УДК 681.513

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ БАГАТОВИМІРНОЇ СИТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ РУХУ ОБ'ЄКТА ЗІ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ ПО ВІДХИЛЕННЮ ТА КОРЕКЦІЄЮ ПО ЗБУРЕННЮ

Осадчий С.І., Дідик О.К., Віхрова М.С.

Кіровоградський національний технічний університет

В статті розглянутий алгоритм пошуку оптимальних за квадратичним критерієм структури та параметрів матриць передаточних функцій регулятора багатовимірної системи стабілізації руху об'єкта.

Постановка проблеми. Відоме широке коло рухомих об'єктів, якість та ефективність застосування яких визначаються тим, на скільки їх вихідні координати відповідають заданим значенням. Зміна значень вихідних координат як відомо, наприклад з роботи [1], є наслідком зміни сигналів управління та збурень, точки прикладення яких не співпадають.

Прикладом такого об'єкту може бути зернозбиральний комбайн. Якщо в якості його вихідної координати обрати потік зеленої маси на вході молотарки, то рівень втрат зерна [2] та енергоємність (витрати пального на одиницю продукції) визначаються тим, на скільки зазначений потік наближається до пропускної здатності молотарки. Очевидно, що кількість зеленої маси, яка подається на вхід молотарки, визначається головним чином швидкістю руху комбайну та урожайністю в даній точці поля. У свою чергу швидкість руху залежить від режиму роботи гідротрансмісії, рельєфу місцевості та аеродинамічного опору комбайна, а урожайність визначається множиною агротехнічних факторів зміна режиму руху (швидкості) системою управління може наблизити потік зернової маси до пропускної здатності комбайна, забезпечити мінімізацію втрат зерна та оптимізацію к.к.д. комбайну.

Таким чином, стабілізація потоку зеленої маси на вході молотарки в умовах зміни урожайності, рельєфу місцевості та вітрового навантаження на комбайн дозволить забезпечити збирання урожаю з мінімальними втратами та максимальною ефективністю.

Рівень якості стабілізації, як відомо з [3], визначається структурою та параметрами регулятора, увімкненого у зворотній зв'язок до об'єкта управління. При наявності декількох джерел збурень (вектори ψ_2, η на рис. 1), та можливості контролю лише одного з них, структурна схема системи стабілізації може бути представлена у вигляді рис.1.

Якщо динаміка об'єкта управління (ОУ) відома і задана у вигляді системи звичайних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами, перетворення за Фур'є якої має вигляд

