УДК 681.04

МЕТОД РЕАЛІЗАЦІЇ АРИФМЕТИЧНИХ ОПЕРАЦІЙ У СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

Кошман С. О.

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Пера Василенка

Запропоновано метод реалізації арифметичних операцій з від'ємними числами, які враховують особливості непозиційної системи числення у залишкових класів. Даний метод може бути застосовуваний у системах обробки інформації реально часу для розширення функціональних можливосте таких систем.

Постановка проблеми. Розвиток сучасної енергетики неможливий без впровадження нових та модернізації вже існуючих систем обробки цифрової інформації реального часу. Проте забезпечення необхідного рівня надійності та підвищення продуктивності таких систем завжди були головними питаннями при їх розробці та експлуатації.

Застосування системи залишкових класів (СЗК) як система числення для систем обробки інформації (СОІ) з метою підвищення продуктивності і забезпечення високого рівня надійності не викликає сумніву. Це обумовлено, перш за все, властивостями СЗК, такими як незалежність, рівноправність та малорозрядність залишків. Так наприклад, малорозрядність залишків дає можливість підвищити продуктивність СОІ за рахунок використання табличної арифметики, при якій арифметичні операції виконуються в один такт [1]. До того ж СЗК володіє надлишковістю, що підвищує надійність СОІ без застосування поширених у позиційній системі числення методів резервування.

Описані в роботах [2-4] СОІ функціонують у додатному діапазоні. При цьому результат операції складання для операндів *A* і *B*, які представлені у СЗК залишками a_i і b_i за модулями m_i при $i = 1, 2, ..., n$ визначається як:

$$c_i = a_i + b_i - \left[\frac{a_i + b_i}{m_i}\right] m_i \qquad (1)$$

Проте введення від'ємного діапазону при обробці інформації значно розширює можливості обчислювального пристрою тим самим даючи змогу виконувати як основні так і допоміжні функції, які необхідні при тестуванні, діагностиці, контролі та ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як відомо у СОІ, які працюють у позиційній системі числення, що представлена двійковими, шістнадцятиричними та ін. кодами, арифметичні операції над від'ємними числами проводяться шляхом представлення операндів зворотним (при якому *n* - розрядний двійковий код додатного цілого числа складається з однорозрядного коду знаку (двійкової цифри 0), за яким слідує $n-1$ - розрядне двійкове представлення модуля числа (при чому зворотний код додатного числа збігається з прямим кодом)), або додатковим (при якому від'ємне число можна отримати інвертуванням модуля двійкового числа (перше доповнення) і додаванням до інверсії одиниці (друге доповнення)) кодами. При цьому можна однозначно визначити результат і знак результату [5].

Але оскільки у СЗК число A представляється у вигляді набора залишків $(a_1, a_2, ..., a_n)$, які отримуються діленням даного числа на набор модулів $(m_1, m_2, ..., m_n)$, то введення від'ємних чисел при виконанні арифметичних операцій додавання та віднімання у явному вигляді представляється не можливим.

Виходячи з правил виконання арифметичних операцій у СЗК для операндів *A* і *B*, представлених у СЗК залишками a_i і b_i за модулями m_i результат операції віднімання $C = A - B$ можна представити залишками c_i за тими ж самими модулями m_i тобто

$$C = A - B = ((a_1 - b_1), (a_2 - b_2), ..., (a_n - b_n)) = \\ = (c_1, c_2, ..., c_n),$$

при цьому мають місце співвідношення: $A < M$, $B < M$ та $0 \le A - B < M$, де $M = \prod_{i=1}^{n} m_i$ – об'єм діапазону чисел, які зображуються.

Аналогічно виразу (1) запишемо вираз (2) для виконання арифметичної операції віднімання

$$c_i = a_i - b_i - \left[\frac{a_i + b_i}{m_i}\right] m_i \quad \text{або} \\ c_i \equiv a_i - b_i (\operatorname{mod} p_i). \qquad (2)$$

З виразу (2) виходить, що при виконанні операції віднімання у випадку, якщо результат виявиться додатним, відбувається віднімання відповідних цифр розрядів, причому, завжди в результаті приводиться найменший додатний залишок, як це витікає з визначення СЗК. Але, якщо, різниця цифр виявилася від'ємною, то береться її доповнення до модуля ($m_i + (-c_i)$). При цьому після виконання операції у СЗК, знак результату ніяк в ньому не позначається, тобто знаки компонент при виконанні операції не обробляються і, отже, не утворюється і знак результату.

Мета статті. Проаналізувати метод введення від'ємних чисел у СЗК, а також розглянути варіанти його застосування при виконанні арифметичних операцій.

