Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра надійності та міцності машин і споруд імені В.Я. Аніловича

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН.

ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОВНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки

до виконання практичної роботи

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
133 Галузеве машинобудування
274 Автомобільний транспорт

Харків
2024

Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет мехатроніки та інжинірингу
Кафедра надійності та міцності машин і споруд
імені В.Я. Аніловича

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОВНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
133 Галузеве машинобудування
274 Автомобільний транспорт

Затверджено рішенням
Науково-методичної комісії
факультету мехатроніки
та інжинірингу

Протокол № 4
від 21 лютого 2024 р.

Харків
2024

УДК 631.3-192(072)
О 75

Схвалено на засіданні кафедри
надійності та міцності машин і споруд ім. В.Я. Аніловича
протокол № 10 від 22 січня 2024 р.

Рецензенти:

А. К. Автухов, д-р техн. наук, завідувач кафедри сервісної інженерії та технології матеріалів в машинобудуванні ім. О.І.Сідашенка Державного біотехнологічного університету.

Р.В. Антощенков, д-р техн. наук, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.

О 75 **Основи надійності машин**. Оцінювання надійності за результатами повних випробувань: методичні вказівки до виконання практ. роботи для здобувачів денної та заоч. форм навч. першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спец. 133 і 274 ; Держ. біотехнол. ун-т; уклад.: В.І. Іванов, О.І. Алфьоров, В.Б. Савченко, О.А. Свіргун – Харків : [б. в.], 2024. – 12с.

Розглянуто статистичний метод оцінювання показників надійності за даними, отриманими у вигляді випадкової вибірки про наробітки до відмови. Це найпростіший випадок аналізу даних щодо надійності, який виконується традиційними статистичними методами, коли усі зразки випробувались до відмови і тому утворюють так звану повну вибірку.

Специфічною особливістю оцінювання показників надійності є застосування імовірнісного паперу, якій відповідає широко відомому і розповсюдженому теоретичному закону Вейбулла.

УДК 631.3

Відповідальний за випуск: В. Б. Савченко, к.т.н., доцент.

ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОВНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Мета роботи*. визначити показники надійності неремонтованих об'єктів з довірчими межами за даними повних ресурсних випробувань.*

Загальні положення

Об'єкт, для якого проведення ремонтів не передбачене в нормативно-технічній і конструкторській документації, називається неремонтованим.

Показник надійності - це кількісна характеристика одного або декількох властивостей, що складають надійність об'єкта.

Відмова - подія, що полягає в порушенні працездатного стану об'єкта.

Для об'єктів, що не ремонтуються, використовують такі показники надійності:

- середній ресурс або наробіток до відмови ;
- імовірність безвідмовної роботи $R(t)$;
- гамма-відсотковий ресурс $t\gamma$.

Для визначення показників надійності необхідно мати статистичний матеріал про наробітки до відмов об'єктів, що випробувались.

Відомо, що закон розподілу ресурсу t (наробітку до відмов об'єктів, що не ремонтуються) добре описується універсальним двопараметричним законом Вейбулла, для якого щільність розподілу визначається виразом

$$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}\right],$$

а функція розподілу має вигляд

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}\right],$$

де a і b - параметри закону.

Невідомі параметри a і b можуть бути визначені аналітично або графічно (за допомогою імовірнісного паперу).

Параметри a и b пов'язані з середнім ресурсом (наробітком до відмови) T, середнім квадратичним відхилом σ і коефіцієнтом варіації ν відповідно залежностями:

$$T = a \cdot \Gamma(1 + 1/b);$$

$$\sigma = a \cdot \sqrt{\Gamma(1 + 2/b) - \Gamma^2(1 + 1/b)};$$

$$\nu = \frac{\sigma}{T}.$$

В наведених формулах $\Gamma(x)$ - гамма-функція, яка визначається по таблицях (додаток А). В таблицях $\Gamma(x)$ надана для значень аргументу $1 \le x \le 2$; якщо ж $x > 2$, $\Gamma(x) = (x-1) \cdot \Gamma(x-1)$; для $x < 1$ $\Gamma(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{x}$.

