцентріровані і гранецентрировані решітки Браве. Якщо вузли кристалічної решітки розташовані лише у вершинах паралелепіпеда, що представляє собою елементарну комірку, то така решітка називається примітивною чи простою. Якщо ж, крім того, є вузли в центрі основи паралелепіпеда, то грати називається базоцентрірованной, якщо є вузол в місці перетину просторових діагоналей – решітка називається об'емноцентрірованной, а якщо є вузли в центрі всіх бічних граней – гранецентрованої.

Майже половина всіх елементів утворює кристали кубічної або гексагональної симетрії, які ми розглянемо докладно. У кристалах кубічної системи можливі три решітки: проста, об'емноцентрірована і гранецентрирована. У кубічній системі всі кути елементарної комірки прямі і всі ребра її рівні між собою. Елементарна комірка гексагональної системи являє собою пряму призму, в основі якої лежить ромб з кутами 60 і 120°. Два кута між осями осередку прямі, а один дорівнює 120 °.

У реальних кристалах частинки розташовуються не завжди так, як їм «положено. Неправильне розташування атома або групи атомів – тобто дефекти кристалічної решітки – збільшує енергію кристала.

Самими простими є атомні дефекти. Це можуть бути вакантні вузли (вакансії), тобто порожні місця у кристалічній решітці, або домішкові атоми, розташовані не в вузлах решітки, а в міжвузлях – у проміжках між атомами кристала.

Дефекти кристалічної структури можуть бути не тільки точковими, але і протяжними, і в таких випадках говорять, що в кристалі утворилися дислокації. Найпростішими видами дислокацій є крайова і гвинтова дислокації.

Навчальне видання

ФІЗИКА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ФІЗИКА
ЧАСТИНА І

ПАК Андрій Олегович

СІНЯЄВА Ольга Володимиріна

КРЕКОТ Микола Миколайович

Формат 60х84 1/16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.
Ум. друк. арк. – 4,6

Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, ул. Алчевських, 44