



**Міністерство освіти і науки України**  
**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**Факультет мехатроніки та інжинірингу**  
**Кафедра надійності та міцності машин і споруд**  
**імені В.Я. Аніловича**

**ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН.**  
**СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ**  
**ДЕТАЛЕЙ, ЩО ЗНОШУЮТЬСЯ**

**Методичні вказівки**  
**до виконання практичної роботи**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**  
**денної та заочної форм навчання зі спеціальностей**  
**133 Галузеве машинобудування**  
**274 Автомобільний транспорт**

**Харків**  
**2024**

Міністерство освіти і науки України  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Факультет мехатроніки та інжинірингу  
Кафедра надійності та міцності машин і споруд  
імені В.Я. Аніловича

# ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН. СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ ДЕТАЛЕЙ, ЩО ЗНОШУЮТЬСЯ

Методичні вказівки  
до виконання практичної роботи

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей  
133 Галузеве машинобудування  
274 Автомобільний транспорт

Затверджено рішенням  
Науково-методичної комісії  
факультету мехатроніки  
та інжинірингу

Протокол № 4  
від 21 лютого 2024 р.

**Харків**  
**2024**

УДК 631.3-192(072)

О-75

**Схвалено на засіданні кафедри  
надійності та міцності машин і споруд ім.В.Я. Аніловича  
протокол № 10 від 22 січня 2024 р.**

**Рецензенти:**

**А. К. Автухов**, д-р техн. наук, завідувач кафедри сервісної інженерії та технології матеріалів в машинобудуванні ім. О.І.Сідашенка Державного біотехнологічного університету.

**Р.В. Антощенко**, д-р техн. наук, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.

**О 75 Основи надійності машин.** Статистичне прогнозування надійності деталей, що зношуються: методичні вказівки до виконання практ. роботи для здобувачів денної та заоч. форм навч. першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спец. 133 і 274 ; Держ. біотехнол. ун-т; уклад.: В.І. Іванов, О.І. Алфьоров, В.Б. Савченко, О.А. Свіргун – Харків : [б. в.], 2024. – 12с.

Серед чинників, які призводять до відмов машин, найбільш впливовими є зношування. Змінює розмір і форму деталей найбільш швидко абразивне зношування, яке виникає як наслідок дії твердих часток щодо поверхонь, які руйнуються під час тертя. Граничні розміри таких деталей залежать від наробітку і така залежність використовується за для прогнозування гамма-відсоткового ресурсу. Визначення цього показника надійності потребує спочатку побудови графіка імовірності безвідмовної роботи.

**УДК 631.3**

**Відповідальний за випуск: В. Б. Савченко**, к.т.н., доцент.

© Іванов В.І., Алфьоров О.І.,

Савченко В.Б., Свіргун О.А.  
© ДБТУ, 2024

## СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ ДЕТАЛЕЙ, ЩО ЗНОШУЮТЬСЯ

*Мета роботи.* оцінити гамма-відсотковий ресурс пальців гусеничного ланцюга трактора.

### Загальні положення

Довговічність - це властивість об'єкту зберігати працездатність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування (ТО) і ремонту. При цьому під граничним станом розуміють такий стан об'єкту, при якому його подальше застосування за призначенням є неприпустимим або недоцільним, або відновлення його справного або працездатного стану неможливе або недоцільне. Довговічність оцінюється ресурсом, тобто наробітком до граничного стану.

Для деталей, що зношуються, вважається, що граничний стан визначається граничним розміром деталі. Звичайно вдається зміряти знос  $U$  через відомі проміжки часу і побудувати реалізації зносу у вигляді функції

$$U = b \cdot t^\alpha,$$

де  $b$  і  $\alpha$ - параметри;  $b$  залежить від зносостійкості, умов навантаження та змащення (визначає швидкість зношування);  $\alpha$  в основному залежить від виду спряження (для одного типу деталей є сталою величиною).

Параметр  $b$  може змінюватися в широких межах, а параметр  $\alpha$  для виробу одного найменування майже не змінюється і задається наперед. Прийнята функція використовується для розрахунку і прогнозування довговічності досліджуваного об'єкту.

