



Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет мехатроніки та інжинірингу
Кафедра надійності та міцності машин і споруд
імені В.Я. Аніловича

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН.
ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ
ЦЕНЗУРОВАНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
133 Галузеве машинобудування
274 Автомобільний транспорт

Харків
2024

Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет мехатроніки та інжинірингу
Кафедра надійності та міцності машин і споруд
імені В.Я. Аніловича

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН. ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЦЕНЗУРОВАНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
133 Галузеве машинобудування
274 Автомобільний транспорт

Затверджено рішенням
Науково-методичної комісії
факультету мехатроніки
та інжинірингу

Протокол № 4
від 21 лютого 2024 р.

Харків
2024

УДК 631.3-192(072)

О-75

Схвалено

на засіданні кафедри надійності та міцності машин і споруд ім.В.Я. Аніловича
протокол № 10 від 22 січня 2024 р.

Рецензенти:

А. К. Автухов, д-р техн. наук, завідувач кафедри сервісної інженерії та технології матеріалів в машинобудуванні ім. О.І.Сідашенка Державного біотехнологічного університету.

Р.В. Антощенко, д-р техн. наук, завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету.

О 75 Основи надійності машин. Оцінювання надійності за результатами цензурованих випробувань: методичні вказівки до виконання практичної роботи для здобувачів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спец. 133 і 274 ; Держ. біотехнол. ун-т; уклад.: В.І. Іванов, О.І. Алфьоров, В.Б. Савченко, О.А. Свіргун – Харків : [б. в.], 2024. – 12с.

Реальні статистичні дані утворюють вибірки, які складаються не тільки з наробітків до відмови, але частково містять наробітки тих виробів, які ще не відмовляли. Це відбувається з різних випадкових причин і навіть, інколи отримується з різних джерел. Такі дані зветься цензурованими і їх необхідно враховувати, коли виконується статистичне оцінювання показників надійності.

Таке оцінювання не можна виконувати традиційним методом. За для цього використаний так званий множильний метод статистичного оцінювання. Його застосування проілюстровано на конкретному прикладі.

УДК 631.3

Відповідальний за випуск: В. Б. Савченко, к.т.н., доцент.

© Іванов В.І., Алфьоров О.І.,

Савченко В.Б., Свіргун О.А.
© ДБТУ, 2024

ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЦЕНЗУРОВАНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Мета роботи. визначити показники надійності по випадково цензурованій вибірці даних (про наробіток), що отримана при скорочених ресурсних випробуваннях.

Загальні положення

Ресурсні випробування на надійність не завжди проводять як повні, тобто до того моменту, коли відмовить останній об'єкт. У багатьох випадках, особливо в експлуатаційних умовах, випробування припиняють ще до настання відмов частини об'єктів. Якщо кількість відмов при таких скорочених випробуваннях становить не менше 50% від загальної кількості випробовуваних зразків, то, як показує практика, за такими даними можна з достатньою достовірністю оцінювати показники надійності, які могли б бути визначені при проведенні повних випробувань.

Одержана за наслідками скорочених випробувань вибірка даних містить наробітки до відмов і наробітки до припинення (призупинення) випробувань. На відміну від повних вибірок, що містять тільки наробітки до відмов, такі вибірки називають цензурованими. Якщо припинення випробувань відбувається в різні моменти часу із випадкових причин, то вибірка даних є випадково цензурованою.

Якщо згрупувати випадково цензуровану вибірку по інтервалах, отримаємо, що в будь-який i -ий інтервал потрапить деяка кількість n_{oi} наробітків до відмов, а також n_{ni} наробітків до припинення випробувань. Якщо загальна кількість об'єктів, що випробовувалися, дорівнює N , то нижньою межею для оцінювання емпіричної функції розподілу наробітку до відмов в i -ому інтервалі є відношення

$$F_{oi} = \frac{\sum_{j=1}^i n_{oj}}{N},$$

оскільки при цьому передбачається, що об'єкти, випробування яких були припинені, надалі відмовляти не можуть. В цьому випадку оцінка надійності об'єкту буде завищеною.