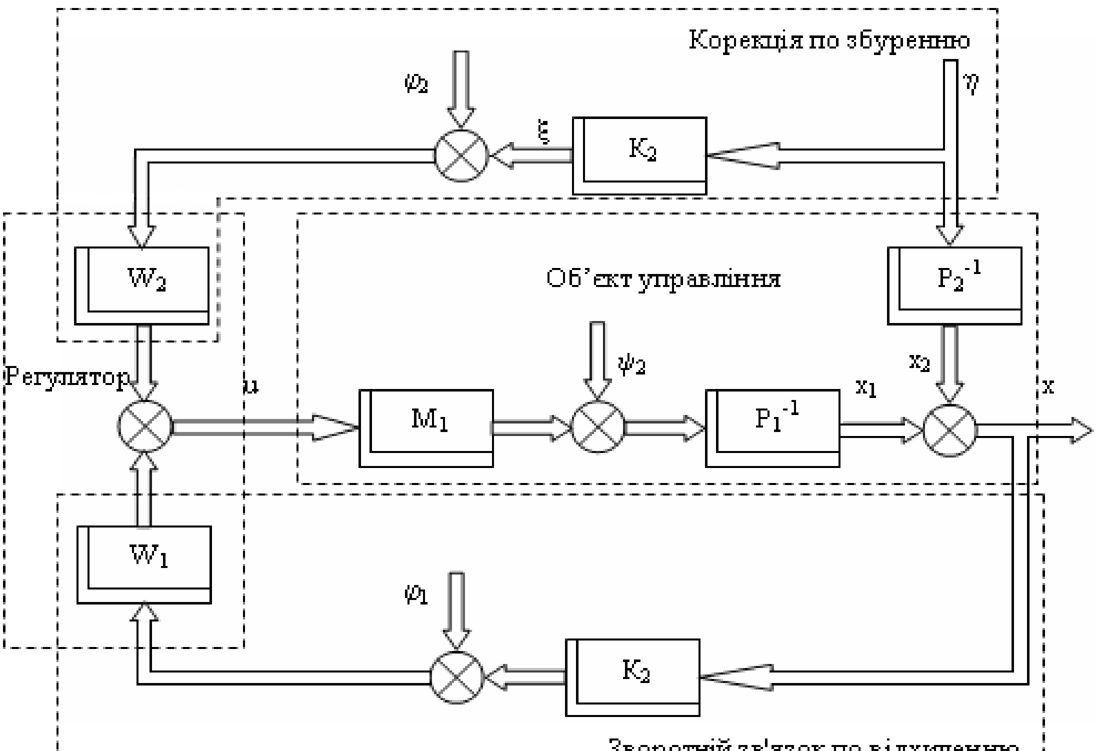

Рисунок 1 - Структурна схема системи стабілізації зі зворотнім зв'язком по відхиленню та корекцією по збуренню

$$P_1 x = M_1 u + \psi_2 + P_1 K_3 \eta \qquad (1)$$

де x – n-вимірний вектор вихідних координат ОУ; u – m-вимірний вектор сигналів управління;

P_1 – поліноміальна матриця розмірності n×n, від оператора диференціювання $s=j\omega$; M_1 – поліноміальна матриця розмірності n×m; ψ_2,

η - n-вимірні вектори стаціонарних випадкових збурень з нульовим математичним очікуванням та дробово-раціональними матрицями спектральних щільностей $S_{\psi_2\psi_2}$ та $S_{\eta\eta}$;

K_3 – поліноміальна матриця розмірності n×n, яка характеризує динаміку ОУ від вектора збурень η до вектора вихідних координат x, а також здійснюється вимір векторів x та η з допомогою неідеальних вимірювачів з матрицями передаточних функцій K_1 і K_2, на виході яких діють стаціонарні n–вимірні шуми φ_1 та φ_2 з нульовим математичними очікуваннями та дробово-раціональними матрицями спектральних щільностей $S_{\varphi_1\varphi_1}$ та $S_{\varphi_2\varphi_2}$; то якість роботи такої системи може бути оцінена за величиною середньозваженої суми дисперсій компонентів вектору x [3].

У свою чергу величина зазначеної суми дисперсій залежить від структури та параметрів багатовимірного регулятору (рис. 1)

$$W = (W_1, W_2) \qquad (2)$$

Отже виникає задача за відомими матрицями M_1, P_1, K_1, K_2, K_3, $S_{\psi_2\psi_2}$, $S_{\eta\eta}$, $S_{\varphi_1\varphi_1}$, $S_{\varphi_2\varphi_2}$ знайти такі структуру і параметри матриць передаточних функцій W_1, W_2, щоб середньозважена сума дисперсій компонентів вектору x була мінімальною при обмеженій середньозваженій сумі дисперсій компонентів вектору u. Іншою мовою визначити такий алгоритм знаходження матриць W_1 та W_2, щоб досягав мінімуму функціонал якості

$$J = \langle x R_0 x' \rangle + \langle u C u' \rangle, \qquad (3)$$

де R_0, C – невід'ємно визначені поліноміальні вагові матриці; “ ′ ” – знак транспонування; < > – знак математичного очікування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У теперішній час відомі декілька робіт [1, 4], в яких викладено методи синтезу структури та параметрів оптимальних багатовимірних систем стабілізації. Однак, вони дозволяють вирішити задачу синтезу лише у випадках, коли вектор η, діючих на виході системи (рис. 1), відсутній.

Мета статті. Розробити алгоритм пошуку оптимальних за квадратичним критерієм (3) структури та параметрів матриць передаточних функцій регулятора W_1 та W_2.