Припустимо, є в наявності  $n$  вимірювань зносу  $U_i(t)$  об'єктів одного найменування (пальці гусеничного ланцюга) через відомий проміжок часу  $t_0$ . Для кожного об'єкту має місце залежність

$$U_i(t_0) = b_i \cdot t_0^\alpha.$$

Тоді величина  $b_i$  для  $i$ -го об'єкту знаходиться по наявному вимірюванню  $U_i(t)$ :

$$b_i = \frac{U_i(t)}{t_0^\alpha}.$$

Можна припустити, що середнє значення зносу  $\bar{U}$  і середнє квадратичне відхилення  $\sigma_u$  у вибірці з  $n$  об'єктів змінюються в часі за таким же законом (рис. 1):

$$\begin{aligned} \bar{U}(t) &= b_1^* \cdot t^\alpha \\ \sigma_u(t) &= b_2^* \cdot t^\alpha \end{aligned} \quad (1)$$

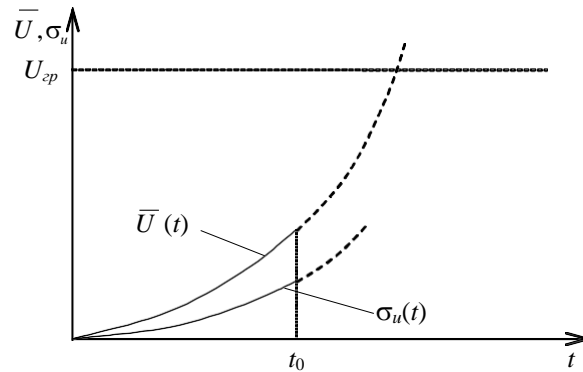


Рис. 1. Зміна середнього значення зносу  $\bar{U}(t)$  і середнього квадратичного відхилення  $\sigma_u(t)$  залежно від наробітку  $t$ .

Параметри  $b_1^*$  і  $b_2^*$  визначаються з (1) по  $\bar{U}(t_0)$  і  $\sigma_u(t_0)$  у момент вимірювання (через певний час роботи об'єкту  $t_0$ ):

$$\bar{U}(t_0) = \frac{\sum_{i=1}^n U_i(t_0)}{n}, \quad \sigma_u(t_0) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [U_i(t_0) - \bar{U}(t_0)]^2}{n-1}}. \quad (2)$$

$$b_1^* = \frac{\bar{U}(t_0)}{t_0^\alpha}; \quad b_2^* = \frac{\sigma_u(t_0)}{t_0^\alpha}. \quad (3)$$

Середнє значення і середнє квадратичне відхилення зносу змінюються в часі, а відмова настає при досягненні кожним об'єктом граничного значення зносу. Для випадку, якщо знос розподілений за нормальним законом, імовірність безвідмовної роботи визначається за формулою

$$R(t) = F_o \left( \frac{U_{sp} - b_1^* \cdot t^\alpha}{b_2^* \cdot t^\alpha} \right),$$

де  $U_{sp}$  - гранично допустимий знос об'єкту;  $F_o$  - табульована функція нормованого нормального розподілу (додаток А).

Для заданих значень  $t$  будується графік імовірності безвідмовної роботи і визначається гамма-відсотковий ресурс.

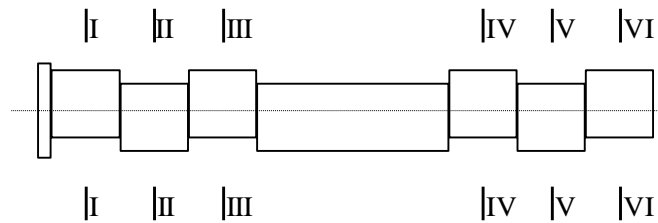
### Порядок виконання роботи

Вихідні дані для розрахунків одержують вимірюванням мінімального поперечного розміру пальців гусеничного ланцюга трактора, що пропрацював певний час  $t_0$ . Вимірювання проводять в шести перерізах (рис. 2) трьох пальців, які мають явно виражені сліди зносу.

Результати вимірювань заносять в табл. 1.

Значення  $t_0$  і  $\alpha$  задаються викладачем. Граничне значення зносу для пальців гусеничного ланцюга  $U_{sp}$  і початковий діаметр пальця  $d$  слід прийняти

відповідно  $U_{zp} = 7$  мм;  $d=22$  мм.



