

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ЧИСЕЛ КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЯ

**Подригало М.А., Коряк А.А.**

*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет*

*Закон распределения используемых передаточных чисел коробки передач в процессе эксплуатации определяет нагрузочные режимы и надежность автомобиля. С увеличением числа ступеней переключения передач и в связи со все более частым появлением автомобилей с бесступенчатыми трансмиссиями, решение указанной задачи является актуальной.*

*В настоящей статье, на основе известных статистических данных по распределению пробега автомобиля на различных передачах предложен вероятностный закон распределения передаточных чисел коробки передач.*

### Анализ последних достижений и публикаций

Результаты исследований распределения пробега автомобилей по передачам приведены в работах [1, 2]. (см. таблицы 1, 2). В указанных исследованиях рассмотрены коробки передач, имеющие 3, 4 и 5 передач (для легковых автомобилей) и от 4 до 10 передач (для грузовых автомобилей). Анализ данных, приведенных в таблицах 1, 2 показывает, что с увеличением числа передач коробки доля работы автомобиля на высшей передаче приближается у легковых автомобилей к 75%, а у грузовых – к 50%. Исключение составляют автомобили-самосвалы, у которых эта величина составляет 41%.

Таблица 1

**Примерное распределение пробега автомобилей по передачам в % [1]**

Передача	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	З.Х.
Легковые автомобили	1	4	20	75							0,3
	1	3	6	15	75						0,3
Грузовые автомобили и автобусы	1	3	14	82							0,5
	0,6	1,8	7,6	20	70						0,5
	0,5	1,5	5	10	23	60					0,5
	0,4	0,8	1,2	2,6	6	14	25	50			0,5
	0,3	0,5	1,0	1,8	4,4	8	12	18	54		0,5
То же с делителем	0,2	0,4	0,8	1,2	2,4	5	8	12	20	50	0,5
Автомобили-самосвалы	4	11	18	26	41						2,5
	3	6	11	16	23	41					2,5

Таблица 2

## Распределение пробега на передачах в % [2]

Автомобиль		Передачи											
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Легковые автомобили	$\frac{M_{e \max}}{m_a} < 80 \frac{H \cdot M}{T}$	2	10	88									
		2	6	22	70								
	$\frac{M_{e \max}}{m_a} \geq 80 \frac{H \cdot M}{T}$	1	4	20	75								
		1	3	6	15	75							
Грузовые автомобили	$\frac{N_e}{m_a} > 11 \frac{\text{кВт}}{T}$	1	3	14	82								
		0,5	1,5 (2)	7 (0,5)	20 (54)	71 (45)							
		0,6	1,8	7,6	20 (60)	70 (30)							
		0,5	1,5	5 (1,5)	10	23 (50)	60 (23)						
		0,3	0,7	1,2	2,4	5,4	12	25	54				
	$\frac{N_e}{m_a} < 7,4 \frac{\text{кВт}}{T}$	0,7	2	8,3	24 (60)	65 (29)							
		0,6	1,8	5,6	12	23 (50)	57 (30)						
		0,4	0,8	1,2	2,6	6	14	25 (45)	50 (30)				
		0,3	0,5	1	1,8	4,4	8	12	18 (47)	54 (25)			
		0,2	0,4	0,8	1,2	2,4	5	8	12	20 (45)	50 (25)		
Самосвалы	4	15	31	50									
	4	11	18	26	41								
	4	11	18	41	26								
	3	6	11	16	23	41							
	3	6	11	16	38	26							

Примечания: 1. В скобках приведены данные для случая использования повышающей передачи (делителя).

2. Пробег на передачах заднего хода составляет: 0,3% – для легковых автомобилей; 0,5% – для грузовых; 2,5% – для автомобилей-самосвалов.

