

УДК 631.356.2

МОДИФІКАЦІЯ ММПЕД ДЛЯ РОЗКРИТТЯ СТАТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ КРИВОЛІНІЙНИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАМ**Довбуш Т.А., Довбуш А.Д., Хомик Н.І., доцент***(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)*

Описано застосування модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації до розрахунку статичної невизначеності криволінійних ділянок рамних конструкцій.

Сільськогосподарські машини працюють у особливо важких рельєфних і кліматичних умовах. При їх проектуванні найбільш важливим є забезпечення міцності і працездатності всіх механізмів і агрегатів, а також рами під час всього терміну експлуатації.

Рама є основою будь-якої мобільної машини. Весь спектр статичних та динамічних навантажень від усіх складових вузлів машини акумулюються в ній.

Конструктивні елементи рамних конструкцій сільськогосподарських машин, складають 12–48% від загальної ваги і визначають їх довговічність. Залежно від призначення сільськогосподарські машини експлуатуються при різних навантаженнях і конструкції їх рам різноманітні. Більшість рам транспортних машин (причепи, візки), а також рами машин для внесення добрив і хімзахисту рослин є плоскими і прямокутними [1]. В деяких з них зустрічаються елементи з криволінійними осями для встановлення циліндричних баків у вертикальному положенні.

У більшості сільськогосподарських машин рами виконують конструктивно, без достатніх аналітичних розрахунків, з подальшим удосконаленням після випробувань [1].

Розрахунок рамних конструкцій – це складний аналітично-графічний процес. Складність полягає в тому, що будь-яка рама плоска чи просторова складається з численних замкнутих контурів (прямокутних – рис. 1, з криволінійними осями – рис. 2). У кожному з яких при довільному зовнішньому навантаженні виникає шість внутрішніх силових факторів: нормальна сила N_X ; перерізуючі сили Q_Y , Q_Z ; згинальні моменти M_Y , M_Z ; крутний момент M_X , визначення яких з рівнянь статички неможливе.

Розрахунок таких рамних конструкцій методом сил чи переміщень, методиками викладеними в курсах опору матеріалів фактично неможливий. Особливо цей розрахунок ускладнюється для рам з криволінійними елементами.

У сучасній інженерній практиці завдяки комп'ютерній техніці та універсальним прикладним програмам, використовують розрахункові моделі,

побудовані за методом кінцевих елементів (МКЕ). Такі розрахунки з визначення напружено-деформованого стану (НДС) складних конструктивних структур суттєво прискорюються. Все це робить метод кінцевих елементів найбільш універсальним, що відповідає, в значній мірі, вимогам до розрахунку будь-яких базових несучих систем. Однак, поглиблений аналіз отриманих результатів приводить до висновків, що МКЕ забезпечує отримання значень внутрішніх силових факторів, переміщень та інших характеристик у вузлах кінцевих елементів локально, але не враховує вплив зміни перепадів жорсткостей на деформовану несучу систему в цілому.

