



**Міністерство освіти і науки України**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Факультет мехатроніки та інжинірингу**

**Кафедра обладнання та інжинірингу переробних і  
харчових виробництв**

**МЕХАНІКА РІДИН ТА ГАЗІВ В ГАЛУЗІ**

**Частина 1.**

**ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН. ГІДРОСТАТИКА  
КРАПЛИННИХ РІДИН**

**Методичні вказівки  
до практичних та лабораторних робіт**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
денної та заочної форм навчання  
за спеціальностями 131 «Прикладна механіка»,  
133 «Галузеве машинобудування»**

**Харків  
2024**

Міністерство освіти і науки України  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра обладнання та інжинірингу переробних і харчових виробництв

## **МЕХАНІКА РІДИН ТА ГАЗІВ В ГАЛУЗІ**

### **Частина 1. ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН. ГІДРОСТАТИКА КРАПЛИННИХ РІДИН**

Методичні вказівки  
до практичних та лабораторних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
денної та заочної форм навчання  
за спеціальностями 131 «Прикладна механіка»,  
133 «Галузеве машинобудування»

Затверджено  
рішенням Науково-методичної комісії  
факультету мехатроніки та інжинірингу  
Протокол № 5 від 30 квітня 2024 р.

Харків  
2024

УДК 532(072)  
М-53

Схвалено  
на засіданні кафедри обладнання та інжинірингу  
переробних і харчових виробництв  
Протокол № 7 від 20 грудня 2023 р.

Рецензенти:

**В.О. Потапов**, професор кафедри інтегрованих електротехнологій та енергетичного машинобудування Державного біотехнологічного університету, д-р техн. наук, професор;

**А.Л. Фоцан**, професор кафедри харчових технологій в ресторанній індустрії Державного біотехнологічного університету, д-р техн. наук, доцент

М-53      **Механіка рідин та газів в галузі. У 3 ч. Ч. 1. Фізичні властивості рідин. Гідростатика краплинних рідин [Електронне видання] : методичні вказівки до практичних та лабораторних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування» / уклад.: В.М. Михайлов, А.О. Шевченко, С.В. Прасол. – Електрон. дані. – Харків: ДБТУ, 2024. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Назва з тит. екрана.**

Зміст методичних вказівок до практичних та лабораторних робіт «Механіка рідин та газів в галузі» узгоджений з робочими програмами відповідних навчальних дисциплін за спеціальностями 131 «Прикладна механіка» та 133 «Галузеве машинобудування». Методичні вказівки призначені для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти та розраховані для використання в навчальному процесі ДБТУ, а також в інших закладах вищої освіти за умови адаптації під конкретний навчальний план. Матеріал може бути корисним для дипломної роботи студентів та широкого кола фахівців, які займаються проектуванням високотехнологічних гідравлічних процесів та апаратів у галузі переробних і харчових виробництв.

Частина 1 «Фізичні властивості рідин. Гідростатика краплинних рідин» містить 3 роботи: «Фізичні властивості рідин», «Практичні розрахунки з гідростатики», «Дослідження роботи сифону Маріотта»; 2 додатки: «Характеристики робочих рідин», «Фізичні властивості води на лінії насичення» та список рекомендованої літератури.

УДК 532(072)

**Відповідальний за випуск: О.В. Богомолв**, завідувач кафедри обладнання та інжинірингу переробних і харчових виробництв, д-р техн. наук, професор

© Михайлов В.М., Шевченко А.О.,  
Прасол С.В., 2024  
© ДБТУ, 2024

## ЗМІСТ

1. Фізичні властивості рідин.....	4
1.1. Загальні відомості.....	4
1.2. Методики розв'язування задач.....	5
1.3. Задачі для самостійного розв'язування.....	9
1.4. Зміст звіту.....	11
1.5. Контрольні запитання.....	12
2. Практичні розрахунки з гідростатики.....	12
2.1. Загальні відомості.....	12
2.2. Методики розв'язування задач.....	20
2.3. Задачі для самостійного розв'язування.....	30
2.4. Зміст звіту.....	35
2.5. Контрольні запитання.....	35
3. Дослідження роботи сифону Маріотта.....	36
3.1. Загальні відомості.....	36
3.2. Будова та принцип дії лабораторної установки.....	38
3.3. Методика проведення дослідження.....	38
3.4. Зміст звіту.....	39
3.5. Контрольні запитання.....	39
Додаток 1. Характеристики робочих рідин.....	40
Додаток 2. Фізичні властивості води на лінії насичення.....	40
Список використаних джерел / Рекомендована література.....	41

# 1. ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН

*Мета роботи:*

1. Вивчити основні фізичні властивості рідин.
2. Опанувати методики розв'язування задач.
3. Розв'язати задачі згідно варіанту.

## 1.1. Загальні відомості

Фізичне тіло, що володіє текучістю, здатністю змінювати свою форму під дією як завгодно малих сил називають рідиною. У науці про гідравліку під єдиним поняттям рідини прийнято об'єднувати звичайні (краплинні) рідини, а також пару, гази та пластично-в'язкі тіла, які не мають, на відміну від твердих тіл, здатності зберігати форму. Основними характеристиками рідин є густина, стисливість, теплове розширення та в'язкість.

**Густина однорідної рідини** – це відношення її маси  $m$  до займаного об'єму  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1.1)$$

Густина неоднорідної системи  $\rho_c$  (кг/м<sup>3</sup>), яка складається із декількох компонентів, визначається з рівняння:

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} + \dots + \frac{x_n}{\rho_n}}, \quad (1.2)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – масові частки (концентрації) компонентів системи у суміші, кг/кг;

$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  – густини відповідних компонентів, кг/м<sup>3</sup>.

**Стисливість** – властивість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Вона враховується коефіцієнтом об'ємного стиснення  $\beta_p$ , що представляє собою відносну зміну об'єму рідини на одиницю зміни тиску:

$$\beta_p = -\frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta p}, \text{ Па}^{-1} \quad (1.3)$$

де  $\Delta V$  – зменшення об'єму при збільшенні тиску на  $\Delta p$ ;

$V_0$  – первісний об'єм рідини.

Коефіцієнт об'ємного стиснення  $\beta_p$  пов'язаний з об'ємним модулем пружності  $E$  співвідношенням

$$\beta_p = \frac{1}{E}. \quad (1.4)$$

**Теплове розширення рідини** характеризується температурним коефіцієнтом об'ємного розширення, що представляє собою відносну зміну об'єму рідини при зміні температури на  $1\text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \quad (1.5)$$

де  $\Delta t$  – зміна температури рідини.

**В'язкість** – це властивість рідини чинити опір ковзанню одного її шару відносно другого. Ця властивість проявляється в тім, що в рідині за певних умов виникають дотичні напруження.

Дотичні напруження в рідині залежать від її роду й характеру течії, а при течії шарами змінюються прямо пропорційно поперечному градієнту швидкості:

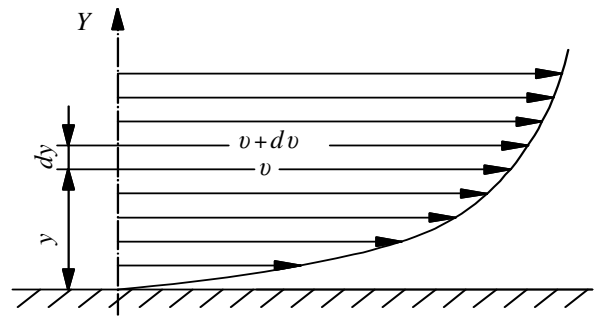
$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}. \quad (1.6)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості;

$dv$  – збільшення швидкості, що відповідає збільшенню координати  $dy$  (див. рис. 1.1).

У системі СІ динамічна в'язкість вимірюється в Паскаль-секундах (Па·с). Поряд з динамічною в'язкістю вводиться поняття кінематичної в'язкості:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ м}^2/\text{с}. \quad (1.7)$$



**Рисунок 1.1**

## 1.2. Методики розв'язування задач

**Приклад 1.** Визначити підвищення тиску, при якому початковий об'єм води зменшиться на 1%.

*Розв'язок*

З формули (1.3) знаходимо

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\beta_p},$$

де за умовою задачі відносне зменшення об'єму  $\frac{\Delta V}{V_0} = 0,01$ . Коефіцієнт об'ємного стиснення для води (див. додаток 1)  $\beta_p = 0,49 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ .

Отже, шукане підвищення тиску

$$\Delta p = \frac{0,01}{0,49 \cdot 10^{-9}} = 2,06 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

Приклад 2. Висота циліндричного вертикального резервуара дорівнює  $H = 10$  м, його діаметр  $D = 3$  м. Визначити масу речовини ( $\rho_0 = 920$  кг/м<sup>3</sup>), яку можна налити в резервуар при 15 °С, якщо його температура може збільшитись до 40 °С. Розширенням стінок резервуара знехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини  $\beta_t = 0,0008$  С<sup>-1</sup>.

*Розв'язок*

При підвищенні температури рідина розширюється і її об'єм збільшується. Нехай  $V_0$  та  $H_0$  – об'єм і висота стовпа речовини при 15 °С, а  $V$  та  $H$  – те ж, при 40 °С, причому  $H$  не може бути більше висоти резервуара. Відповідно до формули (1.5) маємо

$$\beta_t = \frac{V - V_0}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H - \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H_0}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{H - H_0}{H_0} \cdot \frac{1}{\Delta t},$$

звідки та приймаючи  $H = 10$  м й  $\Delta t = 40 - 15 = 25$  °С, одержуємо

$$H_0 = \frac{H}{1 + \beta_t \cdot \Delta t} = \frac{10}{1 + 0,0008 \cdot 25} = 9,8 \text{ м.}$$

Маса речовини, яку можна залити в резервуар,

$$\begin{aligned} m &= \rho_0 \cdot V_0 = \rho_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H_0 = \\ &= 920 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} \cdot 9,8 = 63700 \text{ кг.} \end{aligned}$$

Приклад 3. Визначити густину рідини, що отримана змішуванням 10 л рідини густиною  $\rho_1 = 900$  кг/м<sup>3</sup> та 20 л рідини густиною  $\rho_2 = 870$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв'язок*

Густина суміші визначається з рівняння (1.2)

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2}},$$

де  $x_1, x_2$ , – масові частки компонентів системи у суміші, кг/кг,

тобто  $x_n = \frac{m_n}{m_1 + m_2}$ ;

$m_n, m_1, m_2$ , – маси компонентів суміші, кг;

$$\begin{aligned} m_1 &= \rho_1 \cdot V_1 = 900 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 9 \text{ кг;} \\ m_2 &= \rho_2 \cdot V_2 = 870 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 17,4 \text{ кг;} \\ x_1 &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{9}{9 + 17,4} = 0,341 \text{ кг/кг;} \end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{17,4}{9 + 17,4} = 0,659 \text{ кг/кг};$$

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{0,341}{900} + \frac{0,659}{870}} = 885,0 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 4. Робоча рідина отримана змішуванням двох мастил: густина першого мастила  $\rho_1 = 880 \text{ кг/м}^3$ , густина другого мастила –  $\rho_2 = 910 \text{ кг/м}^3$ . Об'єм отриманої суміші  $V = 100 \text{ л}$ . Визначити зміст кожного мастила в суміші, якщо її густина  $\rho_c = 886 \text{ кг/м}^3$ .

*Розв'язок*

Густина суміші з рівняння (1.2) та з урахуванням, що  $x_n = \frac{m_n}{m_1 + m_2}$  кг/кг, де сумарна маса  $m_1 + m_2 = m_c$ :

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}.$$

Сумарна маса за відомої густини суміші:

$$m_c = \rho_c \cdot V_c = 886 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 88,6 \text{ кг}.$$

Приймаємо масу першого мастила  $m_1 = m_c - m_2 = 88,6 - m_2$ .

