УДК 004.38

# ПАРАМЕТРИЗАЦІЯ ТА АПРОКСИМАЦІЯ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РУХУ В 3D-МОДЕЛЮВАННІ

Городенчук О. В., e-mail: sorokin.ekt@gmail.com
Науковий керівник к.т.н., доц. Сорокін М. С.
Державний біотехнологічний університет

Обертання об'єкта в тривимірному просторі (та й взагалі будь-якого руху об'єкта) математично є типовим прикладом структури, званої «групою». Груповою операцією тут є «комбінування», коли спочатку застосовується один рух, а потім інший до кожного елемента тривимірної моделі. Ця комбінація є рухом. Для будь-якого руху можна знайти зворотний рух, що дозволяє повернути все так, як було.

З практичної точки зору, стосовно до геометрії, існування групи часто вказує на існування якоїсь «особливості» даного руху, яка зберігається всередині групи. Наприклад, якщо ми переміщуємо об'єкт кудись з чистим обертанням, то ми можемо повернути його назад і за допомогою чистого обертання. Група рухів евклідового простору зберігає відстані між точками об'єкта, що переміщується. Група симетрії куба складається з 48 рухів, які перетворюють куб в сам куб себе.

Існує декілька основних методів повороту тривимірних моделей у просторі. Найбільш популярними слід виділити 4 способи, які набули широкого поширення: матриця обертання 3х3; Визначте обертання за допомогою кутів Ейлера, кватерніонів, вісі обертання та кута. Однак ще існує один метод який використовується досить рідко однак він зручний тим, ще зручно для параметризації, дозволяє ефективно будувати поліноміальні наближення цих параметризацій, здійснювати сферичну інтерполяцію, а головне, є універсальним - працює для будь-якого типу руху з мінімальними змінами.

Припустимо, ми хочемо знайти ротаційну матрицю, яка буде найкращим чином задовольняти певній вимогі. Скажімо, у нас є дві площини однієї поверхні, і ми хочемо склеїти їх між собою, тому ми знаходимо матрицю обертання, яка найкраще вирівнює першу площину із другою. Для того, щоб знайти таку матрицю, ми спочатку повинні якось параметризувати простір цих матриць. Це можна зробити, наприклад, за допомогою кутів Ейлера, але коли ми підставляємо отриману матрицю зв'язкою синусів і косинусів, то буде незрозуміло, як вирішити результуючу задачу оптимізації. Замість цього ми можемо спробувати використовувати елементи самої матриці руху в якості параметрів для оптимізації; У цьому випадку ви отримаєте набагато простішу оптимізаційну, але немає гарантії, що розрахована таким чином матриця афінного перетворення буде обертанням.

Для вирішення такої задачі можна використовувати наступний підхід. Спочатку провести параметризацію на основі елементів алгебри Лі, що надасть нам звичайний лінійний простір, а потім використати експоненту, щоб повернутися до необхідній нам площині.

Використання таких наближень дозволяє спростити оптимізаційну задачу, наприклад, звести її до квадратичної, і в той же час не вимагає сумнівного переходу до рішення задачі для афінних матриць і подальшої проекції результату на шукану групу. Єдиним його обмеженням є вимога до малості матриці, але зазвичай його легко обійти. Досить параметризувати не «матрицю положення об'єкта» безпосередньо, а «матрицю руху, що підлягає застосуванню до об'єкта». За умови, що об'єкт спочатку більш-менш стоїть десь у потрібному місці, необхідна матриця «прогресу» у всьому класі задач виявляється досить маленькою. Наприклад, такий підхід добре працює в ітеративних алгоритмах, тому що крок переміщення об'єктів в кожній наступній ітерації в них має тенденцію до швидкого зменшення.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. David H. Eberly. Geometric tools for computer graphics. https://www.gamedeveloper.com/latest-news