Основні матеріали дослідження. Пропонується можливість ввести знак при представленні від'ємних чисел у СЗК та описати методи виконання арифметичних операцій складання та віднімання над такими числами, які забезпечують отримання не тільки величини результату, але і його знаку. Розглянемо два можливих варіанти введення від'ємних чисел.

1. Перший варіант застосування методу. Нехай один з модулів системи дорівнює $m_1 = 2$.

В цьому випадку слід ввести величину об'єму чисел які зображуються:

$$P = \frac{M}{m_1} = \frac{1}{2}M \text{ або } P = (1, 0, 0, ..., 0).$$

При такому діапазоні чисел які зображуються, операції проводяться з числами, які знаходяться у діапазоні $0 \le |N| < P$. За нуль приймемо число P та будемо представляти додатні числа $N = |N|$ у вигляді $N' = P + |N|$, а від'ємні числа $N = -|N|$ у вигляді $N' = P - |N|$. Тоді при алгеброїчному підсумовуванні отримаємо наступний вид представлення додатних та від'ємних чисел:

$$N' = P + N. \tag{3}$$

Вираз (3) називається штучною формою представлення чисел у СЗК, з якого видно, що арифметичні операції завжди проводяться над додатними числами. Проте числа в інтервалі $[0, P)$ у штучній формі будуть відображати від'ємні числа, а в інтервалі $[P, M)$ – додатні числа (рис. 1).

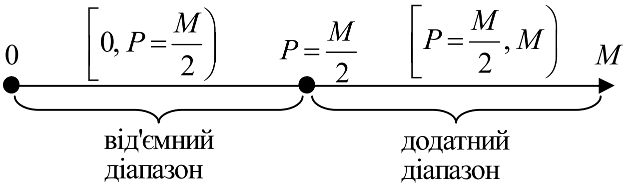

Рисунок 1 – Представлення від'ємних чисел у СЗК у штучній формі

Якщо результат операції не виходить за межі нового діапазону $[0, P)$, то можна виконувати операції складання і віднімання наступним чином. Знайдемо суму двох чисел N_1 і N_2, штучні форми, яких можна записати у вигляді:

$$N_1' = P + N_1, \; N_2' = P + N_2.$$

Виконаємо додавання цих чисел:

$$N_1' + N_2' = P + N_1 + P + N_2 = 2P + (N_1 + N_2).$$

Штучну форму цієї суми можна записати таким чином:

$$(N_1 + N_2)' = (N_1 + N_2) + P,$$

звідки виходить що:

$$(N_1 + N_2)' = N_1' + N_2' - P.$$

Та, оскільки ми умовилися, що $P = (1, 0, 0, ..., 0)$, то відповідно:

$$(N_1 + N_2)' = N_1' + N_2' + P.$$

Перетворення додатного числа на від'ємне і навпаки, тобто утворення його додаткового коду, проводиться відніманням даного числа з числа $(1, m_2, m_3, ..., m_n)$.

Слід зазначити, якщо від'ємник був вже представлений в штучній формі, то для отримання додаткового коду необхідно віднімати його не з числа $(1, m_2, m_3, ..., m_n)$, а з числа $(2, m_2, ..., m_n)$.

Викладений метод представлення від'ємних чисел та операцій з ними припускає, що один з модулів $m_1 = 2$. Це зручно з погляду простоти виконання операцій, проте при цьому накладаються деякі обмеження. У ряді випадків можуть виникнути ситуації, коли у складі модулів недоцільно мати модуль, який дорівнює двом. Тому слід розглянути процес введення від'ємних чисел, при реалізації арифметичних операцій, більш загального характеру, не припускаючи обов'язково у складі модулів числа 2.

2. Другий варіант застосування методу. Нехай модулі системи $m_1, m_2, m_3, ..., m_n$ причому $m_1 = 2t + 1$ – не парне число. Розіб'ємо діапазон $M = \prod_{i=1}^{n} m_i$ на дві частини: $\left(0, \frac{M-1}{2}\right]$ і $\left[\frac{M-1}{2}, M\right)$ (рис. 2).

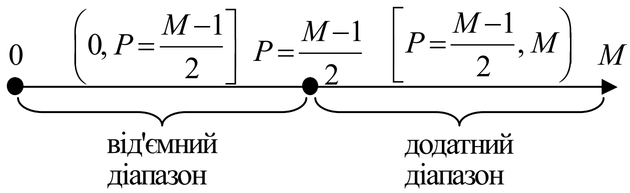

Рисунок 2 – Представлення від'ємних чисел у СЗК у загальній штучній формі

В даному випадку приймемо як нуль число $\frac{M-1}{2}$ і будемо представляти додатні числа $N = |N|$ у вигляді $N' = \frac{M-1}{2} + |N|$, а від'ємні числа $N = -|N|$ у вигляді $N' = \frac{M-1}{2} - |N|$. Виходячи з цього, загальний вид штучної форми числа буде матиме вигляд:

$$N' = \frac{M-1}{2} + N. \tag{4}$$

Представлення числа у вигляді виразу (4) назвемо узагальненою штучною формою числа.