Підставляємо значення до рівняння:

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = 886 = \frac{1}{\frac{88,6 - m_2}{880} + \frac{m_2}{910}}.$$

Приймаємо  $x = m_2$  та запишемо рівняння у формі:

$$886 = 1 / (((88.6 - x) / 880) + ((x / 88.6) / 910)),$$

яке можна розв'язати за допомогою он-лайн сервісу MathDF [10].

$$\text{Згідно рішення } x = \frac{91}{5}, \text{ а отже } m_2 = 18,2 \text{ кг}; m_1 = m_c - m_2 = 88,6 - 18,2 =$$

$$= 70,4 \text{ кг}. V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{70,4}{880} = 0,08 \text{ м}^3 = 80 \text{ л}; V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{18,2}{910} = 0,02 \text{ м}^3 = 20 \text{ л}.$$

Приклад 5. Суміш мінерального мастила та невідомої речовини, що становить 40 % від об'єму суміші, має густина  $\rho_c = 860 \text{ кг/м}^3$ . Визначити густина невідомої речовини.



*Розв'язок*

Густина суміші з рівняння (1.2) та з урахуванням, що  $x_n = \frac{m_n}{m_1 + m_2}$  кг/кг, де сумарна маса  $m_1 + m_2 = m_c$ :

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}.$$

Згідно додатку 1 густина гасу  $\rho_1 = 790 \dots 820$  кг/м<sup>3</sup>. Для розв'язку приймаємо середнє значення 805 кг/м<sup>3</sup>. Нехай шукана густина  $\rho_2 = x$ . Маса компонентів дорівнюватиме  $m_1 = 0,4m_c$ ;  $m_2 = 0,6m_c$ . Тоді

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = \frac{1}{\frac{0,4m_c}{805} + \frac{0,6m_c}{x}} = 860.$$

Скорочуємо на масу суміші  $m_c$ . Тоді

$$\frac{1}{\frac{0,4}{805} + \frac{0,6}{x}} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3} + \frac{0,6}{x}} = 860 \Rightarrow 860 \cdot \left( 0,5 \cdot 10^{-3} + \frac{0,6}{x} \right) = 1;$$

$$860 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} + \frac{860 \cdot 0,6}{x} = 1;$$

$$0,43 + \frac{516}{x} = 1;$$

$$\frac{516}{x} = 1 - 0,43 = 0,57; \quad x = \frac{516}{0,57} = 905,3.$$

Отже  $\rho_2 = x = 905,3$  кг/м<sup>3</sup>.

**Приклад 6.** Визначити зміну об'єму гасу при зміні температури від  $t_1 = 30$  °С до  $t_2 = 45$  °С. Первісний об'єм гасу  $V = 100$  л.

*Розв'язок*

Згідно таблиці 1.2 температурний коефіцієнт об'ємного розширення гасу  $\beta_t = 0,96 \cdot 10^{-3}$  °С<sup>-1</sup>. Згідно формули (1.5)

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Звідси

$$\Delta V = \beta_t \cdot V_0 \cdot \Delta t, \text{ м}^3.$$

$$\Delta V = 0,96 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot (45 - 30) = 1,44 \text{ л.}$$

### 1.3. Задачі для самостійного розв'язування

1. Визначити підвищення тиску, при якому початковий об'єм речовини зменшиться на % зміни. Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Варіанти завдань до задачі 1

Вихідні дані	Варіанти завдань					
	1	2	3	4	5	6
Речовина	вода	ртуть	гліцерин	бензин	гас	етиловий спирт
% зміни	0,5	1	1,5	3	2,5	2

Вихідні дані	Варіанти завдань			
	7	8	9	10
Речовина	мастило ІПП-49	мастило ІПП-18	мастило АМГ-10	гліцерин
% зміни	3,5	3	1	0,5

2. Висота циліндричного вертикального резервуара дорівнює  $H$ , його діаметр  $D$ . Визначити масу речовини з густиною  $\rho_0$ , яку можна налити в резервуар за температури  $t_1$ , якщо вона може збільшитись до температури  $t_2$ . Розширенням стінок резервуара знехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини дорівнює  $\beta_t$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – Варіанти завдань до задачі 2

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$H$ , м	8	9	11	12	7
$D$ , м	4	5	6	7	5
$\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	860	3200	1200	900	960
$t_1$ , °C	18	20	26	24	23
$t_2$ , °C	35	45	50	48	47
$\beta_t$ , C <sup>-1</sup>	0,0002	0,0001	0,0005	0,001	0,0015

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$H$ , м	13	14	17	16	15
$D$ , м	8	9	8	9	9
$\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	1600	940	820	1010	920
$t_1$ , °C	22	17	21	19	25
$t_2$ , °C	52	38	44	36	51
$\beta_t$ , C <sup>-1</sup>	0,0006	0,0007	0,002	0,0025	0,003

3. Визначити густину рідини, що отримана змішуванням рідини об'ємом  $V_1$ , густиною  $\rho_1$  та об'ємом  $V_2$  рідини густиною  $\rho_2$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Варіанти завдань до задачі 3

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$V_1$ , л	5	15	20	25	30
$V_2$ , л	25	20	40	35	50
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	1000	1100	800	950	1200
$\rho_2$ , кг/м <sup>3</sup>	800	850	1200	1120	920

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$V_1$ , л	35	40	45	50	55
$V_2$ , л	15	60	70	25	65
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	890	1150	970	920	840
$\rho_2$ , кг/м <sup>3</sup>	1100	1200	800	820	1300

4. Робоча рідина отримана змішуванням двох мастил: густина першого мастила  $\rho_1$ , густина другого мастила  $\rho_2$ . Об'єм отриманої суміші  $V$ . Визначити зміст кожного мастила в суміші, якщо її густина  $\rho_c$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.4.

Таблиця 1.4 – Варіанти завдань до задачі 4

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$V$ , л	200	150	140	170	220
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	1000	1100	800	950	1200
$\rho_2$ , кг/м <sup>3</sup>	800	850	1200	1120	920
$\rho_c$ , кг/м <sup>3</sup>	910	920	930	970	1110

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$V$ , л	180	130	210	230	240
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	890	1150	970	920	840
$\rho_2$ , кг/м <sup>3</sup>	1100	1200	800	820	1300
$\rho_c$ , кг/м <sup>3</sup>	1000	1180	850	900	870

5. Суміш речовини 1 та невідомої речовини 2, що становить заданий % від об'єму суміші, має густину  $\rho_c$ . Визначити густину невідомої речовини. Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.5.

Таблиця 1.6 – Варіанти завдань до задачі 5

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
Речовина 1	мазут	мастило ІПП-18	мастило ІПП-30	мастило ІПП-38	мастило ІПП-49
Речовина 1, %	30	35	45	55	60
$\rho_c$ , кг/м <sup>3</sup>	1050	910	920	930	940

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
Речовина 1	мастило АМГ-10	гас	вода	гліцерин	мастило ІПП-30
Речовина 1, %	55	30	45	55	60
$\rho_c$ , кг/м <sup>3</sup>	1000	920	1060	1300	930

6 Визначити зміну об'єму гасу при зміні температури від  $t_1$  до  $t_2$ . Первісний об'єм гасу дорівнює  $V$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 1.6.

Таблиця 1.6 – Варіанти завдань до задачі 6

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
Речовина	ртуть	мастило ІПП-18	бензин	вода	гас
$t_1$ , °С	20	25	35	50	45
$t_2$ , °С	25	45	50	60	70
$V$ , л	50	60	70	55	65

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
Речовина	мастило АМГ-10	бензин	вода	гліцерин	гас
$t_1$ , °С	23	28	38	54	48
$t_2$ , °С	27	37	52	63	72
$V$ , л	75	80	90	85	120

#### 1.4. Зміст звіту

Звіт з роботи повинен містити:

1. Номер та назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Загальні відомості (стисло).

4. Розв'язок задач згідно варіанту.
5. Висновки з виконання роботи.

### 1.5. Контрольні запитання

1. Поняття рідини у гідравліці. Краплині та газоподібні рідин.
2. Що таке густина однорідної рідини? Визначальна формула.
3. Що таке стисливість? Визначальна формула.
4. Наведіть співвідношення між коефіцієнтом об'ємного стиснення та об'ємним модулем пружності.
5. Що таке теплове розширення рідини? Визначальна формула.
6. Що таке в'язкість?
7. Наведіть співвідношення між коефіцієнтом динамічної в'язкості та градієнтом швидкості.
8. Як визначається кінематична в'язкість?

## 2. ПРАКТИЧНІ РОЗРАХУНКИ З ГІДРОСТАТИКИ

*Мета роботи:*

1. Вивчити основні положення гідростатики.
2. Опанувати методики розв'язування задач.
3. Розв'язати задачі згідно варіанту.

### 2.1. Загальні відомості

Умови і закони рівноваги рідин під дією прикладених сил, а також дію рідини, що перебуває в стані спокою, на занурені тіла і обмежувальні стінки посудини вивчаються в **гідростатиці** (гідростатика від грецької *hýdōr* – вода та *statós* – нерухомий).

**Гідростатичний тиск** – відношення нормальної притискної сили, що діє на елементарну площадку рідини, до величини поверхні цієї площадки:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}, \quad (2.1)$$

де  $\Delta F$  – сила, Н;  $\Delta S$  – поверхня, м<sup>2</sup>.

Співвідношення між одиницями тиску

Технічна атмосфера – 1 ат.

1 ат =  $9,81 \cdot 10^4$  Н/м<sup>2</sup> = 10000 мм вод. ст. = 735 мм рт. ст.

Фізична атмосфера – 1 атм.

1 атм = 1,033 ат =  $1,013 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> = 10330 мм вод. ст. = 760 мм рт. ст.

1 мм вод. ст. = 9,81 Н/м<sup>2</sup>.

1 мм рт. ст. = 133,3 Н/м<sup>2</sup>.

### Основне рівняння гідростатики

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + z = const \quad \text{або} \quad \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2, \quad (2.2)$$

тобто 
$$h = z_1 - z_2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} \quad \text{або} \quad p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.3)$$

де  $p$  – тиск у точці, розміщеній на висоті  $z$  від площини рівня, Н/м<sup>2</sup> або Па;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

$h$  – глибина занурення точки, що розглядається, в рідину, м.

Повний (абсолютний) гідростатичний тиск у будь-якій точці рідини:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.4)$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини;

$\rho \cdot g \cdot h$  – тиск, створюваний стовпом рідини висотою  $h$ .

Надлишковий (манометричний) тиск  $p_{ман}$  – різниця між абсолютним (повним)  $p_{абс.С}$  і атмосферним тиском  $p_{атм}$  (рис. 2.1):

$$p_{ман} = p_{абс.С} - p_{атм} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h - p_{атм}. \quad (2.5)$$

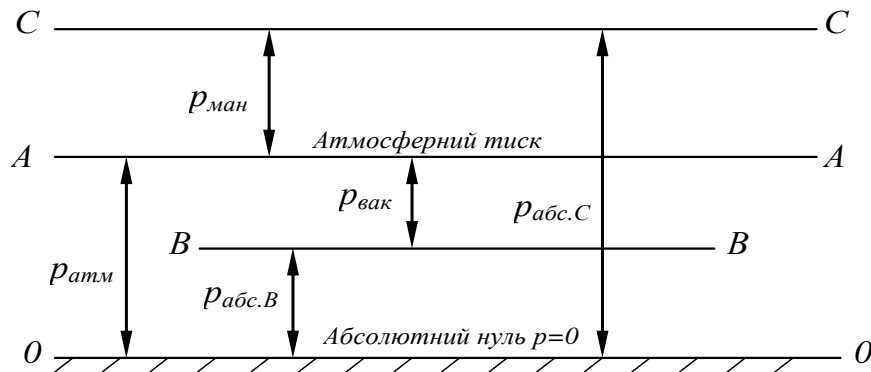


Рисунок 2.1 – Схема до визначення тиску

**Вакуум** – це нестача тиску до атмосферного:

$$p_{вак} = p_{атм} - p_{абс.В}. \quad (2.6)$$

Величини

$$h_p = \frac{p_{ман}}{\rho \cdot g} = \frac{p_{абс.С} - p_{атм}}{\rho \cdot g} \quad (2.7)$$

$$\text{та } h_{вак} = \frac{p_{вак}}{\rho \cdot g} = \frac{p_{атм} - p_{абс.В}}{\rho \cdot g} \quad (2.8)$$

називаються відповідно п'езометричною і вакууметричною висотами.