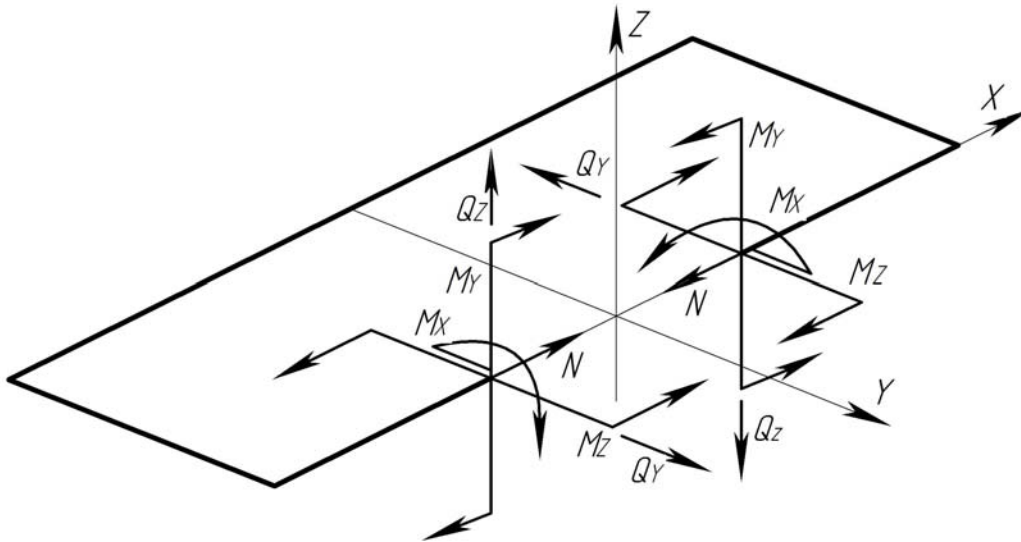


Рисунок 1

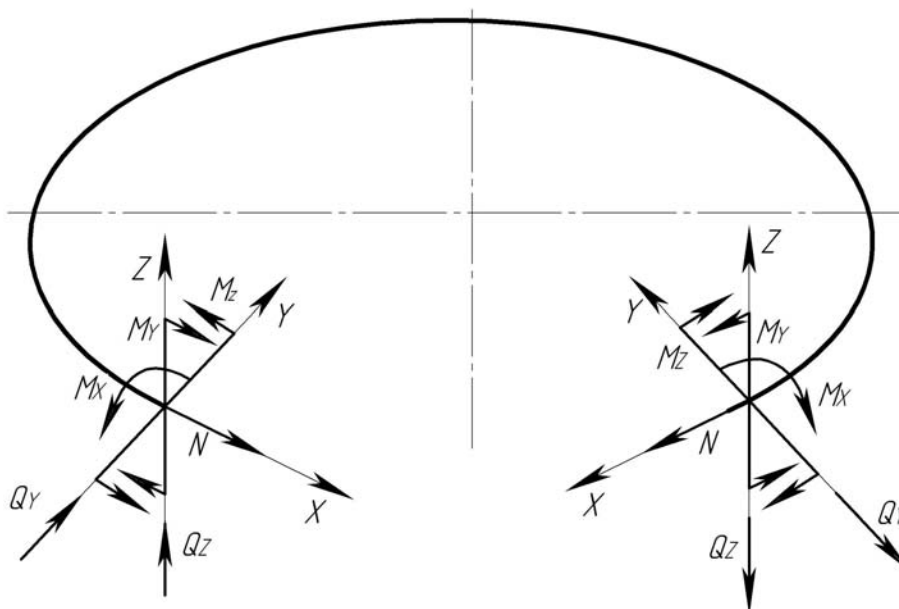


Рисунок 2

Переваги МКЕ порівняно з традиційними числовими методами полягають у простоті алгоритмізації, можливості повної автоматизації складання рівнянь і отримання результатів для будь-яких складних комбінованих систем [2]. В роботах [3], [4] проведено дослідження напружено-деформованого стану у рамних конструкціях методом кінцевих елементів і

експериментальним (тензометричним). Результати в деяких випадках відрізняються на 30–40 %.

Виникає необхідність проводити перевірку результатів розрахунків, які отримані МКЕ класичними аналітичними дослідженнями. Для розрахунку таких систем є більш доступний метод мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД) [5], хоча без його спрощення (модифікації) використовувати його складно.

У загальному випадку потенціальна енергія деформації плоских просторово-навантажених конструкцій рам

$$U_0 = U_K + U_{M_X} + U_{M_Y} + U_{M_Z} + U_{Q_Y} + U_{Q_Z} + U_N, \quad (1)$$

де U_K – потенціальна енергія деформації кручення елементів рами,

$$U_K = \sum \int \frac{[K]^2}{2GI_k} ds, \quad K = M_X;$$

де U_{M_X}, U_{M_Y} – потенціальна енергія від згинальної деформації елементів

рами відносно осей Y та Z , $U_{M_Y} = \sum \int \frac{[M_Y]^2}{2EI_Y} ds$, $U_{M_Z} = \sum \int \frac{[M_Z]^2}{2EI_Z} ds$;

U_{Q_Y}, U_{Q_Z} – потенціальна енергія деформації елементів рами від зрізу

вздовж осей Y та Z , $U_{Q_Y} = \sum \int k_y \frac{[Q_Y]^2}{2GF} ds$, $U_{Q_Z} = \sum \int k_z \frac{[Q_Z]^2}{2GF} ds$;

U_N – потенціальна енергія деформації елементів рами від розтягу-стиску,

$$U_N = \sum \int \frac{[N]^2}{2GF} ds;$$

K – функції крутних моментів кожного елемента конструкції;

M_Y, M_Z – функції згинальних моментів кожного елемента конструкції;

Q_Y, Q_Z – функції перерізуючих сил кожного елемента конструкції;

N – функції нормальних сил кожного елемента конструкції;

I_Y, I_Z – осьові моменти інерції поперечного перетину елементів профілю рамної конструкції;

I_K – момент інерції поперечного перетину при крученні профілю рамної конструкції;

E – модуль пружності, для сталей $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;

G – модуль зсуву, для сталей $G = 8 \cdot 10^4$ МПа;

F – площа поперечного перетину;

k_y, k_z – коефіцієнти форми поперечного перетину.

