

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОСЛОЙНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРИАЛА ПО НАКЛОННОЙ КРУГОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Шацкий В.В., д.т.н.,

(Национальный научный центр «ИМЕСХ» НААН Украины)

Демьяненко Д.В., аспирант

(Таврический государственный агротехнологический университет)

На основе метода дискретных элементов исследуется движение частиц зернового материала на наклонной круговой поверхности с определением качественных показателей распределения частиц по поверхности.

Постановка проблемы. Проблема создания технических средств для микронизации зернового материала, эффективно вписывающихся в технологические линии производства комбикормов, заключается в относительно высокой энергоемкости процесса и отсутствии качественного однослойного распределения зернового материала по поверхности термической обработки. Поэтому исследования, направленные на снижение энергоемкости процесса за счет повышения качества однослойного распределения зернового материала с переворачиванием зернин является актуальным.

Анализ последних исследований. На сегодня создан целый ряд микронизаторов, где процесс перемещения осуществляется при вибротранспортировании или с использованием механических устройств для перемещения и переворачивания зернового материала [1], требует технологического совершенствования. Проведенные ранее теоретические исследования направлены в основном на определение допустимых отклонений энергетического потока для обработки [2], зернового материала [3] и параметров дозирующих устройств [3]. При этом вопросы качественного распределения при перемещении обрабатываемого материала на поверхности обработки не рассматривались в совокупности проблем энергоемкости и качества осуществления процесса микронизации.

Формулирование целей статьи. Отсутствие математических моделей процессов формирования и однослойного перемещения зернового материала по наклонной круговой поверхности по действующему собственному весу представляется весьма перспективным для повышения качества осуществления процесса микронизации и актуальным - для снижения его энергоемкости.

Поэтому целью настоящей работы является разработка модели однослойного перемещения зернового материала по наклонной круговой поверхности.

Методы исследований. Для моделирования поведения твердых тел, составляющих зерновой сыпучий материал, целесообразно использовать метод дискретных элементов (МДЭ) [4], основанный на приложении законов Ньютона и контактной механики, высокая эффективность которого обусловлена его

универсальностью и практически неограниченными возможностями диагностики моделируемых явлений [5].

При моделировании процесса перемещения частиц корма по наклонной круговой поверхности принимаем следующие допущения:

- зерновой материал представляет собой совокупность из N обособленных упругих частиц сферической формы радиуса R_i ;

- перемещение всей массы частиц осуществляется при стохастическом взаимном перемещении частиц с увеличением их количества в последующих элементарных слоях на шесть единиц кормового материала среднего размера;

- одна частица одновременно перемещается по поверхности при одновременном перемещении относительно четырех, расположенных в соприкосновении, частиц;

- за элементарный слой принимаем слой материала шириной равной среднему размеру частиц сыпучего материала;

- давление массы материала, расположенного выше элементарного слоя, осуществляется между частицами, расположенными в зоне взаимного расположения пересечения частиц соседних элементарных слоев.

Основная часть. Качество распределения частиц на обрабатываемой поверхности зависит как от формы этой поверхности, ее кинематических параметров так и физико-механических свойств обрабатываемого зернового материала.

Форма круговой наклонной поверхности описывается системой уравнений, где, последовательно, начиная с α_0 угол наклона поверхности уменьшается на $\Delta\alpha_{hi}$ с шагом h_i

$$\begin{aligned}
 x_{h_i} &= 0,5d + \sum_{i=1}^h \left\{ d_{h_i} \cos \left[\alpha_o - \sum_{i=1}^{h_i} \Delta\alpha (h_i - 1) \right] \right\} \\
 y_{h_i} &= \sqrt{R_{h_i}^2 - x_{h_i}^2} \\
 z_{h_i} &= 0,5d + \sum_{i=1}^h \left\{ d_{h_i} \sin \left[\alpha_o - \sum_{i=1}^{h_i} \Delta\alpha (h_i - 1) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Форма поверхности определится исходя из зависимости скорости перемещения зернового материала по наклонной поверхности от угла наклона этой поверхности на каждом шаге h_i .

Движение стола описывается уравнениями гармонических колебаний ($y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$), где амплитуда A по оси x составляет $R_{hi}(1 - \cos\varphi)$, а по оси y - $R_{hi} \sin\varphi$, тогда движение стола описывается системой уравнений

$$\begin{aligned}
 x_n(t) &= R_{hi} (1 - \cos\varphi) \cos(\omega t + \varphi_0) \\
 y_n(t) &= R_{hi} \sin\varphi \sin(\omega t + \varphi_0)
 \end{aligned} \tag{2}$$

где ω - круговая частота колебаний, $\omega = 2\pi/T$ (T - период колебаний);

$\omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний;

φ_0 - начальная фаза в момент времени $t = 0$.