Верхньою межею при оцінюванні функції розподілу може бути відношення

$$F_{ci} = \frac{\sum_{j=1}^i n_{oj} + \sum_{j=1}^i n_{nj}}{N},$$

використання якого припускає, що в моменти припинення випробувань відбуваються відмови. При такому оцінюванні надійність випробовуваного об'єкту

занижується. Цей вираз одночасно є оцінкою емпіричної функції розподілу фактичної тривалості скорочених випробувань.

Дійсне значення емпіричної функції розподілу наробітку до відмови F_i^* знаходитиметься в інтервалі

$$F_{oi} < F_i^* < F_{ci}$$

Ширина цього інтервалу збільшується при збільшенні числа об'єктів, випробування яких не доведені до відмов.

Для точкового оцінювання за цензурованими даними функції розподілу F_i^* у середині інтервалу її можливих значень при незалежних випадкових наробітках до відмов і цензурування застосовується наступний метод.

Оцінимо емпіричну імовірність безвідмовної роботи R_1 об'єкту в першому інтервалі групування як відношення кількості зразків, що не відмовили в цьому інтервалі до повної кількості об'єктів, що випробовувалися. При визначенні кількості об'єктів N_1 , що випробовувалися, врахуємо, що в першому інтервалі випробування n_{n1} зразків були припинені при різних наробітках, кожна з яких менша, ніж права межа першого інтервалу. Припускаючи що наробітки припинених зразків розподілені симетрично щодо середини інтервалу, можна вважати, що умовна кількість об'єктів, що випробовувалися в першому інтервалі, дорівнює

$$N_1 = N - \frac{1}{2} n_{n1}$$

Кількість об'єктів, що не відмовили в першому інтервалі, дорівнює $N_1 - n_{o1}$, а імовірність безвідмовної роботи до кінця першого інтервалу дорівнює

$$\tilde{R}_1 = \frac{N_1 - n_{o1}}{N_1} = 1 - \frac{n_{o1}}{N_1}$$

За цим же принципом оцінимо умовну імовірність безвідмовної роботи \tilde{R}_2 в другому інтервалі для об'єктів, що не відмовили в першому інтервалі. Умовна кількість об'єктів, що випробовувалися в другому інтервалі, дорівнює

$$N_2 = N - n_{o1} - n_{n1} - \frac{1}{2} n_{n2}$$

а об'єктів, що не відмовили, складає $N_2 - n_{o2}$. Їх відношення дає оцінку для умовної імовірності

$$\tilde{R}_2 = \frac{N_2 - n_{o2}}{N_2} = 1 - \frac{n_{o2}}{N_2}$$

Безумовну імовірність безвідмовної роботи об'єкту R_2 в першому і другому інтервалах (тобто від початку випробувань і до правої межі другого інтервалу) можна оцінити як добуток ймовірностей R_1 і \tilde{R}_2

$$R_2 = R_1 \cdot \tilde{R}_2 = \left(1 - \frac{n_{o1}}{N_1} \right) \left(1 - \frac{n_{o2}}{N_2} \right)$$

Аналогічно в третьому інтервалі умовна імовірність безвідмовної роботи \tilde{R}_3 для об'єктів, що не відмовили у перших двох інтервалах, визначається з виразу

$$\tilde{R}_3 \sim 1 - \frac{n_{o3}}{N_3},$$

де
$$N_3 = N - n_{o1} - n_{o2} - n_{n1} - n_{n2} - \frac{1}{2} n_{n3}.$$

Безумовна імовірність безвідмовної роботи R_3 об'єкту від початку випробувань до правої межі третього інтервалу дорівнює добутку

$$R_3 = R_2 \cdot \tilde{R}_3 = \left(1 - \frac{n_{o1}}{N_1}\right) \left(1 - \frac{n_{o2}}{N_2}\right) \left(1 - \frac{n_{o3}}{N_3}\right)$$

тощо.