Поверхня, у всіх точках якої тиск дорівнює атмосферному, називається п'езометричною поверхнею. Якщо резервуар відкритий, то п'езометрична поверхня збігається з вільною поверхнею рідини. Для закритого резервуару п'езометрична поверхня може розташовуватися й вище вільної поверхні

рідини (при  $p_0 > p_{атм}$ ) і нижче її (при  $p_0 < p_{атм}$ ). Отже, надлишковий (манометричний) тиск у будь-якій точці рідини

$$p_{ман} = \rho \cdot g \cdot H,$$

де  $H$  – глибина занурення точки під п'езометричною поверхнею.

Сила тиску рідини на плоску стінку (в Н)

$$F = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h_c) \cdot S, \quad (2.9)$$

де  $h_c$  – глибина занурення центра тяжіння стінки під рівнем рідини, м;

$S$  – площа поверхні стінки, м<sup>2</sup>.

Якщо зовнішній тиск дорівнює атмосферному ( $p_0 = p_a$ ), то

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S. \quad (2.10)$$

Густина газів дуже мала порівняно з густиною краплинних рідин. Її значення можна розрахувати з виразу

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 \cdot p}{T \cdot p_0}, \quad (2.11)$$

де  $\rho_0$  – густина газу за нормальними умовами ( $T_0 = 273$  К,  $p_0 = 760$  мм рт. ст. = 1 атм);

$p$  – тиск газу, атм;

$T$  – абсолютна температура газу, К.

Закон Паскаля, згідно з яким будь-яка зміна тиску в рідині, що перебуває в спокої, передається однаково в усі точки зайнятого нею простору, лежить в основі роботи гідравлічних машин, зокрема гідравлічних пресів.

Гідравлічний прес (рис. 2.2) складається з двох сполучених циліндрів із поршнями малого  $d$  та великого  $D$  діаметрів. Перший поршень (насос) сполучений із важелем. Коли до важеля прикладається сила  $F_0$ , то на малий поршень передається сила  $F_1 = F_0 \cdot a/b$ . Матеріал, що пресується, знаходиться на поршні великого діаметра. Циліндр преса, циліндр насоса та трубопровід, який їх поєднує, заповнені мастилом.

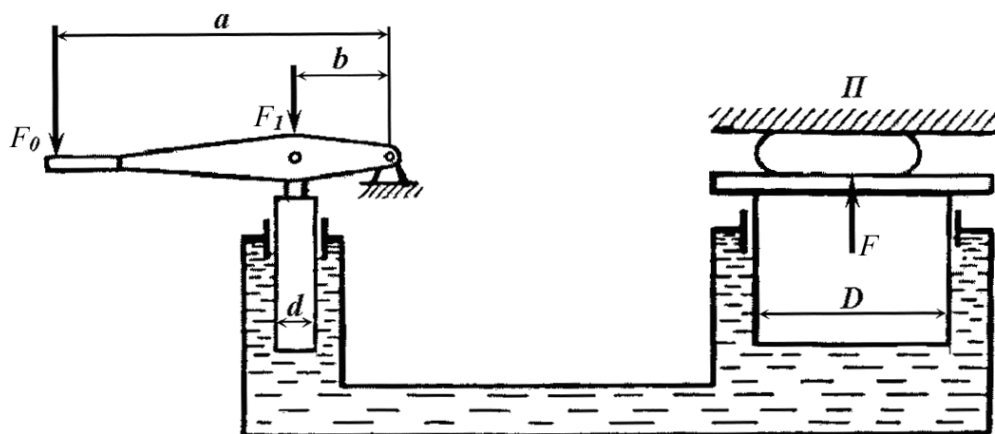


Рисунок 2.2 – Схема роботи гідравлічного преса

Сила тиску  $F_1$ , яка діє на малий поршень, створює тиск  $p$  у рідині, що дорівнює  $p = F_1/S_1$ , де  $S_1$  – площа поперечного перерізу малого поршня, яка дорівнює  $S_1 = \pi d^2/4$ . Цей тиск, відповідно до закону Паскаля, передається трубкою в циліндр преса та діє на торець великого поршня з площею поперечного перерізу  $S_2 = \pi \cdot D^2/4$ . Сила, з якою великий поршень діє на матеріал, дорівнює:

$$F = F_1 \frac{D^2}{d^2}. \quad (2.12)$$

З формули (2.12) видно, що відношення зусиль на великому та малому поршнях пропорційне відношенню квадратів їх діаметрів. Наприклад, коли діаметр великого поршня в 10 разів більше діаметра малого, то зусилля на великому поршні буде в 100 разів більше, ніж на малому.

Для визначення сили тиску на дно та стінку розглянемо рис. 2.3.

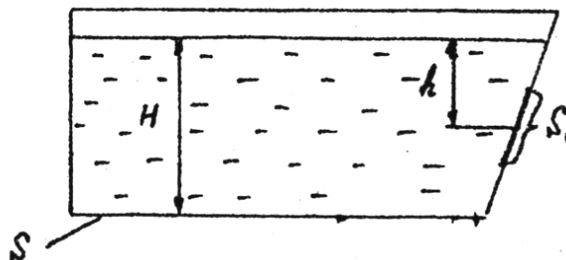


Рисунок 2.3 – Схема посудини з рідиною до розрахунку сили тиску на дно та стінки посудини

На рисунку  $H$  (у м) – висота шару рідини в посудині,  $h$  (у м) – висота шару рідини від поверхні до центра тяжіння бічної стінки,  $S$  (у м<sup>2</sup>) – площа дна посудини.  $S_1$  (у м<sup>2</sup>) – площа поверхні бічної стінки.

Сила тиску на дно посудини:

$$F = p \cdot S = \rho \cdot g \cdot H \cdot S, \text{ Н.} \quad (2.13)$$

Сила тиску на бічну стінку посудини:

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot S_1, \text{ Н.} \quad (2.14)$$

Також можна записати

$$F_1 = P_0 + P_p, \quad (2.15)$$

де  $P_0 = p_0 \cdot S$  – сила, обумовлена зовнішнім тиском;

$P_p = \rho \cdot g \cdot h'_c \cdot S$  – сила, обумовлена тільки тиском рідини.

Сила  $P_0$  прикладена в центрі ваги стінки, сила  $P_p$  – у центрі тиску, координата  $y_0$  якого визначається по формулі

$$y_0 = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c}, \quad (2.16)$$

де  $y_c$  – координата центра ваги;



$J_0$  – момент інерції плоскої фігури відносно центральної осі.

Сила гідростатичного тиску на криволінійну поверхню

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}. \quad (2.17)$$

де  $P_x, P_y, P_z$  – складові сили надлишкового тиску по відповідних координатних осях.

Для циліндричної криволінійної поверхні (рис. 2.4)

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2},$$

де  $P_x$  і  $P_z$  – горизонтальна й вертикальна складові сили  $P$ .

Горизонтальна складова

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_\theta, \quad (2.18)$$

де  $h_c$  – відстань від центра ваги до п'єзометричної поверхні;

$S_\theta$  – площа проекції криволінійної поверхні на вертикальну поверхню.

Вертикальна складова

$$P_z = \rho \cdot g \cdot V, \quad (2.19)$$

де  $V$  – об'єм тіла тиску, вертикального стовпа рідини, який спирається на криволінійну поверхню і обмежується зверху п'єзометричною поверхнею.

Вектор повної сили тиску на циліндричну поверхню проходить через вісь циліндра під кутом  $\varphi$  до горизонту, причому

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{P_z}{P_x}. \quad (2.20)$$

За законом Архімеда на тіло, занурене в рідину, діє вертикальна (Архімедова) сила, що виштовхує, яка спрямована вертикально вгору,

$$P = \rho \cdot g \cdot V, \quad (2.21)$$

де  $V$  – об'єм зануреної частини тіла.

Центр ваги  $D$  витиснутого об'єму рідини є центром водотоннажності (рис. 2.5). При нахилі (крені) плаваючого тіла центр водотоннажності змінює своє положення.

Лінія, що проходить через центр ваги тіла  $C$  та центр водотоннажності  $D$  у положенні рівноваги перпендикулярно до вільної поверхні рідини (поверхня плавання), є віссю плавання. У положенні рівноваги вісь плавання вертикальна, при крені – нахилена.

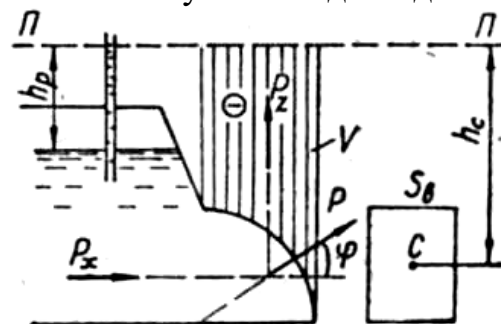


Рисунок 2.4 – До визначення тиску на циліндричній криволінійній поверхні

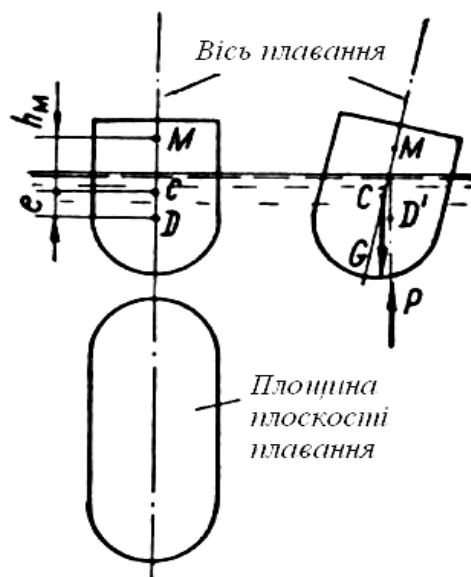


Рисунок 2.5 – Витиснутий об'єм рідини

Точка перерізу  $M$  лінії дії сили, що виштовхує, при похилому положенні з віссю плавання називається метацентром. Відстань  $h_m$  між центром ваги тіла  $C$  та метацентром  $M$  називається метацентричною висотою.

Чим більше  $h_m$ , тим більше остійність тіла (здатність переходити із крену в положення рівноваги). Момент пари сил  $P - G$ , що прагне відновити рівновагу, прямо пропорційний метацентричній висоті.

Величина метацентричної висоти

$$h_m = \frac{J}{V} - e, \quad (2.22)$$

де  $J$  – найменший момент інерції площини плавання;  
 $e$  – відстань між центрами ваги й водотоннажності.

Якщо метацентр лежить нижче центра ваги тіла, тобто метацентрична висота негативна, тоді тіло остійністю не володіє.

Під час руху резервуару в горизонтальному напрямку з постійним прискоренням (рис. 2.6) на рідину, що перебуває в ньому, діє сила ваги та сила інерції.

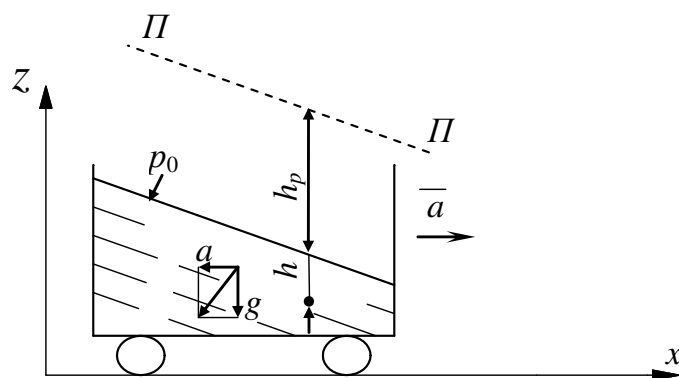


Рисунок 2.6 – До визначення поняття вільної поверхні рідини

**Вільна поверхня** являє собою похилу поверхню, рівняння якої має вид

$$a \cdot x + g \cdot z = C, \quad (2.23)$$

де  $C$  – постійна величина;

$a$  – прискорення резервуару.

Гідрометрична поверхня  $\Pi - \Pi$ , проходить паралельно вільній поверхні на висоті

$$h_p = \frac{p_0 - p_{атм}}{\rho \cdot g}, \quad (2.24)$$

Сила тиску на передню (задню) плоску стінку

$$P = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h'_c) \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S, \quad (2.25)$$

де  $h'_c$  й  $h_c$  – відстані по вертикалі від центра ваги стінки до вільної поверхні рідини та до гідрометричної поверхні, відповідно.