Для одного замкнутого контура просторово навантаженої рами виразів внутрішніх силових факторів буде, як мінімум 24. Рамна конструкція може складатися від 1-го контура до декількох десятків. Безумовно скласти таку

кількість виразів складно, а обробити їх, тобто, визначити невідомі величини є громіздким аналітично-розрахунковим процесом. Ставимо за мету використати модифікований метод мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД) для розв'язку конкретної задачі. Розглянемо на прикладах якими складовими повної потенціальної енергії деформації можна знехтувати.

У роботі [6] показано, що потенціальними енергіями деформацій від зрізу та розтягу-стиску можна нехтувати, похибка у визначенні невідомих складає 0,063–1,3%. Якщо в елементах конструкції виникає потенціальна енергія деформації кручення, то вона є домінуючою для даної металокопструкції і складає біля 98% від сумарної потенціальної енергії. Для визначення невідомих, які в металокопструкції викликають потенціальну деформацію кручення, є доцільним використовувати лише потенціальну енергію кручення. Похибка при їх визначенні відсутня.

Для розрахунків рамних копструкцій з криволінійними елементами підтвердимо достовірність спрощень, що застосовувалися до плоских рам, просторово навантажених, виготовлених з тонкостінних відкритих профілів при розкритті їх статичної невизначеності ММПЕД.

Розкриємо статичну невизначеність просторово навантаженого плоского кривого бруса (рис. 3), виготовленого із швелера №10, площею поперечного перетину $F = 12,74 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, навантаженого $P = 2000 \text{ Н}$, $q = 500 \text{ Н/м}$, радіус кривизни $R = 2 \text{ м}$, моменти інерції $I_z = 198,3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, $I_y = 25,6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, $I_x = 2,727 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, модулі $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$.

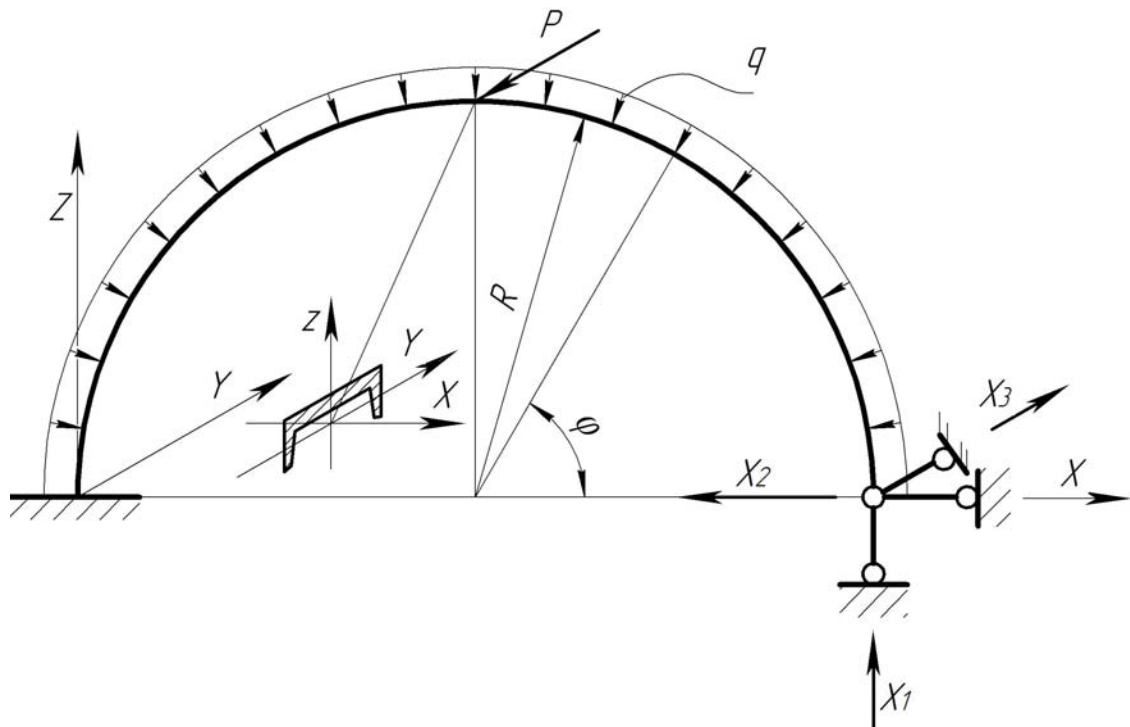


Рисунок 3

Використовуючи рекомендації [5], запишемо

$$\frac{dU_0}{dX_1} = 0; \quad \frac{dU_0}{dX_2} = 0; \quad \frac{dU_0}{dX_3} = 0. \quad (2)$$