Отже, для будь-якого i -го інтервалу групування випадково цензурованої вибірки емпірична імовірність безвідмовної роботи R_i (рахуючи $R_0=1$), може бути визначена як добуток ймовірностей

$$R_i = R_{i-1} \cdot \tilde{R}_i = \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{n_{oj}}{N_j}\right),$$

де
$$N_j = N - \sum_{\kappa=1}^{j-1} (n_{o\kappa} + n_{n\kappa}) - \frac{1}{2} n_{nj}.$$

Відповідні значення відновленої емпіричної функції розподілу наробітку до відмов F_i^* визначаються з відомого співвідношення

$$F_i^* = 1 - R_i.$$

Далі, як і у разі повної вибірки, значення відновленої емпіричної функції розподілу можуть бути нанесені на імовірнісний папір, після чого графічно визначені параметри теоретичного закону розподілу і показники надійності об'єкту.

Порядок виконання роботи.

При виконанні цієї роботи використовуються вихідні дані про наробітки до відмов з практичної роботи 1 «Оцінювання надійності за результатами повних випробувань» і вихідні дані з таблиці 1. Вибірка даних, узята відповідно шифру завдання з табл.1 практичної роботи 1, заздалегідь піддається випадковому цензуруванню за допомогою даних таблиці 1 наступним чином. Кожному рядку даних про наробітки до відмови з табл. 1 практичної роботи 1 ставиться у відповідність будь-який з рядків наробітків до призупинення випробувань з табл. 1. Потім наробітки, що об'єдналися, попарно порівнюють між собою, і до цензурованої вибірки відбирається менший наробіток з двох порівнюваних між собою.

Приклад.

Вибираємо за варіантом п'ять рядків з таблиці 1.

Таблиця 1. Наробітки до призупинення випробувань

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	202	750	168	1980	256	1322	622	1706	1272	1476
2	1466	410	538	1806	1600	1150	22	1956	664	1292
3	676	112	1064	584	1416	348	110	40	702	1060
4	1040	1790	1290	754	314	146	1144	104	650	1060
5	718	860	1860	144	1230	1370	482	1138	1410	956
6	1970	236	1669	1774	1992	1310	1602	1492	1398	198
7	35	1010	599	1080	934	235	870	200	1254	641
8	1343	628	681	7	978	1483	703	355	73	103
9	1811	1616	578	1015	1035	937	1454	805	504	451
10	1721	1546	1616	1680	994	190	1603	1442	1829	1702

Потім беремо наробітки до відмов з практичної роботи 1 і проводимо цензурування наступним чином.

З таблиці 1 (практична робота 1) - 1-ий рядок:

310, 880, 10, 270, 640, 790, 1360, 150, 540, 500;

З таблиці 1 - 1-ий рядок:

202, 750, 168, 1980, 256, 1322, 622, 1706, 1272, 1476.

Проводимо цензурування і дістаємо:

202*, 750*, 10, 270, 256*, 790, 622*, 150, 540, 500,

* - наробітки до призупинення випробувань.

Таким чином формуємо випадково цензуровану вибірку результатів скорочених випробувань:

202*, 750*, 10, 270, 256*, 790, 622*, 150, 540, 500,
190, 320, 300, 260, 540, 180, 22*, 580, 664*, 260,
676*, 112*, 930, 370, 510, 150, 110*, 40*, 420, 1060*,
350, 570, 490, 754*, 250, 146*, 340, 104*, 650*, 370,
626, 624, 622, 144*, 816, 619, 482*, 600, 1059, 956*.

Групуємо цензуровану вибірку по інтервалах з тими ж межами, які були вибрані для повної вибірки. При цьому підрахунок кількості попадань наробітків до відмов n_{oi} і наробітків до припинень n_{pi} в кожний інтервал робимо окремо, і результати заносимо в таблицю 2.