Силу тиску на криволінійну площину (рис. 2.7) може бути знайдена з умови динамічної рівноваги об'єму рідини  $V$ , що міститься між криволінійною площиною й поверхнею, проведеною через граничний контур об'єму рідини (на рис. 2.7 цей об'єм заштрихований).

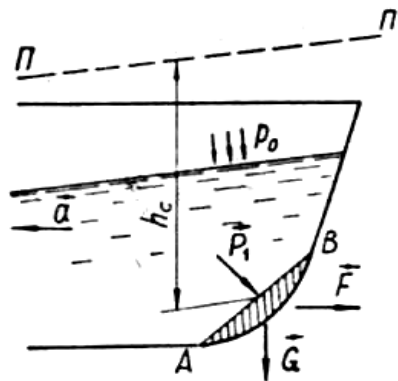


Рисунок 2.7 – До визначення сили тиску на криволінійну площину

Отже:

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{F} + \bar{G}, \quad (2.26)$$

де  $P_1$  – сила тиску на плоский переріз  $AB$ , визначена за формулою (2.24);

$F = \rho \cdot a \cdot V$  – сила інерції, що діє на заштрихований об'єм рідини;

$G = \rho \cdot g \cdot V$  – вага цього об'єму рідини.

Обертання резервуару навколо вертикальної осі  $Z$  показано на рис. 2.8.

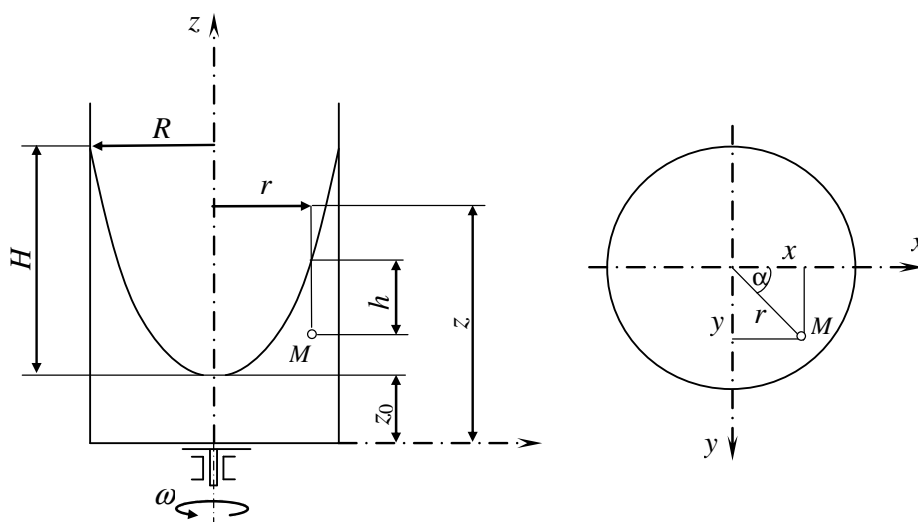


Рисунок 2.8 – До визначення відцентрової сили інерції

На будь-яку частку  $M$  рідини крім сили ваги діє також відцентрова сила інерції

$$F = m \cdot \omega^2 \cdot r, \quad (2.27)$$

яку можна розкласти на дві складові

$$F_x = m \cdot \omega^2 \cdot x, \quad F_y = m \cdot \omega^2 \cdot y, \quad (2.28)$$

де  $m$  – маса частки;

$\omega$  – кутова швидкість;

$r$  – відстань від частки до осі обертання;

$x$  та  $y$  – проекції вектора  $r$  на координатні осі, причому  $x^2 + y^2 = r^2$ .

Отже, проекції прискорення масових сил на координатні осі в розглянутому випадку рівноваги рідини рівні

$$X = \omega^2 \cdot x, \quad Y = \omega^2 \cdot y, \quad Z = -g.$$

Підставивши ці значення  $X$ ,  $Y$ , і  $Z$  в диференціальне рівняння рівноваги

$$dp = \rho \cdot (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) \quad (2.29)$$

та виконавши інтегрування, одержимо

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \rho \cdot g \cdot (z - z_0), \quad (2.30)$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні;  $z_0$  – вершина параболоїда обертання.

Поверхні рівня являють собою параболоїди обертання. Рівняння вільної поверхні рідини має вигляд

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g}. \quad (2.31)$$

П'єзометрична поверхня при  $p_0 = p_{атм}$  збігається з вільною поверхнею рідини. Якщо вільна поверхня відсутня (закритий резервуар повністю заповнений рідиною під тиском), то п'єзометрична поверхня проходить через точку рідини, у якій тиск дорівнює атмосферному (наприклад, через рівень у відритому п'єзометрі).

Якщо  $R$  – радіус резервуару, а  $\omega$  – кутова швидкість, то висота параболоїда обертання

$$H = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}. \quad (2.32)$$

Об'єм параболоїда обертання

$$V_n = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H. \quad (2.33)$$

Під час розв'язування задач по гідростатиці насамперед потрібно добре засвоїти та не змішувати такі поняття, як тиск та сила тиску.

При рішенні задач на визначення тиску в тій або іншій точці нерухомої рідини варто користуватися основним рівнянням гідростатики (2.4). Застосовуючи це рівняння, потрібно мати на увазі, що другий член у правій частині цього рівняння може бути як позитивним, так і негативним. Очевидно, що при збільшенні глибини тиск зростає, а при підйомі – зменшується.

Необхідно розрізняти тиск абсолютний, надлишковий та вакуум і обов'язково знати зв'язок між тиском і висотою, що відповідає цьому тиску (п'єзометричної висотою).

У задачах, де надано поршні або системи поршнів, варто скласти рівняння рівноваги, тобто рівність нулю суми всіх сил, що діють на поршень (систему поршнів).

У випадку з відносним спокоєм рідини в загальному випадку варто враховувати дії двох масових сил: сили ваги та сили інерції переносного руху та використовувати основну властивість поверхонь рівня, у тому числі вільної поверхні рідини. Положення вільної поверхні в резервуарі при заданій кутовій швидкості обертання визначається об'ємами рідини, що перебуває в ньому.

## 2.2. Методики розв'язування задач

Приклад 1. Визначити густину рідини, наливої в праве коліно сполучених посудин, якщо в лівому коліні – вода за температури 20 °С. Рівні рідин дорівнюють  $H_1 = 240$  мм та  $H_2 = 300$  мм.

*Розв'язок*

Проведемо по границі розділу рідин (рис. 2.9) горизонтальну площину 0-0. Так як в однорідній рідині в стані спокою будь-яка горизонтальна площина є площиною рівного тиску, то абсолютний тиск в точках 1 та 2 дорівнює:

$$p_1 = p_2.$$

Відповідно до основного рівняння гідростатики:

$$p_1 = p_{атм} + \rho_в \cdot g \cdot H_1;$$

$$p_2 = p_{атм} + \rho_p \cdot g \cdot H_2.$$

Отже:

$$p_{атм} + \rho_в \cdot g \cdot H_1 = p_{атм} + \rho_p \cdot g \cdot H_2,$$

звідки

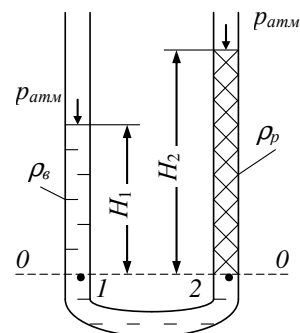
$$\rho_p = \rho_в \cdot \frac{H_1}{H_2}.$$

Густина води за температури 20 °С згідно додатку 2  $\rho_в = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>.

Отже:

$$\rho_p = \rho_в \cdot \frac{H_1}{H_2} = 998,2 \cdot \frac{0,24}{0,30} = 798,6 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 2. Визначити показання манометра  $p_m$ , встановленого у верхній точці резервуара (рис. 2.10), якщо у лівій частині резервуара знаходиться вода з температурою 20 °С, а у правій – мастило. Висота



**Рисунок 2.9 –  
До умови  
прикладу 1**

мастила в U-подібній трубці дорівнює  $H = 1,2$  м, густина мастила  $\rho_m = 880$  кг/м<sup>3</sup>, висота  $h = 200$  мм.

*Розв'язок*

Проведемо поверхню рівного тиску 0-0 через межу розділу мастила та води.

На вільну поверхню мастила діє атмосферний тиск  $p_{атм}$ .

Абсолютний тиск в точках 1 та 2 однаковий тому, що вони належать одній поверхні рівного тиску, тобто

$$p_1 = p_2.$$

Застосуємо основне рівняння гідростатики.

Абсолютний тиск у точці 1:

$$p_1 = p_{атм} + \rho_m \cdot g \cdot H.$$

Абсолютний тиск у точці 2:

$$p_2 = p_{атм} + p_m + \rho_v \cdot g \cdot (H - h),$$

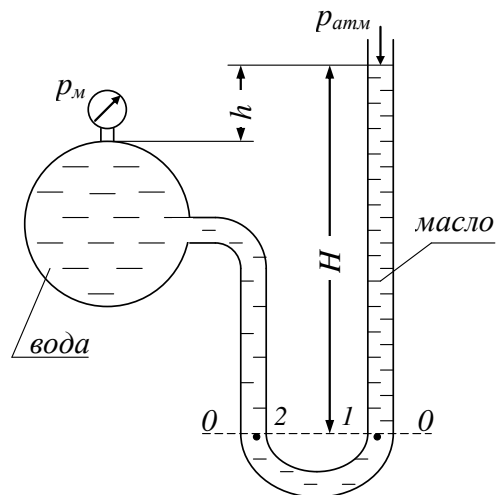
де  $p_m$  – показання манометра.

Отже 
$$p_{атм} + \rho_m \cdot g \cdot H = p_{атм} + p_m + \rho_v \cdot g \cdot (H - h).$$

Звідки 
$$p_m = \rho_m \cdot g \cdot H - \rho_v \cdot g \cdot (H - h).$$

Густина води за температури 20 °С згідно додатку 2  $\rho_v = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>.

Отже 
$$p_m = 880 \cdot 9,81 \cdot 1,2 - 998,2 \cdot 9,81 \cdot (1,2 - 0,2) = 567,0 \text{ Па}.$$



**Рисунок 2.10 – До умови прикладу 2**

Приклад 3. Визначити показання вакуумметра  $h_{вак}$  (у мм.рт.ст.), встановленого на баку з ртуттю (рис. 2.11), якщо густина мастила  $\rho_m = 850$  кг/м<sup>3</sup>, висоти:  $H = 1,5$  м;  $h = 200$  мм.

*Розв'язок*

Позначимо на рисунку характерні точки. У цьому випадку, це точки 1, 2, 3, 4 й 5. Точки 1 та 2 лежать на горизонтальній поверхні O'-O', що є поверхнею рівного тиску, тому тиски в них будуть однаковими. При цьому тиск у точці 1 дорівнює атмосферному тиску, тому що нижній резервуар відкритий в атмосферу. Отже

$$p_1 = p_2 = p_{атм}.$$

Точка 3 лежить на межі розділу двох середовищ: мастила та ртуті. Відповідно до основного рівняння гідростатики:

$$p_3 = p_2 - \rho_{рт} \cdot g \cdot h = p_{атм} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h.$$

Точки 4 та 5 лежать у горизонтальній поверхні O'-O'', проведеній через місце встановлення вакуумметра. Вона також є поверхнею рівного тиску, тому

$$p_4 = p_5.$$

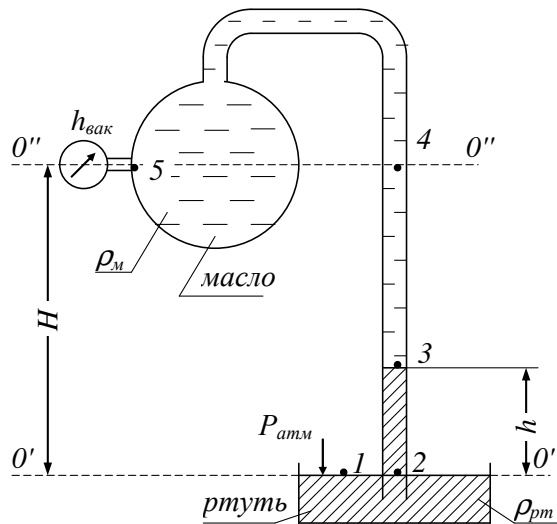


Рисунок 2.11 – До умови прикладу 3

Виходячи з тиску в точці 3, визначимо абсолютний тиск у точці 5, – місці, у якому встановлено вакуумметр:

$$p_5 = p_4 = p_3 - \rho_m \cdot g \cdot (H - h) = p_{атм} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h - \rho_m \cdot g \cdot (H - h).$$

Вакууметричний тиск у точці 5:

$$\begin{aligned} p_{вак} &= p_{атм} - p_5 = p_{атм} - [p_{атм} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h - \rho_m \cdot g \cdot (H - h)] = \\ &= \rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_m \cdot g \cdot (H - h). \end{aligned}$$

Густина ртуті згідно таблиці 1.2  $\rho_{рт} = 13600 \text{ кг/м}^3$ .