Задаваясь необходимым ускорением плоскости стола, можно найти амплитуду и частоту колебаний круговой наклонной поверхности, дифференцируя $y_n(t)$

$$v_n(t) = y'(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

На частицу зернового материала, находящейся на круговой поверхности, совершающей круговые горизонтальные колебания, кроме квазиупругих сил и сил трения между частицами, действует сила F_t трения частиц зернового материала о поверхность стола, которая является внешней вынуждающей силой перемещения с перекачиванием частиц и изменяется согласно выражения

$$F_t = F_0 \cos \omega t \quad (4)$$

где F_0 — сила трения при угле отклонения φ_0 и скорости перемещения поверхности, равной $v_{n\varphi_0}(t) = -A\omega_t \sin \varphi_0$

ω_t — круговая частота колебаний силы трения.

Вместе с тем известно, что при не больших амплитудах и частотах колебаний сила трения обратно пропорциональна скорости движения $F_t = m_q k_v v/t$, где k_v — коэффициент трения, зависящий от скорости перемещения частицы по поверхности стола.

Движение каждой i -й частицы полностью определяется координатами ее центра тяжести x_i (удаление от центра круговой поверхности), z_i (положение по вертикали относительно центра круговой поверхности) и углом ψ отклонения от радиальной прямой (условно определенной на круговой поверхности), (рис. 1).

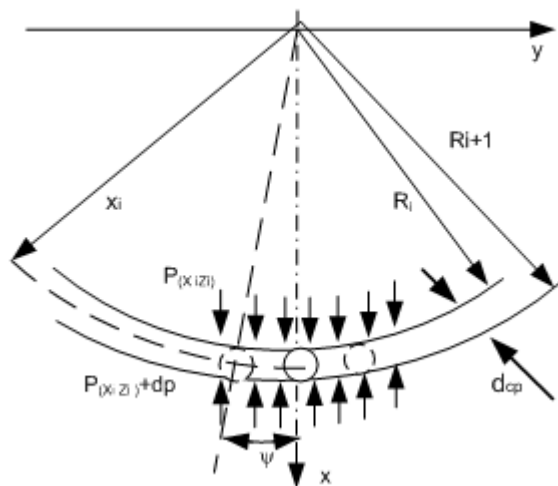


Рисунок 1 – Схема расположения материала на наклонной круговой поверхности

Последнее зависит от момента сил, приложенных к каждой частице и обеспечивающих их вращение на угол θ вокруг ее центра тяжести.

Система уравнений движения для каждого элемента в прямоугольной декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = F_{x_i} \quad (5)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = F_{y_i} \quad (6)$$

$$m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = F_{z_i} \quad (7)$$

$$J_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = M_i \quad (8)$$

где t — время осуществления процесса, на определенном шаге;

m_i — масса i -й частицы;

J_i — момент инерции i -й частицы;

F_i — сумма сил, действующих на контактах частиц (включая силу трения о наклонную круговую поверхность);

M_i — момент сил $F_{ij\Sigma}$ относительно центра i -й частицы

Сумма сил Σp_{ih_i} , действующих на контактах элементарных слоев частиц, расположенных на круговой наклонной поверхности (см.рис.1), определяется выражением

$$\begin{aligned} \sum p_{ih_i} = & \sum_{i=1}^{n_{hi}} m_i \cos \alpha_i \cos \left(\frac{\alpha_i + \alpha_{i+1}}{2} - \alpha_i \right) + \\ & + \sum_{i=n_{hi}/6}^{h_i-1} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{hi}-1} \left[p_{ih_i} \cos \left(\frac{\alpha_i - \alpha_{i+1}}{2} \right) - m g \sin \alpha_i f_i - p_{ih_{i-1}} \sin \left(\frac{\alpha_i + \alpha_{i+1}}{2} - \alpha_i \right) f_i \right] \right\}; \end{aligned} \quad (9)$$

$\sum_{i=1}^n p_{ih_i}$ -давление масса материала, расположенного над h_i слоем;

p_i - удельное давление на одну частицу;

n_{hi} — количество частиц h_i слоя.

Для определения сил, действующих на i -ю частицу в слое от частиц, расположенных выше элементарного слоя, необходимо определить зону контакта смежных слоев (рис. 2).

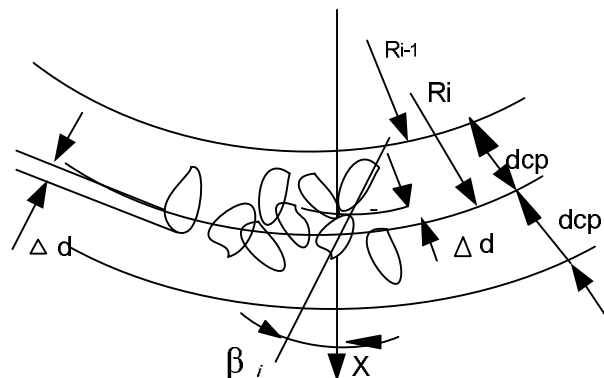


Рисунок 2 – Схема взаимного пересечения частиц контактирующих слоев

Для этого рассмотрим вероятность пересечения частицами плоскости, условно разделяющей смежные слои шириной d_{cp} .