Імовірність безвідмовної роботи $R(t)$ в інтервалі від 0 до t

$$R(t) = 1 - F(t),$$

де $F(t)$ - функція розподілу ресурсу, яка визначена законом Вейбулла.

Гамма-відсотковий ресурс t_γ знаходять графічним рішенням трансцендентного рівняння

$$R(t_\gamma) = 0{,}01\gamma,$$

де γ - задана імовірність (в %).

Довірчі межі для середнього ресурсу (наробітку до відмови) T і імовірності безвідмовної роботи $R(t)$ обчислюють із співвідношень:

$$T_{\substack{\max \\ \min}} = T \pm t_\beta \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}};$$

$$R_{\substack{\max \\ \min}}(t) = R(t) \pm t_\beta \cdot \sqrt{\frac{R(t) \cdot [1 - R(t)]}{N}},$$

де t_β - квантиль нормального розподілу, яка відповідає імовірності β; β - довірча імовірність.

Довірчі межі для гамма-відсоткового ресурсу найчастіше визначають графічно після побудови графіка $R(t)$ з довірчими межами.

Приклад

За даними повних випробувань до відмов 50 деталей побудувати графік імовірності безвідмовної роботи $R(t)$, знайти середній Т і 80%-й ресурси з довірчими межами.

Вихідні дані вибрати згідно варіанта з таблиці 1.

Таблиця 1. Вихідні дані до самостійної роботи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	310	880	10	270	640	790	1360	150	540	500
2	190	320	300	260	540	180	980	580	740	260
3	1150	830	930	370	510	150	660	190	420	1350
4	350	570	490	1080	250	1540	340	550	930	370
5	626	624	622	493	816	619	496	600	1059	997
6	831	310	620	688	436	530	137	940	564	151
7	285	416	349	1014	663	652	639	788	461	708
8	165	480	275	345	552	538	570	673	130	566
9	202	324	634	244	776	379	289	496	632	136
0	350	110	510	180	1190	290	610	380	530	120

Наприклад, для варіанту 5 з таблиці 1 маємо:
626, 624, 622, 493, 816, 619, 496, 600, 1059, 997.

Визначаємо розмах вибірки R і довжину інтервалу h:

$$R = t_{max} - t_{min};$$

$$h = \frac{R}{K}.$$

З приведеного ряду значень знаходимо мінімальне t_{min}=10 год. і максимальне t_{max}=1540 год. Розмах вибірки

$$R = t_{max} - t_{min} = 1540 - 10 = 1530 \text{ год.}$$

Приймаємо кількість інтервалів K=8. Кількість інтервалів вибирається в залежності від об'єму вибірки N; $K \cong 5\lg N$.

Довжина інтервалу $h = \frac{R}{K} = \frac{1530}{8} = 192{,}5$ год., приймаємо h=200 год.

Результати подальших розрахунків зводимо в таблицю 2.

Отримане значення h округляємо до більшого цілого, а потім обчислюємо ліві t'_i і праві t'_i межі кожного з K інтервалів за формулами:

$$t'_1 = t_{min}; \qquad t'_1 = t'_1 + h;$$
$$t'_2 = t''_1; \qquad t'_2 = t'_2 + h;$$
$$t'_3 = t'_2; \qquad t'_3 = t'_3 + h \quad \text{і т.д.}$$

Таблиця 2. Результати розрахунків

№	Межі інтервалів $t'_i \div t'_i$	Кількість відмов в інтервалі n_i	Частість $W_i = \frac{n_i}{N}$	Емпірична функція розподілу $F^{j*} = \sum_{j=1} W^j$	Теоретична функція F_i	Різниця $\lvert F_i^* - F_i \rvert$	Імовірність безвідмовної роботи $R(t)$	Довірчі межі $R_{\substack{max \\ min}}(t)$
1	0÷200	6	0,12	0,12	0,1	0,02	0,9	0,97÷0,83
2	200÷400	11	0,22	0,34	0,36	0,02	0,66	
3	400÷600	11	0,22	0,56	0,58	0,02	0,42	0,53÷0,31
4	600÷800	9	0,18	0,74	0,78	0,04	0,22	
5	800÷1000	7	0,14	0,88	0,9	0,02	0,1	0,17÷0,03
6	1000÷1200	3	0,06	0,94	0,94	0	0,06	
7	1200÷1400	2	0,04	0,98	0,98	0	0,02	
8	1400÷1600	1	0,02	1	0,995	0,005	0,005	
Σ		50	1					