**Рис. 2. Схема розташування поперечних перерізів для вимірювання зносу пальця гусеничного ланцюга**

Робота закінчується побудовою графіка імовірності безвідмовної роботи  $R(t)$  пальців ланцюга (рис. 3) і визначенням 80-відсоткового ресурсу  $t_{80}$ .

### Приклад.

Результати вимірювань мінімального поперечного розміру пальців в різних перерізах після наробітку  $t_0 = 1000$  год. наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Результати вимірювань розмірів поперечних перерізів пальців  $d_i(t_0)$ , мм

Номер пальця	Номер перерізу і чисельне значення $d_i(t_0)$					
	I-I	II-II	III-III	IV-IV	V - V	VI-VI
1	20,5	19,8	19,6	19,8	19,3	20,5
2	20,3	18,8	18,7	18,7	18,6	20,0
3	20,2	18,9	18,9	18,6	18,5	20,0

Обчислення зручно вести в табл. 2 і 3. Значення  $t_0$  і  $\alpha$  задаються викладачем. Прийняти граничне значення зносу для пальців гусеничного ланцюга  $U_{zp} = 7$  мм, початковий діаметр пальця  $d = 22$  мм, параметр  $\alpha = 1,4$ , вибірка  $n=18$ .

Проведемо розрахунок середнього значення  $\bar{U}(t_0)$  і середнього квадратичного відхилення зносу  $\sigma_u(t_0)$ .

Результати розрахунків заносимо в табл. 2.

Наприклад. Величина зносу в перерізах I-I і II-II першого пальця

$$U_1(t_0) = d - d_1(t_0) = 22 - 20,5 = 1,5 \text{ мм};$$

$$U_2(t_0) = d - d_2(t_0) = 22 - 19,8 = 2,2 \text{ мм і т.д.}$$

Середнє значення зносу

$$\bar{U}(t_0) = \frac{\sum_{i=1}^n U_i(t_0)}{n} = \frac{46,3}{18} = 2,57 \text{ мм.}$$

Таблиця 2. Результати розрахунків

$i$	$U_i(t_o) = d - d_i(t_o)$	$[U_i(t_o) - \bar{U}(t_o)]^2$	$i$	$U_i(t_o) = d - d_i(t_o)$	$[U_i(t_o) - \bar{U}(t_o)]^2$
1	1,5	1,14	10	3,3	0,53
2	2,2	0,14	11	3,4	0,69
3	2,4	0,03	12	2,0	0,32
4	2,2	0,14	13	1,8	0,59
5	2,7	0,02	14	3,1	0,28
6	1,5	1,14	15	3,1	0,28
7	1,7	0,76	16	3,4	0,69
8	3,2	0,40	17	3,5	0,86
9	3,3	0,53	18	2,0	0,32
			$\Sigma$	<b>46,3 мм</b>	<b>8,86 мм<sup>2</sup></b>

Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_u(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [U_i(t_o) - \bar{U}(t_o)]^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{8,86}{17}} = 0,72 \text{ мм.}$$

Параметри  $b_1^*$  і  $b_2^*$  дорівнюють відповідно:

$$b_1^* = \frac{2,57}{1000^{1,4}} = 1,62 \cdot 10^{-4}; \quad b_2^* = \frac{0,72}{1000^{1,4}} = 0,45 \cdot 10^{-4}.$$

Знаходимо показники імовірності безвідмовної роботи для випадку, коли знос розподілений по нормальному закону.

Імовірність безвідмовної роботи визначається за формулою

$$R(t) = F\left(\frac{U_{ep} - b_1^* \cdot t^\alpha}{b_2^* \cdot t^\alpha}\right) = F\left(\frac{7 - 1,62 \cdot 10^{-4} \cdot 300^{1,4}}{0,45 \cdot 10^{-4} \cdot 300^{1,4}}\right) = F\left(\frac{6,52}{0,133}\right) = F(48,89),$$

де  $U_{ep}$  - гранично допустимий знос пальця;  $F_o(x)$  - табульована функція нормального розподілу.

Табульована функція визначається з додатку В.