Основні матеріали досліджень. Припустимо, що збурення ψ_2, η та шуми вимірювання φ_1, φ_2 – центровані стаціонарні випадкові процеси. В такому разі досягнення поставленої мети з урахуванням методології синтезу оптимальних систем стохастичної стабілізації, викладеної у монографії [1], може бути здійснене в результаті вирішення задачі приведення структурної схеми на рис. 1 до структури стандартної системи стабілізації.

Для її вирішення визначимо вектор x як суму векторів x_1 і x_2

$$x = x_1 + x_2, \qquad (4)$$

де x_1, x_2 – n-вимірні вектори вихідних координат двох підсистем, які задовольняють наступним диференційним рівнянням в операторній формі

$$P_1 x_1 = M_1 u + \psi_2, \\ P_2 x_2 = \eta. \qquad (5)$$

Якщо ввести розширені вектори вихідних координат ОУ $x_0 = [x', x_2']'$ та збурень $\psi_0 = [\psi_2', \eta']'$, а також врахувати вирази (4), (5), то розширене рівняння динаміки об'єкта легко перетворюється на

$$P_0 x_0 = M_0 u + \psi_0, \qquad (6)$$

де

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_1 & -P_1 \\ 0_n & P_2 \end{bmatrix}; \quad M_0 = \begin{bmatrix} M_1 \\ 0_{n\times m} \end{bmatrix}; \qquad (7)$$

0_n – нульова матриця n×n; $0_{n\times m}$ – нульова матриця розміру n×m.

Визначимо матрицю передаточних функцій вимірювачів розширеного вектора вихідних координат x_0 у вигляді

$$K_0 = \begin{bmatrix} K_1 & 0_n \\ 0_n & K_2 P_2 \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

та вектор шумів вимірювання $\varphi_0 = [\varphi_1', \varphi_2']'$.

В такому разі, структурна схема, представлена на рис. 1, може бути перебудована до наведеного на рис. 2 вигляду, а зв'язок між векторами сигналів управління та новим вектором вихідних координат визначається рівнянням

$$u = W (K_0 x_0 + \varphi_0). \qquad (9)$$

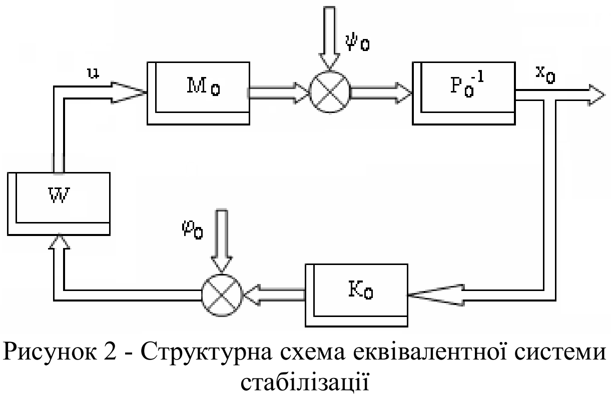

Рисунок 2 - Структурна схема еквівалентної системи стабілізації

Будемо вважати, що $|P_0|$ – гурвіцевий, тоді у відповідності з результатом отриманим в [1] алгоритм пошуку матриці W, увімкнення якої у зворотній зв'язок до ОУ гарантує стійкість замкненої системи забезпечує мінімум функціонала якості (3), має наступний вигляд

$$W = (W_1, W_2) = F_u^{\psi}(F_x^{\psi})^{-1}, \tag{10}$$

де F_x^{ψ} – матриця передаточних функцій системи «об'єкт-регулятор» від вектора збурень ψ_0 до вектора вихідних координат x_0; F_u^{ψ} – матриця передаточних функцій системи «об'єкт-регулятор» від вектора збурень ψ_0 до вектора сигналів управління u, знайдені з рівнянь