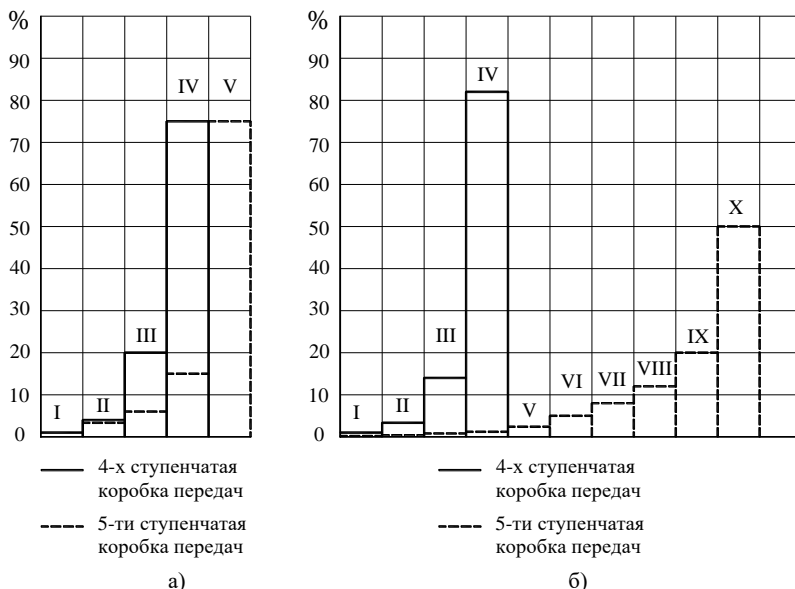
В работе [3] получены данные по распределению времени работы автомобиля на различных передачах, которые составляют на V – ой передаче:

- 67% – для одиночных грузовых автомобилей;
- 27,5% – для грузового автомобиля с одним прицепом;
- 17,3% – для грузового автомобиля с двумя прицепами.

На IV – ой передаче распределение времени работы для указанных машин составляет соответственно: 24,7%, 43,7%, 30%. На третьей передаче – 8,1%, 18,9%, 26,8%.

Анализ известных исследований [1, 2] показывает (см. таблицы 1, 2), что увеличение числа передач приводит к изменению распределения доли работы по каждой из них. Это может быть проиллюстрировано гистограммами, представленными на рис. 1. Анализ

показывает, что с увеличением числа передач в коробке доля пробега автомобиля на высшей передаче снижается, приближаясь к 50%. При бесконечно большом числе передач (бесступенчатая коробка передач) указанная доля работы достигает своего минимального значения.



**Рис.1. Диаграммы распределения пробега автомобилей по передачам [1]: а – легковые автомобили; б – грузовые автомобили**

Приведенный анализ состояния вопроса показывает, что при различном числе передач в коробке изменяется распределение доли работы на каждой из них, что создает трудности при оценке нагрузочных режимов автомобиля. Для их прогнозирования необходимо обосновать вероятностные законы распределения работы трансмиссии на различных передачах.

**Цель и постановка задач исследования**

Целью исследования является получение вероятностной модели работы автомобиля на передачах с различными передаточными числами.

Для достижения поставленной цели необходимо решить задачу определения закона распределения реализаций используемых передаточных чисел в коробке передач в процессе эксплуатации автомобиля.

**Изложение основного материала**

Анализ гистограмм, приведенных на рис. 1, показывает, что при переходе от низших передач к высшим происходит последовательное увеличение доли пробега автомобиля на каждой из передач по закону, напоминающему гиперболический. Поскольку между номером передачи и передаточным числом коробки существует определенная взаимосвязь (передаточные числа в коробке подчиняются закону геометрической прогрессии) ...

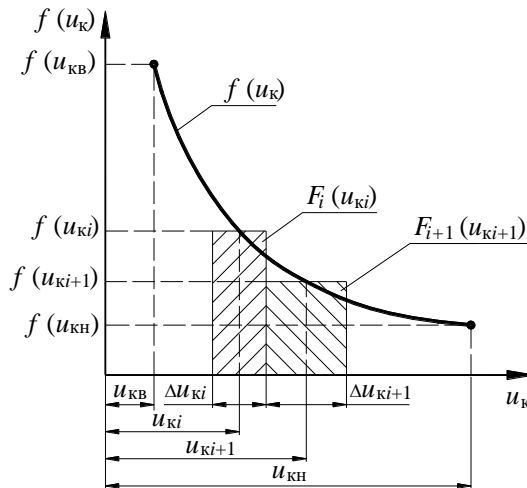
гистограммы, приведенные на рис. 1 можно представить в виде графиков (рис. 2). По оси абсцисс будет отложено значение передаточного числа коробки передач ( $u_k$ ), а по оси ординат – плотность распределения пробега автомобиля при конкретном значении передаточного числа коробки.

Примем гипотезу, что плотность вероятности пробега автомобиля по значениям передаточных чисел подчиняется гиперболическому закону

$$f(u_k) = \frac{A}{u_k}, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  – коэффициенты регрессии.