В кожному інтервалі визначаємо значення нижньої межі F_{oi} для функції розподілу F_i^* за формулою

$$F_{oi} = \frac{\sum_{j=1}^i n_{oj}}{N}.$$

Наприклад

$$F_{o1} = \frac{5}{50} = 0,1; \quad F_{o2} = \frac{5+10}{50} = 0,3; \quad \text{і т.д.}$$

Результати підрахунків заносимо в таблицю 2

Результати наносимо на імовірнісний папір (рис.1). Будуємо графік функції F_0 і визначаємо значення її параметрів:

$$a_0=1000 \text{ год.}; \quad b_0=1,3 \cdot 1,0=1,3.$$

Таблиця 2. Результати розрахунків до прикладу

№ інт.	$t_i' \div t_i''$	n_{oi}	n_{pi}	F_{oi}	F_{ci}	N_i	\tilde{R}_i	R_i	F_i^*
1	0÷200	5	7	0,1	0,24	46,5	0,892	0,892	0,108
2	200÷400	10	2	0,3	0,48	37	0,73	0,651	0,349
3	400÷600	8	1	0,46	0,66	25,5	0,686	0,446	0,554
4	600÷800	6	6	0,58	0,9	14	0,571	0,255	0,745
5	800÷1000	2	1	0,62	0,96	4,5	0,55	0,14	0,86
6	1000÷1200	1	1	0,64	1	1,5	0,333	0,047	0,953
7	1200÷1400	-	-	-	-	-	-	-	-

В кожному інтервалі визначаємо значення функції розподілу тривалості випробувань F_{ci} за формулою

$$F_{ci} = \frac{\sum_{j=1}^i n_{oj} + \sum_{j=1}^i n_{pi}}{N}.$$

Наприклад

$$F_{c1} = \frac{5+7}{50} = 0,24, \quad F_{c2} = \frac{5+10+7+2}{50} = 0,48, \quad \text{і т.д.}$$

Результати обчислень заносимо в таблицю 2. Наносимо на імовірнісний папір (рис.1) і будуємо графік функції F_c . Графічно визначаємо параметри: $a_c=500$ год.; $b_c=1,3 \cdot 1,15=1,5$.

Визначаємо середню тривалість скорочених випробувань за формулою:

$$T_c = a_c \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b_c}\right).$$

$$T_c = a_c \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b_c}\right) = 500 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{1,5}\right) = 500 \cdot 0,90167 = 451 \text{ год.}$$

Величину середньої тривалості скорочених випробувань T_c порівнюємо з величиною середньої тривалості повних випробувань, яка співпадає з середнім ресурсом T об'єкта, знайденим у практичній роботі 1, і визначаємо коефіцієнт скорочення випробувань за формулою:

$$K_c = \frac{T_c}{T}.$$

$$K_c = \frac{T_c}{T} = \frac{451}{551} = 0,818.$$

В кожному інтервалі (до шостого включно) визначаємо умовну кількість об'єктів, що випробовувалися, і результати обчислень заносимо в таблицю 2.

$$N_1 = N - \frac{1}{2}n_{n1}; \quad N_2 = N - n_{o1} - n_{n1} - \frac{1}{2}n_{n2}.$$

$$N_1 = 50 - \frac{1}{2}7 = 46,5; \quad N_2 = 50 - 5 - 7 - \frac{1}{2}2 = 37;$$

$$N_3 = 50 - 5 - 10 - 7 - 2 - \frac{1}{2}1 = 25,5; \text{ і т.д.}$$

Визначаємо імовірність безвідмовної роботи.

Кількість об'єктів, що не відмовили в першому інтервалі, дорівнює $N_1 - n_{o1}$, а імовірність безвідмовної роботи на кінці першого інтервалу

$$R_1 = \frac{N_1 - n_{o1}}{N_1} = 1 - \frac{n_{o1}}{N_1}.$$

$$R_1 = \frac{46,5 - 5}{46,5} = 1 - \frac{5}{46,5} = 0,892.$$

Умовна кількість об'єктів, що не відмовили у другому інтервалі, складає $N_2 - n_{o2}$, а умовна імовірність безвідмовної роботи

$$\tilde{R}_2 = \frac{N_2 - n_{o2}}{N_2} = 1 - \frac{n_{o2}}{N_2}.$$

$$\tilde{R}_2 = \frac{37 - 10}{37} = 1 - \frac{10}{37} = 0,73.$$

Безумовну імовірність безвідмовної роботи об'єкту R_2 в першому і другому інтервалах (тобто від початку випробувань і на правій межі другого інтервалу) можна оцінити як добуток ймовірностей R_1 і R_2

$$R_2 = R_1 \cdot \tilde{R}_2 = \left(1 - \frac{n_{o1}}{N_1}\right) \left(1 - \frac{n_{o2}}{N_2}\right).$$

$$R_2 = 0,892 \cdot 0,73 = \left(1 - \frac{5}{46,5}\right) \left(1 - \frac{10}{37}\right) = 0,651.$$