Отже з отриманого виразу

$$\begin{aligned} p_{вак} &= \rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_m \cdot g \cdot (H - h) = \\ &= 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + 850 \cdot 9,81 \cdot (1,5 - 0,2) = 37523 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Показання вакуумметра, виражене в міліметрах ртутного стовпа, одержимо, використовуючи формулу:

$$h_{вак} = \frac{p_{вак}}{\rho_{рт} \cdot g} = \frac{37523}{13600 \cdot 9,81} = 0,281 \text{ м. рт. ст.} = 281 \text{ мм.рт.ст.}$$

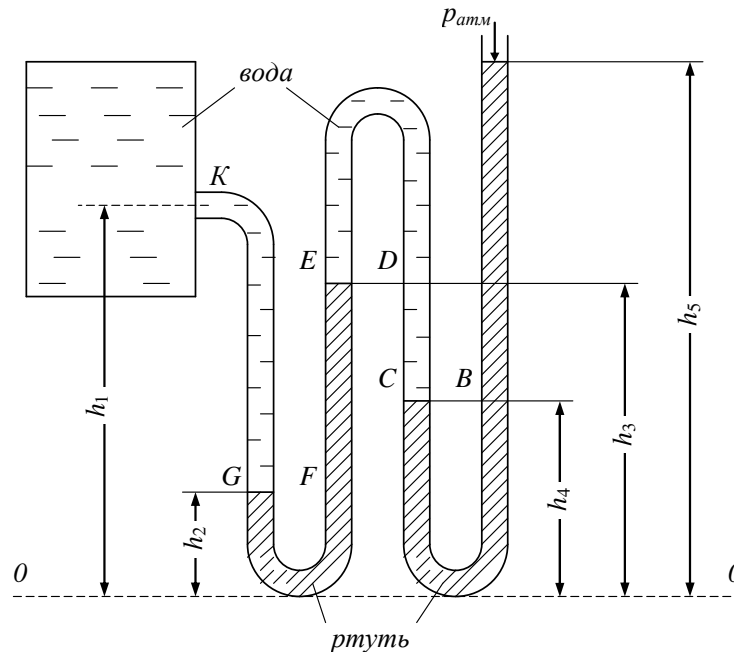
**Приклад 4.** Визначити надлишковий тиск води за температури  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , що знаходиться у закритому резервуарі, якщо показання батарейного двохрідинного манометра (друга речовина – ртуть) дорівнюють  $h_1 = 800 \text{ мм}$ ,  $h_2 = 100 \text{ мм}$ ,  $h_3 = 600 \text{ мм}$ ,  $h_4 = 200 \text{ мм}$ ,  $h_5 = 1400 \text{ мм}$  (рис. 2.12).

*Розв'язок*

Знаходимо послідовно надлишковий тиск в точках *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* та *K*, беручи до уваги той факт, що у всіх точках горизонтальної поверхні, проведеної в однорідній рідині, гідростатичний тиск однаковий:

$$\begin{aligned} p_B &= p_C = \rho_{рт} \cdot g \cdot (h_5 - h_4); \\ p_D &= p_E = p_C - \rho \cdot g \cdot (h_3 - h_4) = \rho_{рт} \cdot g \cdot (h_5 - h_4) - \rho \cdot g \cdot (h_3 - h_4); \end{aligned}$$

$$p_F = p_G = p_E + \rho_{pm} \cdot g \cdot (h_3 - h_2) = \\ = \rho_{pm} \cdot g(h_5 - h_4) - \rho \cdot g \cdot (h_3 - h_4) + \rho_{pm} \cdot g \cdot (h_3 - h_2).$$



**Рисунок 2.12 – До умови прикладу 4**

Надлишковий тиск у резервуарі

$$p_K = p_G - \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \rho_{pm} \cdot g(h_5 - h_4) - \rho \cdot g \cdot (h_3 - h_4) + \\ + \rho_{pm} \cdot g \cdot (h_3 - h_2) - \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2).$$

Винесемо за дужки  $\rho_{pm} \cdot g$  та  $\rho \cdot g$ . Отримаємо:

$$p_K = \rho_{pm} \cdot g \cdot (h_5 - h_4 + h_3 - h_2) - \rho \cdot g \cdot (h_3 - h_4 + h_1 - h_2).$$

Густина ртуті згідно таблиці 1.2  $\rho_{pm} = 13600 \text{ кг/м}^3$ . Густина води за температури  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  згідно таблиці 2.1  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$ .

Отже

$$p_K = 13600 \cdot 9,81 \cdot (1,4 - 0,2 + 0,6 - 0,1) - \\ - 998,2 \cdot 9,81 \cdot (0,6 - 0,2 + 0,8 - 0,1) = 216036 \text{ Па} = 216,0 \text{ кПа}.$$

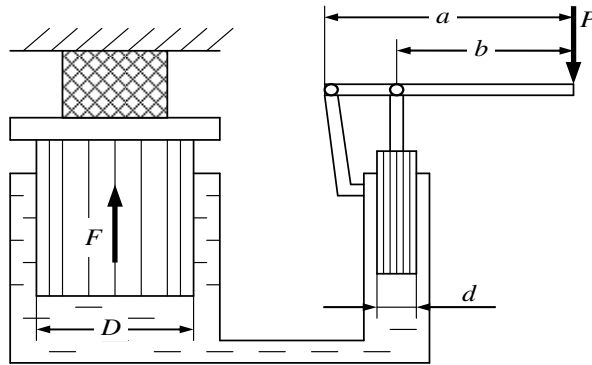
Приклад 5. Визначити зусилля  $F$  (кН), що стискає випробувальний зразок у гідравлічному пресі (рис. 2.13), якщо до рукоятки важеля прикладене зусилля  $P = 200 \text{ Н}$ . Плечі важеля  $a = 500 \text{ мм}$ ,  $b = 450 \text{ мм}$ . Діаметри поршнів дорівнюють  $D = 480 \text{ мм}$ ,  $d = 40 \text{ мм}$ .

*Розв'язок*

Відповідно до правила важеля зусилля, що передається малому поршню, може бути знайдене з виразу:

$$P_1 = P \cdot \frac{a}{a-b} = 200 \cdot \frac{0,5}{0,5-0,45} = 2000 \text{ Н}.$$





**Рисунок 2.13 – До умови прикладу 5**

Тиск рідини в малому циліндрі буде дорівнювати :

$$p = \frac{4 \cdot P_1}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 2000}{3,14 \cdot 0,04^2} = 1,59 \times 10^6 \text{ Па.}$$

Відповідно до закону Паскаля, цей тиск передається однаково в усі сторони, у тому числі й до великого поршня. Отже, нехтуючи тертям поршня, стискальне зусилля дорівнює:

$$F = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 1,59 \times 10^6 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,48^2}{4} = 288 \times 10^3 \text{ Н} = 288 \text{ кН.}$$

Приклад 6. Визначити тиск мастила  $p_1$ , що підводиться в поршневу порожнину гідроциліндра (рис. 2.14), якщо надлишковий тиск у штоковій порожнині  $p_2 = 80$  кПа, зусилля на штоку  $R = 10$  кН, сила тертя поршня об циліндр  $F = 0,4$  кН, діаметр поршня  $D = 125$  мм, діаметр штока  $d = 70$  мм.

*Розв'язок*

Шуканий тиск  $p_1$  визначають з умови рівноваги сил, що діють на поршень. Крім сили  $R$ , на поршень діють сили тиску  $P_1 = p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$  та

$$P_2 = p_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2), \text{ а також сила}$$

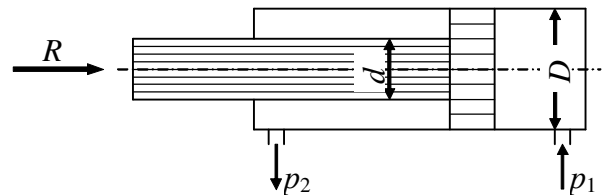
тертя  $F$ . Тоді умова рівноваги сил буде мати вигляд:

$$R + P_2 + F - P_1 = 0$$

або 
$$R + p_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) + F - p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0.$$

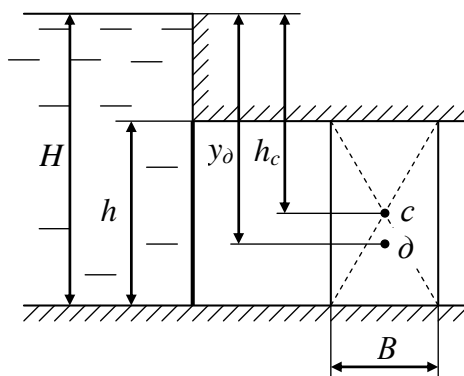
Звідси 
$$p_1 = \frac{4 \cdot R}{\pi \cdot D^2} + p_2 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right] + \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10000}{3,14 \cdot 0,125^2} + 80 \times 10^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,07}{0,125} \right)^2 \right] + \frac{4 \cdot 400}{3,14 \cdot 0,125^2} = 9,03 \times 10^5 \text{ Па.}$$



**Рисунок 2.14 – До умови прикладу 6**

Приклад 7. Визначити величину та точку дотику сили тиску води з температурою  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  на плоский щит шириною  $B = 2\text{ м}$ , висотою  $h = 3\text{ м}$ , якщо рівень води перед щитом  $H = 8\text{ м}$  (рис. 2.15).



**Рисунок 2.15** – До умови прикладу 7

*Розв'язок*

Сила гідростатичного тиску води на щит:

$$P = \rho_g \cdot g \cdot h_c \cdot S \text{ Н},$$

де  $\rho_g = 998,2\text{ кг/м}^3$  – густина води за  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;

$h_c$  – відстань по вертикалі від вільної поверхні до центра ваги щита;

$$h_c = H - \frac{h}{2} = 8 - \frac{3}{2} = 6,5\text{ м},$$

$S$  – площа поверхні щита;

$$S = B \cdot h = 2 \cdot 3 = 6\text{ м}^2.$$

$$P = \rho_g \cdot g \cdot h_c \cdot S = 998,2 \cdot 9,81 \cdot 6,5 \cdot 6 = 381901\text{ Н}.$$

Визначимо точку, до якої прикладене силу тиску (розташування центра тиску):

$$y_d = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c} = h_c + \frac{J_0}{S \cdot h_c} \text{ м},$$

де  $y_c$  – координата центра ваги. Згідно рисунку 2.14  $y_c = h_c$ .

$J_0$  – момент інерції щита щодо центральної осі,

$$J_0 = \frac{B \cdot h^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,5\text{ м}^4.$$

Таким чином розташування центра тиску

$$y_d = h_c + \frac{J_0}{S \cdot h_c} = 6,5 + \frac{4,5}{6 \cdot 6,5} = 6,615\text{ м}.$$

Приклад 8. Визначити величину та точку дотику сили тиску на кришку, що перекриває круглий отвір діаметром  $d = 500\text{ мм}$  у вертикальній перегородці закритого резервуара, якщо лівий відсік резервуара заповнений

нафтою ( $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ ), правий – повітрям. Надлишковий тиск на поверхні рідини  $p_{ман} = 15 \text{ кПа}$ , показання ртутного мановакууметра, підключеного до правого відсіку резервуара  $h = 80 \text{ мм}$ , центр отвору розташований на глибині  $H = 0,8 \text{ м}$  (рис. 2.16), атмосферний тиск  $p_{атм} = 100 \text{ кПа}$ .