Предположим, что закон (1), реализуемый в бесступенчатой трансмиссии, в ступенчатой передаче может аппроксимироваться ступенчато изменяемой зависимостью (рис. 2).



**Рис.2.** Плотность распределения относительного пробега автомобиля в зависимости от величины передаточного числа коробки передач

Доля пробега автомобиля при  $i$ -ом значении передаточного числа коробки (см. рис. 2)

$$F(u_{ki}) = f(u_{ki}) \Delta u_{ki} \quad (2)$$

где  $\Delta u_{ki}$  – разность значений передаточных чисел смежных передач.

$$\Delta u_{ki} = u_{ki+1} - u_{ki} = u_{ki}(q - 1) \quad (3)$$

где  $q$  – знаменатель геометрической прогрессии изменения передаточных чисел коробки передач,

$$q = u_{ki+1} / u_{ki} \quad (4)$$

Нужно иметь ввиду, что величина  $\Delta u_{ki}$  увеличивается с ростом  $u_{ki}$ .

Обозначим  $j$  – порядковый номер передачи. Тогда величина передаточного числа на  $j$ -ой передаче

$$u_{kj} = u_{KB} q^{n-j} \quad (5)$$

где  $u_{\text{кв}}$  – передаточное число коробки на высшей передаче;  
 $n$  – число передач в коробке.

Разность значений передаточных чисел смежных передач

$$\Delta u_{kj} = u_{\text{кв}} q^{n-j} (q-1) \quad (6)$$

Очевидно, что для всех передач

$$\sum_{j=1}^n F(u_{kj}) = \sum_{j=1}^n f(u_{kj}) \Delta u_{kj} = u_{\text{кв}} (q-1) \sum_{j=1}^n f(u_{kj}) q^{n-j} = 1 \quad (7)$$

Из выражения (7) определим

$$\sum_{j=1}^n f(u_{kj}) q^{n-j} = \frac{1}{u_{\text{кв}} (q-1)} \quad (8)$$

Условие (8) является необходимым для корректного получения закона плотности распределения пробега автомобиля при различных значениях передаточного числа в коробке.

При  $u_{kj} = u_{\text{кв}} = 1$  выражение (1) примет вид

$$f(u_{\text{кв}}) = A \quad (9)$$

Из уравнения (2) определим для  $u_{kj} = u_{\text{кв}}$

$$f(u_{\text{кв}}) = \frac{F(u_{\text{кв}})}{\Delta u_{\text{кв}}} \quad (10)$$

При этом

$$\Delta u_{\text{кв}} = u_{\text{кв}} (q-1) \quad (11)$$

Выражение (10) с учетом (11) примет вид

$$f(u_{\text{кв}}) = \frac{F(u_{\text{кв}})}{u_{\text{кв}} (q-1)} \quad (12)$$

а при  $u_{\text{кв}} = 1$

$$f(u_{\text{кв}}) = \frac{F(u_{\text{кв}})}{(q-1)} \quad (13)$$

Определим коэффициенты  $A$  и  $B$  принятого закона (1) на примере грузового автомобиля с десятиступенчатой коробкой передач при  $u_{\text{кв}} = 1$ ,  $q = 1,23$  и долей пробега на высшей передаче  $F(u_{\text{кв}}) = 0,5$ .

С использованием уравнений (9), (10) и (11) определим

$$A = f(u_{\text{кв}}) = \frac{0,5}{0,23} = 2,174 \quad (14)$$

Коэффициент  $B$  находим, обеспечив выполнение условия (7). С учетом (1) и (14) получим

$$u_{\text{кв}} (q-1) \sum_{j=1}^n f(u_{kj}) q^{n-j} = 2,174 u_{\text{кв}} (q-1) \sum_{j=1}^n \frac{q^{n-j}}{(u_{\text{кв}} q^{n-j})^B} = 1 \quad (15)$$

После численного решения находим:  $B = 4,343$ .

Таким образом, для рассматриваемого случая, плотность распределения пробега автомобиля на различных передачах может быть определена по следующей формуле:

$$f(u_{kj}) = \frac{2,174}{u_{kj}^{4,343}} \quad (16)$$

В таблице 3 приведены результаты расчета доли пробега автомобиля на различных передачах. Приведено сравнения с данными таблицы 2.