Аналогічно в третьому інтервалі умовна імовірність безвідмовної роботи \tilde{R}_3 для об'єктів, що не відмовили у перших двох інтервалах, визначається з виразу

$$\tilde{R}_3 = 1 - \frac{n_{o3}}{N_3} = 1 - \frac{8}{25,5} = 0,686.$$

Безумовна імовірність безвідмовної роботи об'єкту R_3 від початку випробувань до правої межі третього інтервалу дорівнює добутку

$$R_3 = R_2 \cdot \tilde{R}_3 = \left(1 - \frac{n_{o1}}{N_1}\right) \left(1 - \frac{n_{o2}}{N_2}\right) \left(1 - \frac{n_{o3}}{N_3}\right).$$

$$R_3 = 0,651 \cdot 0,686 = \left(1 - \frac{5}{46,5}\right) \left(1 - \frac{10}{37}\right) \left(1 - \frac{8}{25,5}\right) = 0,446.$$

Результати обчислень імовірності безвідмовної роботи R_i для всіх інтервалів до шостого (в якому зафіксовані останні відмови) приведені в табл. 2.

Визначаємо значення відновленої емпіричної функції розподілу F_i^* в кожному інтервалі.

Відповідні значення відновленої емпіричної функції розподілу наробітку до відмов визначаються з відомого співвідношення:

$$F_i^* = 1 - R_i.$$

$$F_1^* = 1 - 0,892 = 0,108;$$

$$F_2^* = 1 - 0,651 = 0,349;$$

$$F_3^* = 1 - 0,447 = 0,554.$$

Результати обчислень заносимо в таблицю 2.

Будуємо графік відновленої функції розподілу F^* (рис.1) і визначаємо її параметри:

$$a_B = 660 \text{ год.}; b_B = 1,3 \cdot 1,29 = 1,68.$$

Визначаємо середній ресурс за формулою:

$$T = a \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) = 660 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{1,68}\right) = 589 \text{ год.}$$

Визначаємо 80%-ий ресурс за формулою:

$$t_{\gamma} = a \left(\frac{\ln 100}{\gamma}\right)^{1/b}. \quad t_{80} = 660 \cdot \left(\frac{\ln 100}{80}\right)^{1/1,68} = 270 \text{ год.}$$

Визначаємо погрішності оцінювання показників надійності по цензурованій вибірці даних:

- по середньому ресурсу за формулою:

$$\Delta_r = \frac{|T - T_e|}{T} \cdot 100\%,$$

де T - середній ресурс з практичної роботи 1.

$$\Delta_r = \frac{|551 - 589|}{551} \cdot 100\% = 6,9\%;$$

- по 80%-му ресурсу за формулою:

$$\Delta_{\gamma} = \frac{|t_{\gamma} - t_{\gamma}^e|}{t_{\gamma}} \cdot 100\%.$$

де t_{γ} - 80%-й ресурс з практичної роботи 1.

$$\Delta_{80} = \left| \frac{290 - 270}{290} \right| \cdot 100\% = 6,89\%.$$

З отриманих результатів випливає, що при скороченні тривалості випробувань вдалося оцінити показники довговічності деталей з достатньо високою точністю.