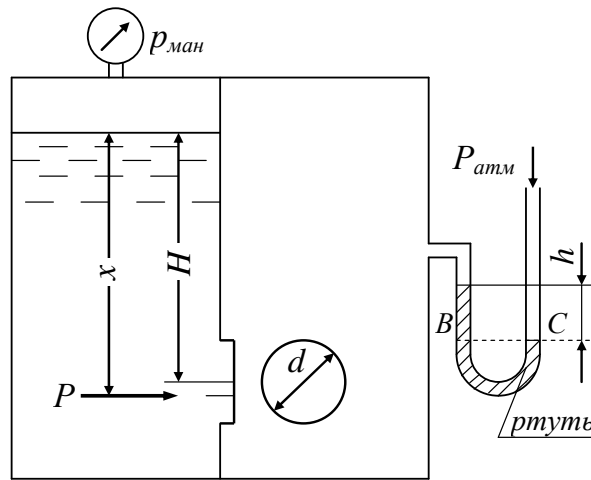


Рисунок 2.16 – До умови прикладу 8

#### Розв'язок

Знаходимо тиск повітря в правому відсіку резервуара  $p_n$ . Оскільки тиск в точках  $B$  и  $C$ , що належать горизонтальній поверхні, однаковий й дорівнює атмосферному тиску ( $100 \text{ кПа}$ ), тобто  $p_C = p_B = p_{атм}$ , то абсолютний тиск повітря в правому відсіку

$$p_n = p_{атм} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h = 100000 - 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,08 = 89300 \text{ Па.}$$

Сила тиску повітря в правому відсіку буде

$$P_n = p_n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 89300 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 17500 \text{ Н.}$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.

Абсолютний тиск повітря на поверхні рідини в лівому відсіку

$$p_l = p_{атм} + p_{ман} = 100000 + 15000 = 115000 \text{ Па.}$$

Сила тиску повітря на кришку в лівому відсіку

$$P_l = p_l \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 115000 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 22600 \text{ Н.}$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.

Сила тиску рідини на стінку

$$P_p = \rho_l \cdot g \cdot h_c \cdot S = \rho_l \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 900 \cdot 9,81 \cdot 0,8 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 1380 \text{ Н,}$$

де  $h_c$  – відстань від вільної поверхні рідини до центра ваги кришки, тобто  $h_c = H$ ;

$S$  – площа кришки,  $\text{м}^2$ .

Ця сила прикладена в центрі тиску, відстань до якого від поверхні рідини

$$y_{\partial} = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c}.$$

Згідно рисунку 2.16  $y_c = H$ .

Момент інерції круглої кришки визначається:  $J_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ .

Отже,

$$y_{\partial} = H + \frac{4 \cdot \pi \cdot d^4}{64 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot H} = H + \frac{d^2}{16 \cdot H} =$$

$$= 0,8 + \frac{0,5^2}{16 \cdot 0,8} = 0,82 \text{ м.}$$

Повна сила тиску на кришку

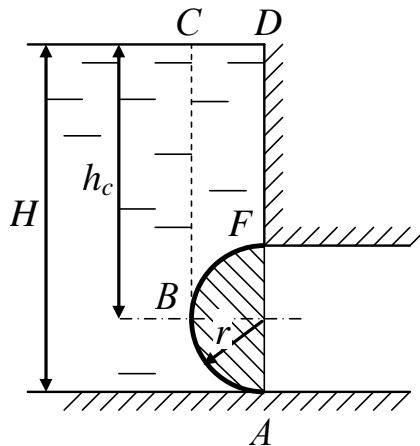
$$P = P_l + P_p - P_n = 22600 + 1380 - 17500 = 6480 \text{ Н.}$$

Відстань  $x$  результуючої сили  $P$  від поверхні рідини знайдемо, використовуючи теорему про момент рівнодіючої

$$P \cdot x = P_l \cdot H + P_p \cdot y_{\partial} - P_n \cdot H, \text{ звідки}$$

$$x = \frac{P_p \cdot y_{\partial} + (P_l - P_n) \cdot H}{P} = \frac{1380 \cdot 0,82 + (22600 - 17500) \cdot 0,8}{6480} = 0,804 \text{ м.}$$

**Приклад 9.** Визначити величину та напрямок дії сили гідростатичного тиску води з температурою  $20^{\circ}\text{C}$  на циліндричний затвор радіусом  $r = 1 \text{ м}$  і шириною  $B = 2 \text{ м}$ , розташований на глибині  $H = 6 \text{ м}$  (рис. 2.17).



**Рисунок 2.17** – До умови прикладу 9

*Розв'язок*

Сила гідростатичного тиску на циліндричний затвор:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2},$$

де  $P_x$  та  $P_z$  – горизонтальна та вертикальна складові сили гідростатичного тиску.

Горизонтальна складова:  $P_x = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_g$ , Н,

де  $\rho_g = 998,2 \text{ кг/м}^3$  – густина води за  $20^\circ\text{C}$ ;

$h_c$  – відстань по вертикалі від центра ваги вертикальної проекції циліндричного затвора до п'єзометричної поверхні;

$$h_c = H - r = 6 - 1 = 5 \text{ м,}$$

$S_g$  – площа проекції циліндричного затвора на вертикальну поверхню.

$$S_g = 2 \cdot r \cdot B = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4 \text{ м.}$$

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_g = 998,2 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 4 = 195847, \text{ Н.}$$

Вертикальна складова:  $P_z = \rho \cdot g \cdot V$ , Н,

де  $V$  – об'єм тіла тиску  $ABF$  шириною  $B$ .

$$V = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \cdot B = \frac{3,14 \cdot 1^2}{2} \cdot 2 = 3,14 \text{ м}^3.$$

$$P_z = \rho \cdot g \cdot V = 998,2 \cdot 9,81 \cdot 3,14 = 30748 \text{ Н.}$$

Отже,  $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{195847^2 + 30748^2} = 188373 \text{ Н.}$

Напрямок дії результуючої сили гідростатичного тиску визначається кутом нахилу її до горизонту:

$$\alpha = \arctg \frac{P_z}{P_x} = \arctg \frac{30748}{195847} = \arctg(0,1570) \approx 8,9^\circ.$$

Арктангенс кута можна знайти за допомогою онлайн-сервісу [11].

Приклад 10. Визначити частоту обертання циліндричного резервуару навколо вертикальної осі, при якій сила тиску води на його верхньому дніщі  $P = 6500 \text{ Н}$  (рис. 2.18). До початку обертання рівень води з температурою  $20^\circ\text{C}$  у відкритих п'єзометрах, встановлених у верхнє дніще на відстанях  $R_1 = 150 \text{ мм}$  та  $R_2 = 300 \text{ мм}$  від осі обертання циліндра, дорівнював  $h = 700 \text{ мм}$ . Радіус циліндра  $R = 450 \text{ мм}$ , діаметри п'єзометрів однакові.

*Розв'язок*

При обертанні резервуару навколо вертикальної осі п'єзометрична поверхня (поверхня рівня з тиском  $p = p_{атм} = const$ ), що представляє собою параболоїд обертання, проходить через вільні поверхні рідини у відкритих п'єзометрах:

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g},$$

де  $z_0$  – відстань вершини параболоїда від початку координат, яке обираємо на поверхні верхнього дніща.

Висоти стовпців рідини у п'єзометрах:

$$z_1 = z_0 + \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{2 \cdot g}, \quad z_2 = z_0 + \frac{\omega^2 \cdot R_2^2}{2 \cdot g}.$$

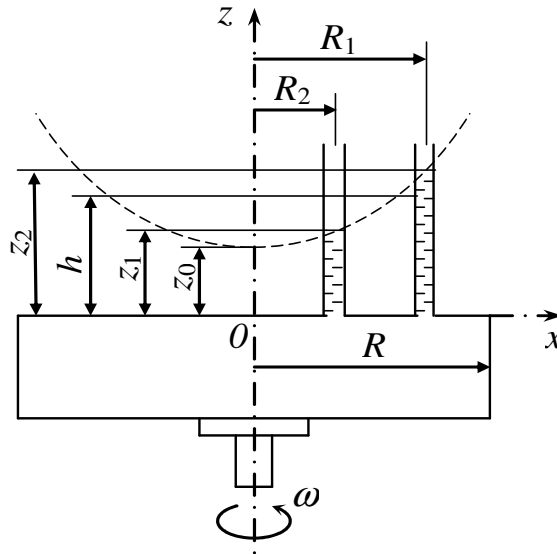


Рисунок 2.18 – До умови прикладу 10

Так як об'єм рідини в розглянутій системі постійний, то  $h = 1/2 \cdot (z_1 + z_2)$ . Підставимо складові до цього рівняння

$$h = \frac{1}{2} \cdot \left( z_0 + \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{2 \cdot g} + z_0 + \frac{\omega^2 \cdot R_2^2}{2 \cdot g} \right).$$

Звідси знаходимо вираз для координати вершини параболоїда:

$$z_0 = h - \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{4 \cdot g} - \frac{\omega^2 \cdot R_2^2}{4 \cdot g}.$$

Повний тиск у будь-якій точці рідини в обертовому циліндрі

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \rho \cdot g \cdot (z - z_0),$$

де  $p_0 = p_{атм}$  – тиск на п'езометричній поверхні;

$r$  – відстань точки від осі обертання;

$\omega$  – кутова швидкість.

Надлишковий тиск у будь-якій точці рідини

$$p_{ман} = p - p_{атм} = \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \rho \cdot g \cdot (z - z_0).$$

Оскільки для всіх точок днища  $z = 0$ , то надлишковий тиск у будь-якій його точці

$$p_{ман} = \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \rho \cdot g \cdot z_0,$$

або з урахуванням того, що  $z_0 = h - \frac{\omega^2 \cdot R_1^2}{4 \cdot g} - \frac{\omega^2 \cdot R_2^2}{4 \cdot g}$ :

$$p_{ман} = \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_1^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_2^2.$$

Сила тиску води на кришку буде дорівнювати

$$dP = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \rho_{\text{ман}} =$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \left( \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_1^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_2^2 \right),$$

а сила тиску на всю кришку

$$P = \int_0^R 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \left( \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_1^2 - \frac{\rho}{4} \cdot \omega^2 \cdot R_2^2 \right) =$$

$$= \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot R^2 + \frac{\rho}{4} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (R^2 - R_1^2 - R_2^2) \cdot \omega^2.$$

Звідси знаходимо кутову швидкість

$$\omega = 2 \cdot \sqrt{\frac{P - \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot R^2}{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (R^2 - R_1^2 - R_2^2)}} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{6500 - 998,2 \cdot 9,81 \cdot 0,7 \cdot 3,14 \cdot 0,45^2}{998,2 \cdot 3,14 \cdot 0,45^2 \cdot (0,45^2 - 0,3^2 - 0,15^2)}} = 12,3 \text{ с}^{-1}.$$

Шукана частота обертання резервуару

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 12,3}{3,14} = 117,5 \text{ хв}^{-1}.$$

### 2.3. Задачі для самостійного розв'язування

1. Визначити густину рідини, наливої в праве коліно сполучених посудин, що показані на рис. 2.9, якщо в лівому коліні – вода за температури  $t_1$ . Рівні рідин дорівнюють  $H_1$  та  $H_2$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Варіанти завдань до задачі 1

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$H_1$ , мм	200	210	220	230	260
$H_2$ , мм	250	280	290	310	320
$t_1$ , °С	10	15	25	30	35

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$H_1$ , мм	270	330	360	350	340
$H_2$ , мм	350	360	420	410	400
$t_1$ , °С	25	35	30	45	40

2. Визначити показання манометра  $p_m$ , встановленого у верхній точці резервуара (рис. 2.10). У лівій частині знаходиться вода з температурою  $t_1$ , а у правій – мастило. Висота мастила в U-подібній трубці  $H$ , густина –  $\rho_m$ , відома висота  $h$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Варіанти завдань до задачі 2

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$H, \text{ м}$	1,0	1,3	1,9	1,6	1,4
$h, \text{ мм}$	250	300	150	350	320
$t_1, \text{ }^\circ\text{C}$	15	25	30	35	25
$\rho_m, \text{ кг/м}^3$	885	895	897	896	890

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$H, \text{ м}$	1,8	2,1	2,0	1,7	1,5
$h, \text{ мм}$	340	360	370	380	400
$t_1, \text{ }^\circ\text{C}$	35	30	45	40	10
$\rho_m, \text{ кг/м}^3$	886	888	887	892	893

3. Визначити показання вакуумметра  $h_{\text{вак}}$  (у мм.рт.ст.), встановленого на баку з ртуттю (рис. 2.11), якщо густина мастила  $\rho_m$ . Відомо висоти  $H$  та  $h$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Варіанти завдань до задачі 3

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$H, \text{ м}$	1,8	2,1	2,0	1,7	1,5
$h, \text{ мм}$	340	360	370	380	400
$\rho_m, \text{ кг/м}^3$	886	888	887	892	893

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$H, \text{ м}$	1,0	1,3	1,9	1,6	1,4
$h, \text{ мм}$	250	300	150	350	320
$\rho_m, \text{ кг/м}^3$	885	895	897	896	890

4. Визначити надлишковий тиск води за температури  $t_1$ , що знаходиться у закритому резервуарі, якщо показання батарейного двохрідного манометра (друга речовина має густину  $\rho_2$ ) дорівнюють  $h_1, h_2, h_3, h_4$ , та  $h_5$  (рис. 2.12). Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.4.