Підраховуємо кількість відмов n_i, що потрапили в кожний інтервал. Ліву межу першого інтервалу для даних з табл.1 зручно прийняти t_1'=0:

$$t_1'' = t_1' + h = 0 + 200 = 200;$$

$$t_2' = t_1'' = 200; \qquad t_2'' = t_2' + h = 200 + 200 = 400;$$

$$t_3' = t_2'' = 400; \qquad t_3'' = t_3' + h = 400 + 200 = 600 \text{ і т. д.}$$

Рахуємо кількість відмов в інтервалі. Наприклад, в межі першого інтервалу (0÷200) попали зразки з наробітком 10, 150, 190, 180,150, 190 год. - загальною кількістю 6.

От же у рядку №1 таблиці 2 в стовпчику «Кількість відмов в інтервалі n_i» ставимо 6 відмов і т.д.

Визначаємо значення відносної частоти (частості) W_i попадання наробітків в i-й інтервал

$$W_i = \frac{n_i}{N}.$$

$$W_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{6}{50} = 0{,}12 \qquad \text{і т.д.}$$

Визначаємо емпіричну функцію розподілу F_i^*

$$F_i^* = W_1 + W_2 + \ldots + W_i$$

Для інтервалів 1, 2, 3

$$F_1^* = 0{,}12;$$

$$F_2^* = 0{,}12 + 0{,}22 = 0{,}34;$$

$$F_3^* = 0{,}12 + 0{,}22 + 0{,}22 = 0{,}56 \qquad \text{і т.д.}$$

Параметри закону розподілу Вейбулла a і b визначаємо графічно за допомогою імовірнісного паперу.

Для цього на спеціальному імовірнісному папері (рис.1) будуємо графік теоретичної функції розподілу. По осі абсцис (вісь OX) відкладаємо значення правих меж інтервалу t_i'', а по осі ординат (вісь OY) - відповідні даному інтервалу значення емпіричної функції розподілу F_i^*. В результаті одержуємо K точок, через які проводимо пряму таким чином, щоб вона проходила по можливості ближче до всіх точок (метод найменших квадратів). Побудована пряма є теоретичною функцією розподілу $F(t)$.

Наприклад, координати першої точки мають значення (200; 0,12), другої - (400; 0,34), третьої - (600; 0,56), але враховуючи, що на спеціальному папері по осі абсцис одиницею виміру є $t{\cdot}102$, дістанемо координати першої точки (2; 0,12), другої - (4; 0,34), третьої - (6; 0,56) і т.д.

Зробимо перевірку відповідності теоретичного закону розподілу емпіричному за допомогою критерію А.М. Колмогорова. Для цього в кожному інтервалі підраховуємо модуль різниці між значеннями емпіричної і теоретичної функцій розподілу, вибираємо з них максимальне значення

$$D_{\max} = \max\left|F_i - F_i^*\right|$$

і визначаємо величину критерію

$$\lambda = D_{\max} \cdot \sqrt{N}.$$

Якщо $\lambda < 1{,}0,$ то прийнятий теоретичний закон Вейбулла не суперечить емпіричному.

Наприклад, значення F_i дістанемо з побудованого графіка, де координати точок по осі абсцис залишаються незмінними, а координати по осі ординат і є шукані числові значення F_i.

Згідно графіка координати першої точки (2; 0,1), другої - (4; 0,34), третьої - (6; 0,56). Отже дістанемо, що F_1 = 0,1, F_2 = 0,34, F_3 = 0,56 і т. д.