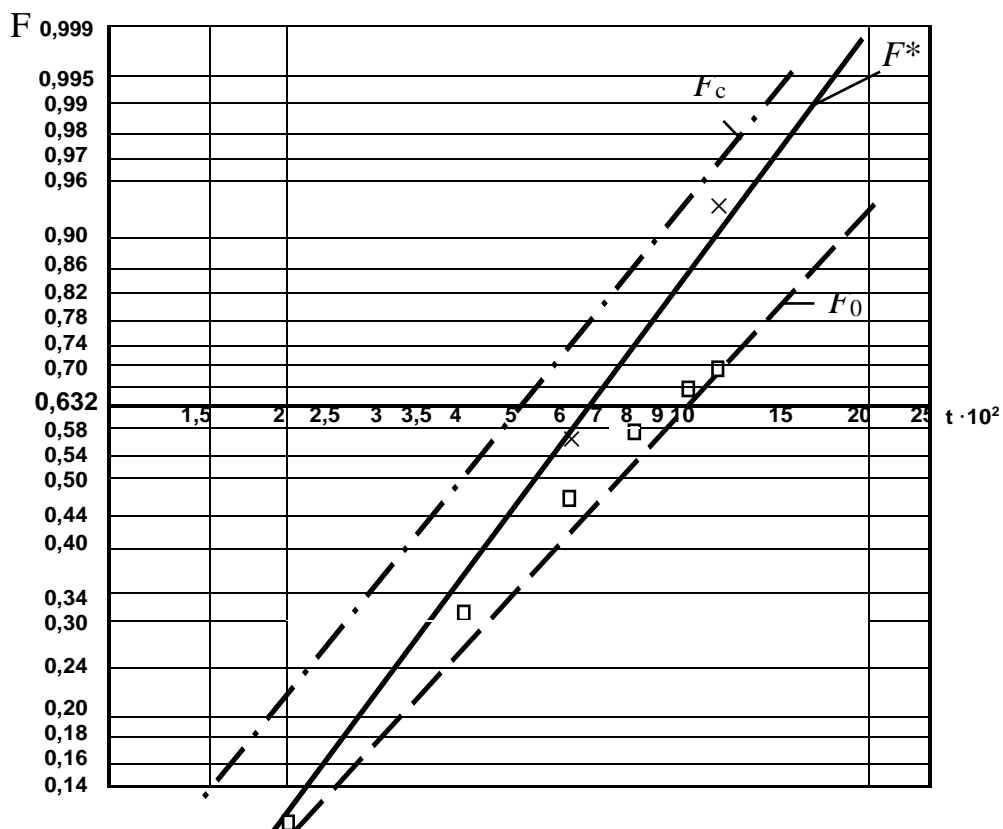


Рис. 1. Графіки для визначення параметрів функцій розподілу F_0 , F_c і F^*

Питання для самоконтролю

1. Які випробування вважаються цензурованими?
2. В якому випадку оцінка надійності об'єкту за результатами цензурованих випробувань буде завищеною або заниженою?
3. Яким чином виконується цензурування даних?

Рекомендована література

1. Анилович В.Я. Надежность машин в задачах и примерах./ В.Я. Анилович, А.С. Гринченко, В.Л. Литвиненко – Харьков: «Око», 2001. – 320 с.
2. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: оценка, моделирование, контроль – Х.:Віровець А.П. «Апостроф», 2012. – 259 с.
3. Погорельый Л.В. Испытания сельскохозяйственной техники./ Л.В. Погорельый, В.Я. Анилович – Научно-методические основы оценки и прогнозирования надежности сельскохозяйственных машин. – «Феникс», 2004. – 208 с.
4. Армашов Ю.В., Випробування сільськогосподарської техніки на надійність: Навч. посібник / Ю.В. Армашов, П.К. «Охмат» Дніпропетровськ, 2002.- .219 с.
5. Випробування і сертифікація техніки АПК: Навчальний посібник/ К.І.Шмат, Є.І. Бондарев, О.В.Мігальов та ін. – Херсон: «ОПДІ-плюс», 2004. – 268 с.

Навчальне видання

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН

ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ МАШИН.
ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ
ЦЕНЗУРОВАНИХ ВИПРОБУВАНЬ

Методичні вказівки
до виконання практичної роботи

Укладачі:

ІВАНОВ Володимир Іванович
АЛФЬОРОВ Олексій Ігорович
САВЧЕНКО Володимир Борисович
СВІРГУН Ольга Анатоліївна

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 0,5

Наклад 30 пр.

Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44