Отримаємо систему рівнянь з яких визначаємо опорні реакції X_1 , X_2 , X_3 . Ця конструктивна система складається з двох ділянок. На рис. 4 вказано осі, на які проектується додатні значення внутрішніх силових факторів криволінійного елемента при перетині на першій ділянці.

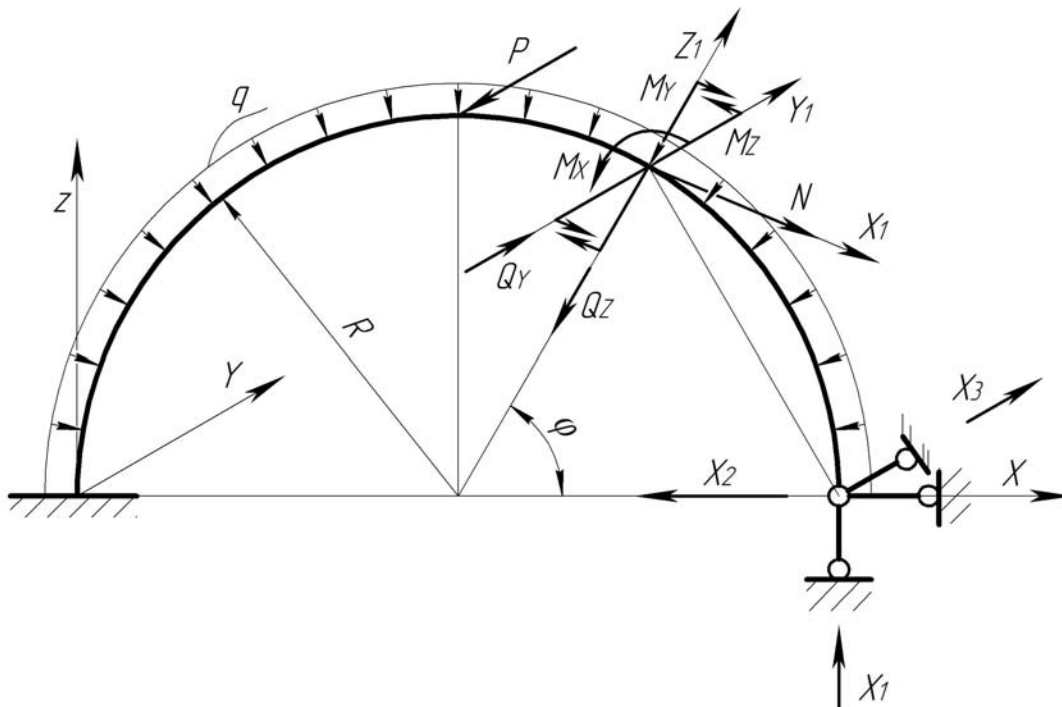


Рисунок 4

Функції внутрішніх силових факторів для цих ділянок.

Перша ділянка, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$:

$$\begin{aligned} N(\varphi) &= -X_1 \cdot \cos \varphi - X_2 \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \sin \varphi/2; \\ Q_Z(\varphi) &= -X_1 \cdot \sin \varphi + X_2 \cdot \cos \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \cos \varphi/2; \\ Q_Y(\varphi) &= X_3; \\ M_X(\varphi) &= X_3 \cdot R \cdot \sin \varphi; \\ M_Y(\varphi) &= -X_1 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + X_2 \cdot R \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot R \cdot \sin \varphi/2; \\ K(\varphi) &= X_3 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi). \end{aligned}$$

Друга ділянка, $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$:

$$\begin{aligned} N(\varphi) &= -X_1 \cdot \cos \varphi - X_2 \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \sin \varphi/2; \\ Q_Z(\varphi) &= -X_1 \cdot \sin \varphi + X_2 \cdot \cos \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \cos \varphi/2; \\ Q_Y(\varphi) &= X_3 - P; \\ M_X(\varphi) &= X_3 \cdot R \cdot \sin \varphi - P \cdot R \cdot \sin(\varphi - \pi/2); \\ M_Y(\varphi) &= -X_1 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + X_2 \cdot R \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot R \cdot \sin \varphi/2; \\ K(\varphi) &= X_3 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + P \cdot R \cdot (1 - \cos(\varphi - \pi/2)). \end{aligned}$$