Знаходимо $D_{\max} = \max\left|F_i - F_i^*\right| = 0{,}04$ і визначаємо величину критерію

$$\lambda = D_{\max} \cdot \sqrt{N} = 0{,}04 \cdot \sqrt{50} = 0{,}28 < 1.$$

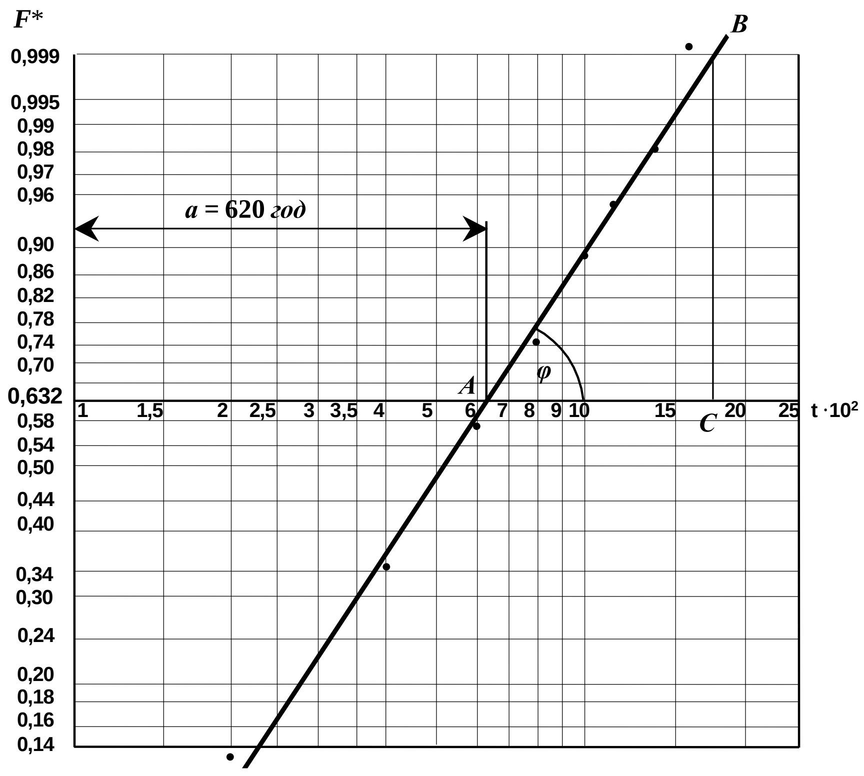

Рис. 1 Імовірнісний папір для закону розподілу Вейбулла і графічне визначення параметрів a і b

Отже прийнятий теоретичний закон Вейбулла не суперечить емпіричному.

Знаходимо параметри *a* і *b* закону розподілу Вейбулла (рис. 1).

a - безпосередньо з графіка (рис.1); *b* - із залежності

$$b = 1{,}3 \cdot tg\varphi,$$

де φ - кут нахилу прямої до осі абсцис.

Так, виходячи з побудованого графіка, *a* = 620 год.

Щоб знайти параметр *b*, розглянемо прямокутний трикутник ABC (рис.1). За допомогою лінійки вимірюємо довжини катетів BC = 42 мм, і AC = 30 мм, після чого

$$tg\varphi = \frac{BC}{AC} = \frac{42}{30} = 1{,}4;$$

отже параметр $b = 1{,}3 \cdot tg\varphi = 1{,}3 \cdot 1{,}4 = 1{,}82$.

Знаходимо середній ресурс за формулою

$$T = a \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right),$$

де $\Gamma(x)$ - гамма-функція, яка визначається по таблиці (додаток А).

Отже $T = 620 \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{1{,}82}) = 620 \cdot \Gamma(1{,}55) = 620 \cdot 0{,}88887 = 551$год.