$$F_u^{\psi} = -\Gamma^{-1}(N_0 + N_+)D^{-1}; \tag{11}$$

$$F_x^{\psi} = P^{-1}(MF_u^{\psi} + E_{2n}); \tag{12}$$

в яких матриця P – результат видалення полюсів ліворуч [5] добутку

$$K_{10}^{-1}P = P_0K_0^{-1}; \tag{13}$$

поліноміальна матриця M знаходиться як

$$M = K_{10}M_0; \tag{14}$$

Γ – дробово-раціональна матриця

$$\Gamma = G\tilde{P}_2^{-1}, \tag{15}$$

така що G є результатом факторизації праворуч наступної суми добутків $G = \left[\tilde{M}_{2*}R_0\tilde{M}_2 + \tilde{P}_{2*}C\tilde{P}_2\right]^+$, а $\tilde{P}_2$ і $\tilde{M}_2$ результати правого MFD розкладання виразу

$$P_1^{-1}M_1 = \tilde{M}_2\tilde{P}_2^{-1}, \tag{16}$$

“ * ” – знак ермітового спряження матриці;

D – дробово-раціональна матриця – результат факторизації ліворуч [5] наступного добутку

$$D = ^+\left[(E_{2n}, P)S'_{\xi\xi}\begin{pmatrix} E_{2n} \\ P_* \end{pmatrix}\right], \tag{17}$$

у якому E_{2n} – одинична матриця розміру 2n×2n, $S'_{\xi\xi}$ – матриця спектральних щільностей, яка дорівнює

$$S'_{\xi\xi} = \begin{bmatrix} K_{10}S'_{\psi_0\psi_0}K_{10*} & K_{10}S'_{\varphi_0\psi_0} \\ S'_{\psi_0\varphi_0}K_{10*} & S'_{\varphi_0\varphi_0} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

N_0+N_+ – результат сепарації (розщеплення) [4] матриці N, знайденої з наступного співвідношення

$$N = G_*^{-1}\tilde{M}_{2*}R_0\left[\left(P_1^{-1}, P_2^{-1}\right)K_{10}^{-1}(E_{2n}, P) - \right. \\ \left. - \left(K_1^{-1}, 0_n\right)\left(0_{2n}, E_{2n}\right)\right]S'_{\xi\xi}D_*^{-1} \tag{19}$$

Висновок. Таким чином, в результаті розширення векторів вихідних координат, збурень та шумів вимірювання, що діють у трактах проходження сигналів багатовимірної системи стабілізації, яка має зворотній зв'язок по відхиленню та корекцію по збуренню, на основі відомого методу синтезу оптимальних багатовимірних систем стохастичної стабілізації отримано новий алгоритм (10)-(19) визначення оптимальних структури і параметрів матриці передаточних функцій регулятора, яка доставляє мінімум квадратичному функціоналу якості (3).

Список використаних джерел

1. Азарсков В.Н. Методология конструирования систем стохастической стабилизации: монография / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий. – К.: НАУ, 2006. – 440 с.
2. Ерохин Г.Н. Обоснование скоростного режима зерноуборочных комбайнов / Г. Н. Ерохин, А. С. Решетов // Сельскохозяйственная техника: обслуживание и ремонт - №9 – 2006 – С.33-34.
3. Крементуло В. В. Стабилизация стационарных движений твердого тела / В. В. Крементуло. – М.: Наука, 1977. – 234 с.
4. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления / [Алиев Ф. А., Ларин В. Б. и др.]. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.
5. Davis M.C. Factoring the spectral matrix / M. C. Davis // IEEE Trans. Autom. Cont. – 1963. - AC-8, №4. – p. 296-305.

Аннотация

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ПО ОТКЛОНЕНИЮ И КОРЕКЦИЕЙ ПО ВОЗМУЩЕНИЮ

Осадчий С.І., Дідик О.К., Віхрова М.С.

В статье рассмотрен алгоритм поиска оптимальних по квадратичному критерию структуры и параметров матрицы передаточних функцій регулятора многомерной системы стабилизации движения объекта.

Abstract

SYNTHESIS OF OPTIMUM MULTIVARIATE SYSTEM OF OBJECT MOVEMENT STABILIZATION WITH FEEDBACK ON THE DEVIATION AND CORECTION ON INDIGNATION

S. Osadchiy, O. Didyk, M. Vihrova

In article the algorithm of search optimum by square-law criterion of structure and parameters of a matrix transfer function a regulator of multivariate system of object movement stabilization is considered.