Потенціальні енергії деформації

$$U_N = \frac{1}{2FE} \int_0^{\pi} \left(-X_1 \cdot \cos \varphi - X_2 \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 d\varphi ; \quad (3)$$

$$U_Q = \frac{1}{2FG} \int_0^{\pi} \left(-X_1 \cdot \sin \varphi + X_2 \cdot \cos \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \right)^2 d\varphi +$$

$$+ \frac{1}{2FG} \int_0^{\pi/2} (X_3)^2 d\varphi + \frac{1}{2FG} \int_{\pi/2}^{\pi} (X_3 - P)^2 d\varphi ; \quad (4)$$

$$U_M = \frac{1}{2EI_X} \int_0^{\pi/2} (X_3 \cdot R \cdot \sin \varphi)^2 d\varphi +$$

$$+ \frac{1}{2EI_X} \int_{\pi/2}^{\pi} \left\{ X_3 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + P \cdot R \cdot \left[1 - \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}^2 d\varphi +$$

$$(5)$$

$$+ \frac{1}{2EI_y} \int_0^{\pi} \left(-X_1 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + X_2 \cdot R \cdot \sin \varphi + q \cdot R \cdot \varphi \cdot R \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 d\varphi ;$$

$$U_K = \frac{1}{2GI_K} \int_0^{\pi/2} [X_3 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi)]^2 d\varphi +$$

$$+ \frac{1}{2GI_K} \int_{\pi/2}^{\pi} \left\{ X_3 \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) + P \cdot R \cdot \left[1 - \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}^2 d\varphi. \quad (6)$$

Використовуючи пакети прикладних програм MATLAB визначаємо опорні реакції для наступних варіантів.

1 варіант, $U_0 = U_K + U_M + U_Q + U_N$; 2 варіант, $U_0 = U_K + U_M$;

3 варіант, $U_0 = U_K$; 4 варіант, $U_0 = U_M$.

Результати розрахунків заносимо в таблицю 1.

Таблиця 1 – Розрахункова таблиця

№ з/п	1 варіант	2 варіант	3 варіант	4 варіант
X_1 , Н	1455	1455	0	1455
X_2 , Н	318,6	318,2	0	318
X_3 , Н	454,7	454,7	454,4	636,6
U , Дж	427,7	427,6	413,92	0,0577

Висновки

1. Отримані результати підтверджують доцільність використання ММПЕД для розкриття статичної невизначеності рамних конструкцій з криволінійними осями.
2. Потенціальними енергіями деформацій від зрізу та розтягу-стиску можна нехтувати (варіант 1,2).
3. При необхідності можна знехтувати потенціальними енергіями від прямого поперечного згину (варіант 3).
4. Потенціальні енергії від деформації кручення обов'язково слід враховувати (варіант 4).

Список літератури

1. Рамы сварные сельскохозяйственных машин. Конструктивно-технологическое проектирование. – Москва: 1983. – 114с.
2. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Основа, 1991. – 272с.
3. Черников С.А., Садчиков К.В. О достоверности расчетных оценок НДС рамы грузового автомобиля /Проблемы машиностроения и надежность машин, 1998. – №3. – С. 117–121.
4. Вырский А.Н. Исследование нагруженности рамных конструкций //Тракторы и сельхозмашины, 1990. – № 11. – С. 26–27.
5. Рибак Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин. – Тернопіль: Збруч, 2002. – 332с.
6. Рибак Т.І., Довбуш Т.А., Цьонь Г.Б. Обґрунтування модифікації методу мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД) /Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Харків: Вид-во ХНТУСГ, 2013. – Вип. 134. Технічний сервіс машин для рослинництва. – С. 260 – 266.

Аннотація**МОДИФИКАЦИЯ ММПЕД ДЛЯ РАСКРЫТИЯ СТАТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛИМОСТИ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАМ**

Довбуш Т.А., Довбуш А.Д., Хомык Н.И.

В статье описано применение модифицированного метода минимума потенциальной энергии деформации к расчету статически неопределимых криволинейных отрезков рамных конструкций.

Abstract**MODIFICATION MMPE FOR DISCLOSURE STATIC UNCERTAINTY OF CURVILINEAR FRAME ELEMENTS**

T.Dovbuch, A.Dovbuch, N.Khomyk

This article deals with an of the modified method of a minimum of potential energy of deformation is described for the calculation of static vagueness of curve areas of frame constructions.