Знаходимо середнє квадратичне відхилення σ за формулою

$$\sigma = a \cdot \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{b}\right)}.$$

Підставимо числові значення параметрів і дістанемо

$$\sigma = 620\sqrt{\Gamma(1 + 2/1{,}82) - \Gamma^2(1 + 1/1{,}82)} = 620\sqrt{\Gamma(2{,}1) - \Gamma^2(1{,}55)} =$$

$$= 620\sqrt{(2{,}1 - 1) \cdot \Gamma(2{,}1 - 1) - 0{,}88887^2} = 620\sqrt{1{,}1 \cdot 0{,}95135 - 0{,}79} =$$

$$= 620\sqrt{1{,}046 - 0{,}79} = 314\text{год.}$$

Знаходимо коефіцієнт варіації *v* за формулою

$$\nu = \frac{\sigma}{T} = \frac{314}{551} = 0{,}57.$$

Знаходимо імовірність безвідмовної роботи $R(t)$ в інтервалі наробітку від 0 до *t* за формулою $R(t) = 1 - F(t)$ і результати заносимо в таблицю 2.

Знаходимо довірчі межі для середнього наробітку до відмови *T* і імовірності безвідмовної роботи $R(t)$:

$$T_{\substack{\max \\ \min}} = T \pm t_\beta \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}};$$

$$R_{\substack{\max\\ \min}}(t) = R(t) \pm t_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{R(t)\cdot[1-R(t)]}{N}},$$

де t_{β} - квантиль нормального розподілу, що відповідає імовірності β;

N - об'єм вибірки.

Якщо $R_{max}>1$, то слід приймати $R_{max}=1$, а якщо $R_{min}<1$, то приймається $R_{min}=0$.

Таким чином, середній ресурс з довірчими межами при β=0,9; $t_{\beta}=1{,}645$ становить

$$T_{\substack{\max\\ \min}} = 551 \pm \frac{1{,}645 \cdot 314}{\sqrt{50}} = 551 \pm 73 \text{год.};$$

$$T_{max} = 624 \text{ год.}; \qquad T_{min} = 478 \text{ год.},$$

а імовірність безвідмовної роботи

$$R_{\substack{\max\\ \min}}(t) = 0{,}9 \pm 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}9\cdot[1-0{,}9]}{50}} = 0{,}9 \pm 0{,}07,$$

із значеннями $R_{max} = 0{,}97$, $R_{min} = 0{,}83$ і т.д.

За отриманими даними будуємо графік імовірності безвідмовної роботи $R(t)$, на якому наведені довірчі межі $R_{\substack{\max\\ \min}}$ (рис.2). Графічним засобом визначаємо 80%-й ресурс (при γ = 80% t_{γ}=80% = 290 год.) і його довірчі межі $t80_{max}$ і $t80_{min}$.