Таблиця 2.4 – Варіанти завдань до задачі 4

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$t_1, ^\circ\text{C}$	25	30	35	25	35
$h_1, \text{мм}$	900	850	1000	950	920
$h_2, \text{мм}$	150	120	250	200	210
$h_3, \text{мм}$	550	270	650	350	400
$h_4, \text{мм}$	300	250	440	320	350
$h_5, \text{мм}$	1600	1500	1700	1550	1650
$\rho_2, \text{кг/м}^3$	1008	1005	1015	1018	1009

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$t_1, ^\circ\text{C}$	30	45	40	10	15
$h_1, \text{мм}$	1100	970	860	800	910
$h_2, \text{мм}$	210	190	220	130	170
$h_3, \text{мм}$	600	610	570	510	420
$h_4, \text{мм}$	330	320	400	290	340
$h_5, \text{мм}$	1750	1620	1510	1450	1420
$\rho_2, \text{кг/м}^3$	1103	1102	1007	1006	1107

5. Визначити зусилля  $F$  (кН), що стискає випробувальний зразок у гідравлічному пресі (рис. 2.13), якщо до рукоятки важеля прикладене зусилля  $P$ . Плечі важеля  $a$ ,  $b$ . Діаметри поршнів дорівнюють  $D$  та  $d$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.5.

Таблиця 2.5 – Варіанти завдань до задачі 5

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$P, \text{Н}$	100	150	400	350	300
$a, \text{мм}$	300	400	350	450	600
$b, \text{мм}$	270	360	290	410	520
$D, \text{мм}$	500	490	470	510	480
$d, \text{мм}$	35	45	65	60	70

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$P, \text{Н}$	250	450	125	175	380
$a, \text{мм}$	520	340	410	490	470
$b, \text{мм}$	500	290	370	480	440
$D, \text{мм}$	520	540	600	550	530
$d, \text{мм}$	50	37	43	55	62

6. Визначити тиск мастила  $p_1$ , що підводиться в поршневу порожнину гідроциліндра (рис. 2.14), якщо надлишковий тиск у штоковій порожнині  $p_2$ , зусилля на штоку  $R$ , сила тертя поршня об циліндр  $F$ , діаметр поршня  $D$ , діаметр штока  $d$ . Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.6.

Таблиця 2.6 – Варіанти завдань до задачі 6

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$p_2$ , кПа	120	100	90	70	105
$R$ , кН	5	7	9	12	11
$F$ , кН	0,6	0,5	0,7	0,65	0,55
$D$ , мм	100	150	200	175	125
$d$ , мм	55	80	60	75	90

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$p_2$ , кПа	95	110	115	130	125
$R$ , кН	6	12	16	15	14
$F$ , кН	0,45	0,85	0,7	0,75	0,9
$D$ , мм	120	130	135	160	155
$d$ , мм	65	85	95	81	63

7. Визначити величину та точку дотику сили тиску води з температурою  $t_1$ , на плоский щит шириною  $B$ , висотою  $h$ , якщо рівень води перед щитом дорівнює  $H$  (рис. 2.15). Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.7.

Таблиця 2.7 – Варіанти завдань до задачі 7

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$B$ , м	2,1	2,3	2,7	2,4	2,5
$h$ , м	2,5	3,0	3,3	3,5	2,8
$H$ , м	6	7,5	9,0	8,5	7
$t_1$ , °C	25	30	35	40	45

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$B$ , м	2,8	1,9	3,5	3,4	3,1
$h$ , м	3,4	2,7	4,3	3,8	4,0
$H$ , м	10,0	10,5	7,5	6,5	9,5
$t_1$ , °C	50	55	60	65	70

8. Визначити величину та точку дотику сили тиску на кришку, що перебиває отвір діаметром  $d$  у вертикальній перегородці закритого резервуара, якщо його лівий відсік заповнений рідиною густиною  $\rho_1$ , правий – повітрям. Надлишковий тиск на поверхні рідини  $p_{ман}$ , показання ртутного мановакууметра –  $h$ . Центр отвору розташований на глибині  $H$ . Атмосферний тиск  $p_{атм} = 100$  кПа (див. рис. 2.16). Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.8.

Таблиця 2.8 – Варіанти завдань до задачі 8

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$d$ , мм	300	320	360	330	310
$H$ , м	0,64	0,7	0,74	0,78	0,66
$h$ , мм	65	75	60	85	70
$p_{ман}$ , кПа	17	19	18	20	16
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	886	888	887	892	893

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$d$ , мм	340	380	400	390	370
$H$ , м	0,72	0,62	0,76	0,6	0,68
$h$ , мм	95	67	90	100	74
$p_{ман}$ , кПа	11	13	14	12	10
$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	885	895	897	896	890

9. Визначити величину та напрямок дії сили гідростатичного тиску води з температурою  $t$  на циліндричний затвор радіусом  $r$  і шириною  $B$  на глибині  $H$  (рис. 2.17). Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.9.

Таблиця 2.9 – Варіанти завдань до задачі 9

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$r$ , м	0,8	1,3	3,1	2,5	1,7
$B$ , м	1,5	2,5	4	3,5	2,3
$H$ , м	6,5	8	9,5	9	7,5
$t$ , °C	70	65	60	55	50

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$r$ , м	1,5	2,3	3	2,7	2,1
$B$ , м	3	3,5	5	4,8	3,7
$H$ , м	10,5	11	8,5	7	10
$t$ , °C	45	40	35	30	25

10. Визначити частоту обертання циліндричного резервуару навколо вертикальної осі, при якій сила тиску води на його верхньому дніщі дорівнює  $P$  (рис. 2.18). До початку обертання рівень води дорівнював  $h$ . Температура води  $t$ . Радіуси дорівнюють  $R_1$  та  $R_2$ . Радіус циліндра  $R$ , діаметри п'єзометрів однакові. Варіанти вихідних даних для розрахунків наведено в табл. 2.10.

Таблиця 2.10 – Варіанти завдань до задачі 10

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	1	2	3	4	5
$P, \text{Н}$	6100	6200	6300	5200	5300
$R_1, \text{мм}$	50	60	70	80	90
$R_2, \text{мм}$	150	170	180	190	200
$h, \text{мм}$	500	530	560	520	540
$R, \text{мм}$	230	270	300	320	410
$t, ^\circ\text{C}$	10	15	25	30	35

Вихідні дані	Варіанти завдань				
	6	7	8	9	10
$P, \text{Н}$	6400	5600	5400	5500	6000
$R_1, \text{мм}$	160	200	140	120	100
$R_2, \text{мм}$	210	320	220	240	310
$h, \text{мм}$	600	700	580	430	550
$R, \text{мм}$	450	510	310	260	320
$t, ^\circ\text{C}$	60	55	50	45	40

## 2.4. Зміст звіту

Звіт з роботи повинен містити:

1. Номер та назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Загальні відомості (стисло).
4. Розв'язок задач згідно варіанту.
5. Висновки з виконання роботи.

## 2.5. Контрольні запитання

1. Що вивчає гідростатика?
2. Що таке гідростатичний тиск?
3. Назвіть одиниці вимірювання тиску та співвідношення між ними.
4. Наведіть основне рівняння гідростатики.
5. Як визначається повний гідростатичний тиск у будь-якій точці рідини?

6. Як визначається надлишковий (манометричний) тиск?
7. Що таке вакуум, як він визначається?
8. Як визначається густина газів?
9. Наведіть схему та принцип роботи гідравлічного пресу.
10. Як визначаються сила тиску на дно та бічну стінку посудини?
11. Як визначається сила гідростатичного тиску на криволінійну поверхню?
12. Як визначити величину метацентричної висоти?
13. Наведіть рівняння вільної поверхні рідини.

### 3. ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ СИФОНУ МАРІОТТА

*Мета роботи:*

1. Вивчити загальні відомості про сифон Маріотта.
2. Вивчити будову та принцип дії лабораторної установки та методики проведення дослідження.
3. Дослідним шляхом визначити час підтримування сталого тиску в посудині.

#### 3.1. Загальні відомості

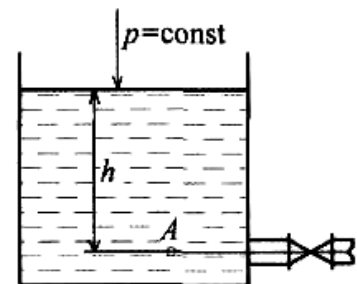
Якщо рідина буде витікати з посудини під напором, що поступово зменшується, то висота  $h$  до зануреної точки  $A$  буде весь час зменшуватися (рис. 3.1).

У деяких випадках під час проведення досліджень потрібно підтримувати тиск рідини в посудині сталим. Для цього потрібно:

- доливати в посудину таку саму кількість рідини, яка витекла, підтримуючи  $h$  величиною сталою;

- зробити таку конструкцію посудини, яка сама буде підтримувати висоту  $h$  сталою. Посудина такої конструкції має назву **сифон (посудина) Маріотта**. Це герметично закрита посудина з рідиною, під рівень якої занурена відкрита в атмосферу трубка.

Сифон Маріотта працює так (рис. 3.2). Для наповнення посудини 2 рідиною, відкривають повітряний кран  $\delta$  та вентиль на трубопроводі 1. Після заповнення посудини 2 рідиною, закривається повітряний кран  $\delta$ . На поверхні рідини в посудині і в трубці 5 тиск дорівнюватиме атмосферному.



**Рисунок 3.1 – Тиск у точці, що занурена на глибину  $h$**

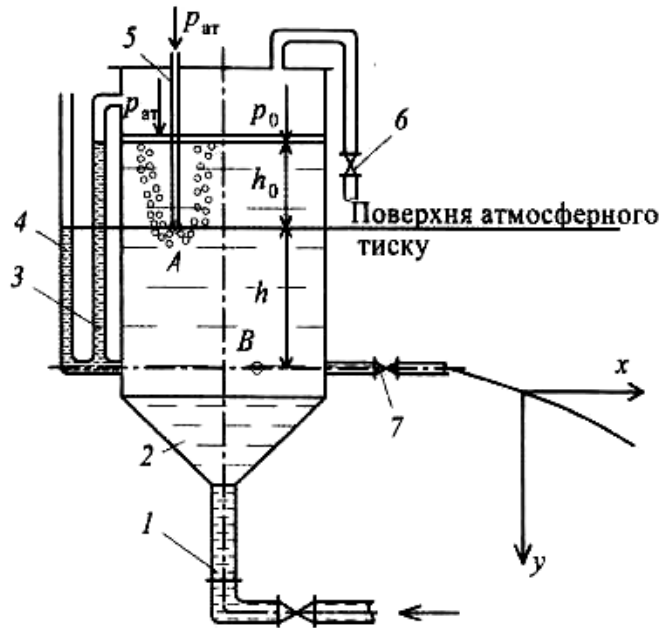


Рисунок 3.2 – Конструкція сифону Маріотта

Якщо відкрити вентиль 7, рідина почне витікати з посудини і тиск на її поверхні  $p_0$  стане меншим за атмосферний. Тим часом тиск на поверхні рідини в трубці 5 залишається атмосферним. З подальшим витіканням рідини з посудини 2 тиск на поверхні  $p_0$  буде весь час зменшуватися, а в трубці 5 залишатиметься атмосферним.