Таблица 3

Расчет параметров  $F(u_{kj})$  для рассматриваемого автомобиля с  $u_{кв}=1$ ;  $F(u_{кв}) = 0,5$ ;  $q = 1,23$  и  $n = 10$ .

Передача	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$u_{kj}$	6,444	5,239	4,259	3,463	2,815	2,289	1,861	1,513	1,230	1,000
$\Delta u_{kj}$	1,482	1,205	0,980	0,796	0,647	0,526	0,428	0,348	0,283	0,230
$f(u_{kj})$	0,0007	0,0016	0,0040	0,0099	0,0242	0,0596	0,1465	0,3600	0,8847	2,174
$F(u_{kj})$	0,001	0,002	0,004	0,008	0,016	0,031	0,063	0,125	0,250	0,500
По данным таблицы 2	0,002	0,004	0,008	0,012	0,024	0,050	0,080	0,120	0,200	0,500

Произведем оценку доли времени работы автомобиля на различных передачах. Пусть  $\Phi(u_{kj})$  – доля времени работы автомобиля на  $j$ -ой передаче. Тогда для  $j$ -ой передачи справедливо выражение

$$s \cdot F(u_{kj}) = V_{срj} t \cdot \Phi(u_{kj}) \quad (17)$$

где  $s$  – общий пробег автомобиля;

$t$  – время эксплуатации автомобиля;

$V_{срj}$  – средняя скорость автомобиля на  $j$ -ой передаче.

Из (17) получим

$$\Phi(u_{kj}) = \frac{s}{t \cdot V_{срj}} F(u_{kj}) = \frac{V_{ср} u_{kj}}{V_{срв}} F(u_{kj}) \quad (18)$$

где  $V_{ср} = s/t$  – некоторая средняя скорость автомобиля во время эксплуатации;  
 $V_{срв}$  – средняя скорость автомобиля на высшей передаче.

Очевидно, что должно выполняться условие

$$\sum_{j=1}^n \Phi(u_{kj}) = \frac{V_{ср}}{V_{срв}} \sum_{j=1}^n u_{kj} F(u_{kj}) = 1 \quad (19)$$

Отсюда

$$\frac{V_{ср}}{V_{срв}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n u_{kj} F(u_{kj})} = k \quad (20)$$

Определим коэффициент  $k$ , основываясь на статистических данных таблиц 1 и 2. В результате расчетов получим для рассматриваемого грузового автомобиля  $k = 0,731$ . Следовательно, выражение (18) примет вид

$$\Phi(u_{kj}) = 0,731 \cdot u_{kj} F(u_{kj}) \quad (21)$$

На рис. 3 представлены диаграммы распределения времени работы и пробега рассматриваемого автомобиля на различных передачах.

Пусть плотность распределения работы автомобиля на различных передачах описывается некоторой функцией  $\varphi(u_k)$ . Тогда доля работы автомобиля на  $j$ -ой передаче

$$\Phi(u_{kj}) = \varphi(u_{kj}) \Delta u_{kj} \quad (22)$$

Отсюда, плотность распределения времени работы автомобиля на различных передачах

$$\varphi(u_{kj}) = \frac{\Phi(u_{kj})}{\Delta u_{kj}} \quad (23)$$

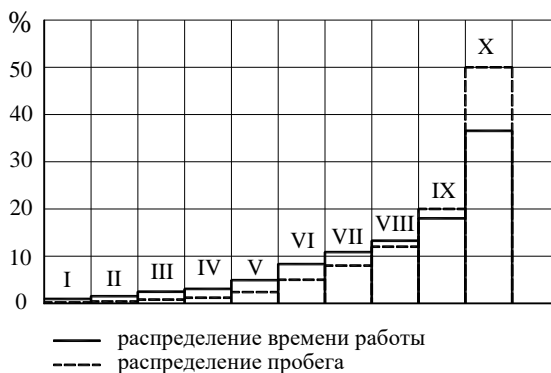


Рис.3. Диаграммы распределения времени работы и пробега рассматриваемого автомобиля

Предположим, что плотность вероятности времени работы автомобиля по значениям передаточных чисел также подчиняется некоторому гиперболическому закону, подобному закону (1)

$$\varphi(u_k) = \frac{\alpha}{u_k^\beta} \quad (24)$$

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  определим, используя ту же методику, которая применялась для определения коэффициентов  $A$  и  $B$  закона (1). В результате, для рассматриваемого грузового автомобиля значения коэффициентов:  $\alpha=1,589$ ,  $\beta=3,16$ , а функция плотности распределения времени работы автомобиля на различных передачах может быть представлена формулой:

$$\varphi(u_{kj}) = \frac{1,589}{u_{kj}^{3,16}} \quad (25)$$

В таблице 4 приведены результаты расчета доли работы автомобиля на различных передачах.