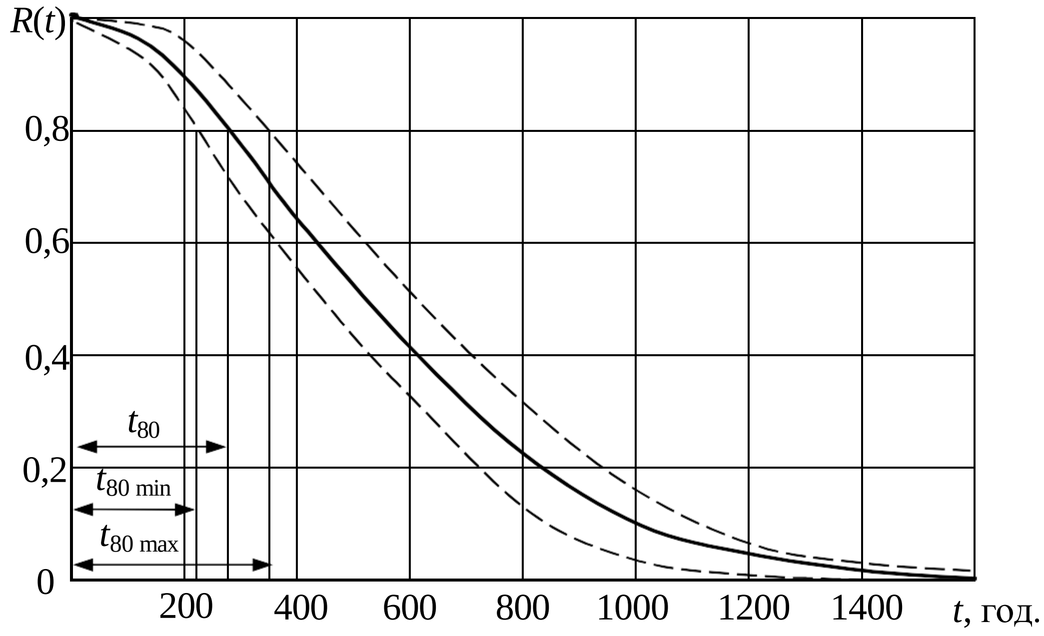

Рис. 2 Графік імовірності безвідмовної роботи R(t) з довірчими межами

Питання для самоконтролю

1. Які випробування вважаються повними?

2. Як визначити розмах вибірки R і довжину інтервалу h?

3. Як графічно, за допомогою імовірнісного паперу, визначити параметри закону розподілу Вейбулла a і b?

Рекомендована література

1. Анилович В.Я. Надежность машин в задачах и примерах./ В.Я. Анилович, А.С. Гринченко, В.Л. Литвиненко – Харьков: «Око», 2001. – 320 с.

2. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: оценка, моделирование, контроль – Х.:Віровець А.П. «Апостроф», 2012. – 259 с.

3. Погорелый Л.В. Испытания сельскохозяйственной техники./ Л.В. Погорелый, В.Я. Анилович – Научно-методические основы оценки и прогнозирования надежности сельскохозяйственных машин. – «Феникс», 2004. – 208 с.

4. Армашов Ю.В., Випробування сільськогосподарської техніки на надійність: Навч. посібник / Ю.В. Армашов, П.К. «Охмат» Дніпропетровськ, 2002.-.219 с.

5. Випробування і сертифікація техніки АПК: Навчальний посібник/ К.І.Шмат, Є.І. Бондарев, О.В.Мігальов та ін. – Херсон: «ОПДІ-плюс», 2004. – 268 с.

Додаток А

Гамма-функція

x	Γ(x)	x	Γ(x)	x	Γ(x)	x	Γ(x)
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
01	0,99433	26	0,90440	51	0,88659	76	0,92137
02	0,98884	27	0,90250	52	0,88704	77	0,92376
03	0,98355	28	0,90072	53	0,88757	78	0,92623
04	0,97844	29	0,89904	54	0,88818	79	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
06	0,96874	31	0,89600	56	0,88964	81	0,93408
07	0,96415	32	0,89464	57	0,89049	82	0,93685
08	0,95973	33	0,89338	58	0,89142	83	0,93969
09	0,95546	34	0,89222	59	0,89243	84	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
11	0,94740	36	0,89018	61	0,89468	86	0,94869
12	0,94359	37	0,88931	62	0,89592	87	0,95184
13	0,93993	38	0,88854	63	0,89724	88	0,95507
14	0,93642	39	0,88785	64	0,89864	89	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
16	0,92980	41	0,88676	66	0,90167	91	0,96523
17	0,92670	42	0,88636	67	0,90330	92	0,96877
18	0,92373	43	0,88604	68	0,90500	93	0,97240
19	0,92089	44	0,88581	69	0,90678	94	0,97610
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,70	0,90864	1,95	0,97988
21	0,91558	46	0,88560	71	0,91057	96	0,98374
22	0,91311	47	0,88563	72	0,91258	97	0,98768
23	0,91075	48	0,88575	73	0,91467	98	0,99171
24	0,90852	49	0,88595	74	0,91683	99	0,99581
1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906	2,00	1,00000

Значення гамма-функції для x<1 і x>2 можуть бути обчислені відповідно за допомогою формул:

$$\Gamma(x)=\frac{\Gamma(x+1)}{x}; \qquad \Gamma(x)=(x-1)\cdot\Gamma(x-1).$$

Навчальне видання

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОВНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи

Укладачі:

ІВАНОВ Володимир Іванович
АЛФЬОРОВ Олексій Ігорович
САВЧЕНКО Володимир Борисович
СВІРГУН Ольга Анатоліївна

Формат 60х84\16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.
Ум. друк. арк. 0,5
Наклад 30 пр.
Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44