Якщо аргумент функції  $F_o(x)$  більше за 2,4, то імовірність безвідмовної роботи  $R(t)$  пальців ланцюга приймається як 1.

Результати заносимо до таблиці 3

Для заданих значень  $t$  будемо графік імовірності безвідмовної роботи пальців ланцюга гусениці (рис. 3) і визначаємо на ньому 80%-й ресурс  $t_{80}=1750$  год.

Для спрощення розрахунків при побудові графіка  $R(t)$  можна спочатку визначити медіанний (50%-ий) ресурс за формулою

$$t_{50} = \left(\frac{U_{ep}}{b_1^*}\right)^{1/\alpha}.$$



Цей ресурс, за визначенням, відповідає значенню імовірності  $R(t)=0,5$ . Решта значень імовірності  $R(t)$ , які є необхідними для побудови графіка, визначається потім при значеннях ресурсу

$$t_i = t_{50} \pm i \cdot \Delta t,$$

де  $\Delta t$  - наперед вибраний інтервал наробітку ( $\Delta t=300 \div 600$  год.);  $i = 1, 2, 3 \dots$

Таблиця 3. Результати обчислення імовірності безвідмовної роботи  $R(t)$  пальців ланцюга

$t_i$	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700
$\frac{U_{ep} - b_1^* t^\alpha}{b_2^* \cdot t^\alpha}$	48,89	16,33	7,73	3,44	1,94	0,7	-0,12	-0,71	-1,15
$R(t)$	1,0	1,0	1,0	1,0	0,97	0,75	0,46	0,24	0,13

Наприклад

$$t_{50} = \left( \frac{U_{ep}}{b_1^*} \right)^{1/\alpha} = \left( \frac{7}{1,62 \cdot 10^{-4}} \right)^{1/1,4} = (43209,88)^{1/1,4} = 2047 \text{ год.}$$

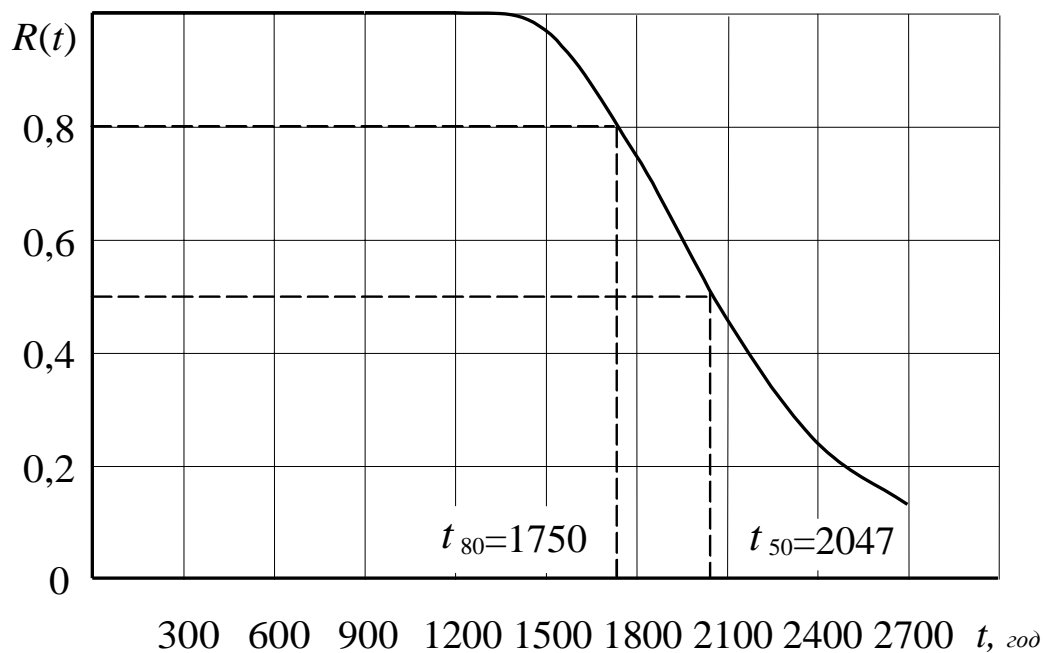


Рис. 3. Графік імовірності безвідмовної роботи пальців гусеничного ланцюга

### **Питання для самоконтролю**

1. Що розуміють під граничним станом об'єкту?
2. Від чого залежить параметр  $b$  при побудові реалізації зносу?
3. Яким показником оцінюють довговічність об'єкту?