Анализ результатов расчетов, приведенных в таблицах 3 и 4, показывает, что предложенная математическая модель позволяет с достаточной для практических результатов точностью осуществлять оценку распределения пробега и времени работы автомобиля на различных передачах.

Рассчет параметров  $\Phi(u_{kj})$  для рассматриваемого автомобиля с  $u_{\text{кн}}=1$ ;  $q = 1,23$  и  $n = 10$ .

Передача	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$u_{kj}$	6,444	5,239	4,259	3,463	2,815	2,289	1,861	1,513	1,230	1,000
$\Delta u_{kj}$	1,482	1,205	0,980	0,796	0,647	0,526	0,428	0,348	0,283	0,230
$\varphi(u_{kj})$	0,0064	0,0127	0,0254	0,0381	0,0763	0,1589	0,2543	0,3814	0,6357	1,5892
$\Phi(u_{kj})$	0,0094	0,0153	0,0249	0,0304	0,0494	0,0837	0,1088	0,1327	0,1798	0,3655
$\varphi(u_{kj})^*$	0,0044	0,0085	0,0163	0,0314	0,0603	0,1161	0,2233	0,4295	0,8261	1,5890
$\Phi(u_{kj})^*$	0,0065	0,0102	0,0160	0,0250	0,0391	0,0611	0,0956	0,1494	0,2337	0,3655

Примечание: Значения  $\varphi(u_{kj})$  и  $\Phi(u_{kj})$  были получены с помощью выражений (23) и (21) соответственно, а значения  $\varphi(u_{kj})^*$  и  $\Phi(u_{kj})^*$  определялись с использованием аппроксимирующего закона (25).

### Выводы

1. В результате проведенного исследования определены плотности распределения пробега и времени работы автомобилей с различным передаточным числом в коробке передач.
2. Полученная модель может использоваться как при проектировании новых автомобилей, так и при оценке режимов нагружения машин, находящихся в эксплуатации.

### Список використаних джерел

1. Осеичугов В. В. Автомобиль. Анализ конструкций, элементы расчета. Учебник /В. В. Осеичугов, А. К. Фрумкин. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
2. Проектирование трансмиссий автомобилей: Справочник / Под общ. ред. А. И. Гришкевича. – М.: Машиностроение, 1984. – 272 с.
3. Нефедов А.Ф. Расчет режимов движения автомобилей на вычислительных машинах / А.Ф. Нефедов. – К.: Техніка, 1970. – 172 с.

### Анотація

## МОДЕЛЮВАННЯ ІМОВІРНІСНИХ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ПЕРЕДАТОЧНИХ ЧИСЕЛ КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ АВТОМОБІЛЯ

Подригало М. А., Коряк А. А.

*Закон розподілу використуваних передавальних чисел коробки передач в процесі експлуатації визначає навантажувальні режими і надійність автомобіля. Зі збільшенням числа ступенів перемикання передач і в зв'язку з усе більш частим появою автомобілів з безступінчастими трансмісіями, рішення зазначеного завдання є актуальною.*

*У цій статті, на основі відомих статистичних даних щодо розподілу пробігу автомобіля на різних передачах запропонований імовірнісний закон розподілу передавальних чисел коробки передач.*



## **Abstract**

### **MODELING THE PROBABILITY LAW OF THE DISTRIBUTION OF USED TRANSMISSION NUMBERS OF THE TRANSMISSION WHEN USING THE VEHICLE**

**M. Podrigalo, A. Koryak**

*The law of distribution of gear ratios used during operation determines the load conditions and the reliability of the car. With the increase in the number of gearshift stages and in connection with the increasingly frequent appearance of cars with continuously variable transmissions, the solution of this problem is relevant.*

*In this article, on the basis of well-known statistics on the distribution of vehicle mileage in various gears, a probabilistic distribution of gear ratios is proposed.*