З урахуванням того, що результат операції по абсолютній величині не перевищує $\frac{M-1}{2}$, розглянемо виконання операцій складання і віднімання. Нехай потрібно знайти суму двох чисел N_1 і N_2, які задані у штучній формі, тобто:

$$N_1' = \frac{M-1}{2} + N_1 \text{ та } N_2' = \frac{M-1}{2} + N_2 .$$

Виконаємо додавання цих чисел:

$$N_1' + N_2' = 2\frac{M-1}{2} + N_1 + N_2 .$$

Штучна форма цієї суми буде мати наступний вигляд:

$$\left(N_1 + N_2\right)' = \frac{M-1}{2} + N_1 + N_2 .$$

Якщо позначити $\left(-\frac{M-1}{2}\right)$ через $\overline{\frac{M-1}{2}} = \left(\overline{\mu_1}, \overline{\mu_2}, \overline{\mu_3}, ..., \overline{\mu_n}\right)$, де $\overline{\mu}_i = m_i - \mu_i$ при $i = 1, 2, ..., n$, тоді

$$(N_1 + N_2)' = N_1' + N_2' + \left(\overline{\mu_1}, \overline{\mu_2}, \overline{\mu_3}, ..., \overline{\mu_n}\right).$$

З вищесказаного видно, що додатковий код числа N можна отримати відніманням даного числа з $\frac{M-1}{2} = \left(\mu_1, \mu_2, \mu_3, ..., \mu_n\right)$.

При цьому, якщо число вже було задане у штучній формі, віднімання при утворенні додаткового коду повинне проводитися з:

$$2\frac{M-1}{2} = (m_1 - 1, m_2 - 1, m_3 - 1, ..., m_n - 1) .$$

З викладених способів виконання арифметичних операцій складання та віднімання виходить, що, застосовуючи штучну форму представлення кодів (із зрушенням нуля на P), можна проводити операції складання та віднімання над штучними формами, отримуючи завжди правильний (як по величині, так і по знаку) результат, хоча знак прихований у формі представлення числа, і ми не можемо візуально визначити, чи є воно додатним або від'ємним.

Висновки. У даній статті запропоновано метод реалізації арифметичних операцій з від'ємними числами у системі залишкових класів. Розглянутий метод ґрунтується на представлені чисел у штучній формі та може бути застосований для різних варіантів реалізації арифметичних операцій у СЗК.

Список використаних джерел

1. Кошман С. А. Концепция создания системы обработки цифровой информации на основе использования системы остаточных классов / С. А. Кошман // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. - № 7 (48). – С. 138–141.
2. Фурман И. А. Вариант синтеза процессора в системе остаточных классов / И. А. Фурман, С. А. Кошман, В. А. Краснобаев // Радиотехника и Информатика. – 2003. – №2. С. 94-96.
3. Краснобаєв В. А. Застосування системи залишкових класів у машинній арифметиці / В. А. Краснобаєв, С. О. Кошман // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України. – Х.: ХДТУСГ, 2003. – Вип. 19, т. 2 – С. 134–136.
4. Пат. 83427 Україна, МПК (2006) G06F 7/60. Операційний пристрій системи обробки інформації по довільному модулю P системи залишкових класів / Фурман І. О., Кошман С. О., Деренько М. С., Краснобаєв В. А.; заявник та патентовласник Фурман І. О., Кошман С. О., Деренько М. С., Краснобаєв В. А. – № а 2006 11353; заявл. 27.10.06; опубл. 10.07.08, Бюл. № 13.
5. Мельник А. О. Архітектура комп'ютера / А. О. Мельник. – Луцьк: Волинська обласна друкарня, 2008. –470 с.

Аннотация

МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Кошман С. О.

Предложен метод реализации арифметических операций с отрицательными числами, который учитывает особенности непозиционной системы счисления в остаточных классах. Данные методы могут применяться в системах обработки информации реального времени для расширения функциональных возможностей таких систем.

Abstract

METHOD OF REALIZATION OF ARITHMETIC OPERATIONS ARE IN THE SYSTEM OF REMAINING CLASSES

S. Koshman

The method of realization of arithmetic operations are offered with negative numbers which take into account the features of the unposition number system in remaining classes. These methods can be used in the systems of treatment of information of the real time for expansion of functional possibilities of such systems.