### **Рекомендована література**

1. Анилович В.Я. Надежность машин в задачах и примерах./ В.Я. Анилович, А.С. Гринченко, В.Л. Литвиненко – Харьков: «Око», 2001. – 320 с.
2. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: оценка, моделирование, контроль – Х.:Віровець А.П. «Апостроф», 2012. – 259 с.
3. Погорелый Л.В. Испытания сельскохозяйственной техники./ Л.В. Погорелый, В.Я. Анилович – Научно-методические основы оценки и прогнозирования надежности сельскохозяйственных машин. – «Феникс», 2004. – 208 с.
4. Армашов Ю.В., Випробування сільськогосподарської техніки на надійність: Навч. посібник / Ю.В. Армашов, П.К. «Охмат» Дніпропетровськ, 2002.- .219 с.
5. Випробування і сертифікація техніки АПК: Навчальний посібник/ К.І.Шмат, Є.І. Бондарев, О.В.Мігальов та ін. – Херсон: «ОПДІ-плюс», 2004. – 268 с.

## Значення функції нормального розподілу

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx; \quad F_0(-x) = 1 - F_0(x).$$

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	0,	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	0,	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	0,	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	0,	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	0,	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	0,	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	0,	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	0,	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8061	8078	8106	8133
0,9	0,	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	0,	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	0,	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	0,	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	0,	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	0,	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9278	9292	9306	9319
1,5	0,	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	0,	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	0,	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	0,	9641	9648	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	0,	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	0,	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	0,	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	0,	9891	9864	9868	9871	9874	9878	9881	9884	9887	9899
2,3	0,	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	0,	9918	9920	9922	9924	9926	9928	9930	9932	9934	9936

*Гамма-функція*

x	Г(x)	x	Г(x)	x	Г(x)	x	Г(x)
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
01	0,99433	26	0,90440	51	0,88659	76	0,92137
02	0,98884	27	0,90250	52	0,88704	77	0,92376
03	0,98355	28	0,90072	53	0,88757	78	0,92623
04	0,97844	29	0,89904	54	0,88818	79	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
06	0,96874	31	0,89600	56	0,88964	81	0,93408
07	0,96415	32	0,89464	57	0,89049	82	0,93685
08	0,95973	33	0,89338	58	0,89142	83	0,93969
09	0,95546	34	0,89222	59	0,89243	84	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
11	0,94740	36	0,89018	61	0,89468	86	0,94869
12	0,94359	37	0,88931	62	0,89592	87	0,95184
13	0,93993	38	0,88854	63	0,89724	88	0,95507
14	0,93642	39	0,88785	64	0,89864	89	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
16	0,92980	41	0,88676	66	0,90167	91	0,96523
17	0,92670	42	0,88636	67	0,90330	92	0,96877
18	0,92373	43	0,88604	68	0,90500	93	0,97240
19	0,92089	44	0,88581	69	0,90678	94	0,97610
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,70	0,90864	1,95	0,97988
21	0,91558	46	0,88560	71	0,91057	96	0,98374
22	0,91311	47	0,88563	72	0,91258	97	0,98768
23	0,91075	48	0,88575	73	0,91467	98	0,99171
24	0,90852	49	0,88595	74	0,91683	99	0,99581
1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906	2,00	1,00000

Значення гамма-функції для  $x < 1$  і  $x > 2$  можуть бути обчислені відповідно за допомогою формул:

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{x}, \quad \Gamma(x) = (x-1) \cdot \Gamma(x-1).$$

Навчальне видання

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН

СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ  
ДЕТАЛЕЙ, ЩО ЗНОШУЮТЬСЯ

Методичні вказівки  
до виконання практичної роботи

Укладачі:

**ІВАНОВ** Володимир Іванович  
**АЛФЬОРОВ** Олексій Ігорович  
**САВЧЕНКО** Володимир Борисович  
**СВІРГУН** Ольга Анатоліївна

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman  
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 0,5

Наклад 30 пр.

Державний біотехнологічний університет  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44