Через певний час рівень рідини в трубці дійде до нижнього зрізу трубки і в т. А тиск стане атмосферним. Проведена через т. А площина буде поверхнею атмосферного тиску (поверхня рівного тиску). Цей атмосферний тиск дорівнюватиме

$$p_{am.} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_0, \quad (3.1)$$

звідки тиск на поверхні  $p_0$  дорівнюватиме

$$p_0 = p_{am.} - \rho \cdot g \cdot h_0 = p_{вак}, \quad (3.2)$$

або

$$p_{вак} = p_{am.} - p_0. \quad (3.3)$$

З рівняння (3.2) видно, що над поверхнею рідини створюється розрідження, тому з поверхні атмосферного тиску (через трубку 5) в цю зону буде всмоктуватися повітря.

Аналізуючи рівняння (3.3), можна зробити висновок, що стовп рідини заввишки  $h_0$  не створює тиск на поверхню атмосферного тиску, тому що врівноважений розрідженням в посудині. Тоді тиск у т. В, під яким рідина витікає з посудини через вентиль 7, є тиском лише стовпа рідини заввишки  $h$

$$p_B = p_{am} + \rho \cdot g \cdot h - p_{am} = \rho \cdot g \cdot h. \quad (3.4)$$

Цей тиск залишається величиною сталою лише доти, поки існує рівень  $h_0$ . Коли рівень  $h_0$  опуститься до нижнього зрізу трубки (т. А), тобто  $h_0 = 0$ , тиск у т. В почне зменшуватися внаслідок зменшення стовпа  $h$ .

Занурюючи трубку 5 глибше в посудину, можна довше підтримувати сталий тиск у т. В, але цей тиск буде меншим. Якщо трубка буде занурена до т. В, то рідина перестане витікати з посудини ( $h = 0$ ), а тиск  $p_B$  дорівнюватиме атмосферному ( $p_B = p_{am}$ ).

Щоб довше підтримувати сталий напір  $h$ , можна збільшити висоту  $h_0$ , але не більше як до 10 м. У цьому разі вода потрапить у трубку і не дасть можливості надходити повітрю в зону розрідження (повна герметизація посудини).

### 3.2. Будова та принцип дії лабораторної установки

Лабораторна установка (рис. 3.3) складається з посудини 2, в яку подається вода через вентиль 1. Верхня частина посудини закрита кришкою, на якій змонтовано пристрій 4 з маховиком 3, за допомогою якого можна піднімати чи опускати трубку 5. У кришку також вмонтовано трубку 8 для повітря. Рівень води в посудині і тиск, під яким ця вода витікає через вентиль 9 назовні, вимірюється відповідно водомірною трубкою 6 та п'єзометром 7.

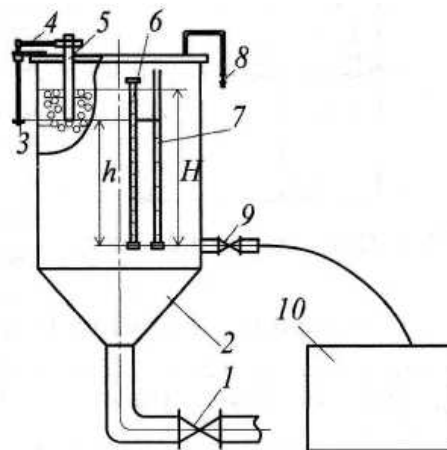


Рисунок 3.3 – Схема лабораторної установки

### 3.3. Методика проведення дослідження

1. Відкрити трубку 8 для надходження повітря та вентиль 1. Наповнити посудину водою.

2. Задати початковий та кінцевий рівні води за водомірною трубкою 6.

3. Закрити трубку 8 та відкрити вентиль 9 для зливу води. Коли почне працювати сифон Маріотта, увімкнути секундомір та записати початкові показання водомірної трубки 6 і п'єзометра 7.

4. Поки рівень води  $H$  знижується від верхньої до нижньої відмітки, через рівні проміжки часу записати показання водомірної трубки, п'єзометра і секундоміра.

5. Коли рівень води  $H$  досягне нижньої відмітки, зупинити секундомір, закрити вентиль 9 і відкрити трубку 8.

6. Розрахувати тиск в отриманих за часом точках  $p_i = \rho \cdot g \cdot H_i$ .

7. Побудувати графіки  $p_i = f(T)$  та  $p_e = f(T)$ .

8. За графіком (рис. 3.4) визначити дійсний час  $T_0$  перетинанням ліній тиску  $p_i$  та тиску водяного стовпа  $p_e$  (т. С), на який можна розраховувати тривалість досліджу.

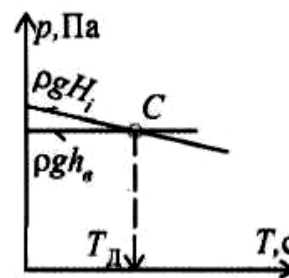


Рисунок 3.4 – Графік визначення часу

9. Результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Дослідні та розрахункові дані

Час $T$ , с	Рівень води $H_i$	Напір $h$ , м	Тиск $p_i$ , Па	Дійсний час $T_0$ , с

### 3.4. Зміст звіту

Звіт з роботи повинен містити:

1. Номер та назву роботи.
2. Мету роботи.
3. Загальні відомості (стисло).
4. Опис будови та принципу дії лабораторної установки.
5. Опис дослідження із розрахунками, графіками та заповненою таблицею.
6. Висновки з виконання роботи.

### 3.5. Контрольні запитання

1. Опишіть конструкцію та принцип дії сифону Маріотта.
2. Що покаже п'єзометр, приєднаний до посудини Маріотта, якщо трубка буде занурена нижче рівня витікання рідини?
3. Чому буде дорівнювати тиск витікання рідини зі сифону Маріотта, якщо рівень рідини над нижнім зрізом трубки буде становити 10 м або більшу за 10 м величину?
4. Що покаже п'єзометр, приєднаний до сифону Маріотта, якщо трубка занурена на рівень витікання рідини?



**ДОДАТОК 1**  
**ХАРАКТЕРИСТИКИ РОБОЧИХ РІДИН**

Рідина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Коефіцієнт об'ємного		Кінематична в'язкість, мм <sup>2</sup> /с, при температу- рі, °С		
		стиснення $\beta_p \times 10^9$ , Па <sup>-1</sup>	розширення $\beta_t \times 10^3$ , °С <sup>-1</sup>	15	20	50
Вода	1000	0,49	0,20	1,14	1,01	0,55
Ртуть	13600	0,039	0,18	-	0,114	-
Гліцерин	1260	0,25	0,49	-	1180	-
Бензин	680-780	0,92	1,255	0,93	-	0,54
Гас	790-820	0,77	0,96	2,7	2,5	1,50
Спирт етиловий	790	0,78	1,10	-	1,52	0,50
Мазут	890...940	-	-	-	2000	-
Нафта легка	884	0,78	0,60	-	25	-
Нафта важка	924	0,78	0,60	-	140	-
Мастила:						
індустріальні:						
ІГП-18	880	0,72	0,73	-	100	18
ІГП-30	885	-	-	-	170	30
ІГП-38	890	-	-	-	-	38
ІГП-49	895	0,68	-	-	400	49
АМГ-10	850	0,74	0,83	-	18	10
турбінне-57	920	0,56	0,65	-	-	55...59
веретенне АУ	880	-	-	-	50	12...14
трансформа- торне	890	-	-	-	30	9,6
турбінне 30, 34	900	-	-	-	-	28-32
Повітря	1,20	-	-	-	1490	-

**ДОДАТОК 2**  
**ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ВОДИ НА ЛІНІЇ НАСИЧЕННЯ**

Темпера- тура, t, °С	Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Питома теплоємність, $C_p$ , кДж/(кг·К)	Коефіцієнт тепло про- відності, $\lambda$ , Вт/(м·К)	Кінема- тичний коефіцієнт в'язкості, $\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	Критерій Прандтля, Pr
0	999,8	4,237	0,551	1,790	13,7
10	999,6	4,212	0,575	1,300	9,56
20	998,2	4,204	0,599	1,000	7,06
30	995,6	4,199	0,618	0,805	5,50

Температура, $t$ , °С	Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Питома теплоємність, $C_p$ , кДж/(кг·К)	Коефіцієнт теплопровідності, $\lambda$ , Вт/(м·К)	Кінематичний коефіцієнт в'язкості, $\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	Критерій Прандтля, $Pr$
40	992,2	4,199	0,634	0,659	4,30
50	988,0	4,199	0,648	0,556	3,56
60	983,2	4,204	0,659	0,479	3,00
70	977,7	4,212	0,668	0,415	2,56
80	971,8	4,216	0,674	0,366	2,23
90	965,3	4,224	0,680	0,326	1,95
100	958,3	4,229	0,683	0,295	1,75

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Механіка рідин і газів в галузі : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування» / А.О. Шевченко, В.М. Михайлов, С.В. Прасол. Харків: ДБТУ, 2024. 92 с.

2. Гідравліка та гідропневмопривід : опорний конспект лекцій для студентів, що навчаються за спеціальністю 131 «Прикладна механіка» (освітній ступінь – «бакалавр»). Видання 2-ге, доповнене і перероблене / укладачі: А.О. Шевченко, І.В. Бабкіна, О.А. Маяк, С.В. Прасол. Харків : ХДУХТ, 2020. 64 с.

3. Гідравліка, гідравлічні машини та гідропневмопривід. Ч. 1. Гідравліка і гідравлічні машини / В.Р. Кулінченко, І.В. Дубковецький, О.М. Деменюк. К. : НУХТ, 2011. 246 с.

4. Гідромеханіка в прикладах та задачах : навч. посібник / В.Г. Чебан, Ю.О. Рутковський, А.М. Зинченко, О.А. Бревнов. Алчевськ: ДонДТУ, 2010. 189 с.

5. Гідравліка та гідропневмопривід : методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів, що навчаються за напрямом підготовки 6.050502 «Інженерна механіка» у 2 ч. Ч. 1. Гідростатика та гідродинаміка / О.А. Маяк, А.О. Шевченко. Х. : ХДУХТ, 2016. 31 с.

6. Процеси і апарати харчових виробництв. У 2 ч. Ч.1. Основи курсу. Гідравлічні, гідромеханічні та механічні процеси : конспект лекцій для студентів, що навчаються за спеціальністю 181 «Харчові технології» (освітній ступінь – «бакалавр») / О.І. Черевко [та ін.]. Харків : ХДУХТ, 2020. С. 20–37.

7. Процеси і апарати харчових виробництв : підручник. 2-ге вид., доп. та випр. / О.І. Черевко, А.М. Поперечний. Х. : Світ Книг, 2014. С. 42–86.

8. Механіка рідин та газів в галузі (спец. 131 «Прикладна механіка») [Електронний ресурс] : Портал дистанційного навчання Державного біотехнологічного університету. URL :

<http://moodle.btu.kharkiv.ua/course/view.php?id=2426>.

9. Механіка рідин і газів в галузі (спец. 133 «Галузеве машинобудування») [Електронний ресурс] : Портал дистанційного навчання Державного біотехнологічного університету. URL :

<http://moodle.btu.kharkiv.ua/course/view.php?id=2327>.

10. Покрокові калькулятори – MathDF. [Електронний ресурс] : Калькулятор рівнянь, нерівностей та систем онлайн. URL:

<https://mathdf.com/equ/uk>

11. Фінансовий калькулятор. [Електронний ресурс] : Обернений тригонометричний калькулятор. URL :

<https://fin-calc.org.ua/ua/calculator/trigonometric/inverse>

Навчальне електронне видання комбінованого використання  
Можна використовувати в локальному та мережному режимах

## МЕХАНІКА РІДИН ТА ГАЗІВ В ГАЛУЗІ

### Частина 1. ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН. ГІДРОСТАТИКА КРАПЛИННИХ РІДИН

Методичні вказівки  
до практичних та лабораторних робіт

Укладачі:

**МИХАЙЛОВ** Валерій Михайлович  
**ШЕВЧЕНКО** Андрій Олександрович  
**ПРАСОЛ** Світлана Володимирівна

---

Підп. до друку 30.04.2024 р. Один електронний оптичний диск (CD-ROM);  
супровідна документація. Об'єм даних 626 Кб. Тираж 10 прим.

---

Державний біотехнологічний університет  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44