На основании задачи Бюффона [3] выявим вероятность пересечения плоскостью, перпендикулярной оси X частицами слоя шириной d_{cp} , частиц, размер которых меньше ширины d_{cp} .

$$P_{d_i \leq d_{cp}} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5\pi} d\beta \int_0^{0,5d_i \cos \varphi} dx \quad (10)$$

где β – угол между осью x и направлением вектора перемещения материала.

Для случая, когда длина частиц превышает высоту элементарного слоя, вероятность пересечения условной плоскостью разделения элементарных слоев частиц смежных слоев определяется выражением [6,7]

$$P_{d_i \geq d_{cp}} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5d_{cp}} dx \int_0^{\arccos \frac{2z_i}{d_i}} d\beta \quad (11)$$

Математическое ожидание количества n_i^c частиц h_i слоя, пересекаемых плоскостью, разделяющих смежные слои сыпучего материала, определяется по выражению

$$n_i^c = P_{di} n_{h_i} \quad (12)$$

где P_{di} – вероятность пересечения частиц плоскостью.

Количество частиц в элементарных слоях h_i , расположенных на различном удалении от оси Z , не является постоянным из-за увеличения количества частиц в слое с удалением от вертикальной оси Z и зависит от размера частиц кормового материала и радиуса условных окружностей круговой поверхности, ограничивающих этот h_i слой.

Компактное расположение частиц первого слоя вокруг одной частицы, расположенной в центре круга, определяет радиус окружности по которой происходит соприкосновение частиц

$$x_{h_1} = (r_0 + r_1) \cos \xi_{h_1}, \quad (13)$$

где r_0, r_1 – радиусы, соответственно, центральной частицы и частиц первого слоя;

ξ – центральный угол обхвата частицы первого h_1 слоя.

Принимая во внимание, что частицы последующих слоев располагаются с пересечением условных окружностей, определяющих их h_i слой, то радиус их расположения определяется по выражению

$$x_{h_i} = x_{h_1} + d_{h_i} h_i \cos \xi_{h_i} k_{nv}, \quad (14)$$

где d – диаметр частиц h_i слоя;

ξ_{hi} – центральный угол обхвата частицы h_i слоя;

k_{nv} – коэффициент увеличения объема расположения частиц ($k_{nv}=1,10\dots 1,12$).

Угол обхвата частицы h_i слоя уменьшается с удалением слоя от центра и определяется выражением

$$\xi_{h_i} = 2 \operatorname{arctg} \frac{0,5d_{h_i}}{x_{h_i}}, \quad (15)$$

Тогда количество частиц h_i слоя определяется

$$n_{dh_i} = \frac{2\pi}{\xi_{h_i}} = \frac{2\pi}{2 \operatorname{arctg} \frac{0,5d}{x_{h_i} + d_{h_i} h_i \cos \xi_{h_i} k_{mv}}}, \quad (16)$$

При равных диаметрах частиц количество их в h_i слое можно определять по формуле

$$n_{dh_i} = \frac{2\pi}{2 \operatorname{arctg} \frac{0,5d}{0,866d_{h_i} [1 + (h_i - 1)k_{mv}]}}}, \quad (17)$$

Анализ формулы (17) показывает, что количество частиц в слоях, начиная с 8 ряда до 77, изменяется с увеличением от 5,9909 до 5,9986 и далее, до тысячного знака, сохраняет это значение. Следовательно можно с незначительным допущением принять, что количество частиц в h_i слое определяется произведением $n_{dh_i} = 6h_i$.

Из условия равенства подач по всем слоям ($q_{i-1} = q_i = q_{i+1}$), и, как следствие, справедливости выражения $n_{dhi-1} v_{dhi-1} = n_{dhi} v_{dhi} = n_{dhi+1} v_{dhi+1}$, определяется скорость перемещения частиц в каждом слое

$$v_{h_i} = \frac{n_{dh_{i+1}}}{n_{dh_i}} v_{dh_{i+1}} \quad (18)$$

Проекция Δd пересеченной части частицы, внедренной в соседний элементарный слой (см. рис.3) зависит от размера частицы и угла расположения между осью частицы и осью x .

Математическое ожидание внедренной части частиц, определяется из условия, что величина x изменяется в пределах $[0; 0,5d_{cp}]$, а угол β – с некоторым допущением, в пределах $[0; 0,5\pi]$. Тогда величина внедрения Δd_{cp} определяется по выражению

$$\Delta d_{cp} = \frac{4}{\pi d_{cp}} \int_0^{0,5d_{cp}} \int_0^{0,5\pi} d_{cp} \cos \beta dx d\beta \quad (19)$$

Исходя из полученного возможно определить относительное расположение контактирующих частиц в радиальном направлении и направление усилий как следствие этого взаимодействия.

Композиция расположения частиц различных фракций (рис.3) определяется из условия (допущения) равномерного расположения частиц в зоне взаимного пересечения соседних элементарных слоев, а количество частиц в каждой фракции определяется по выражению (12).

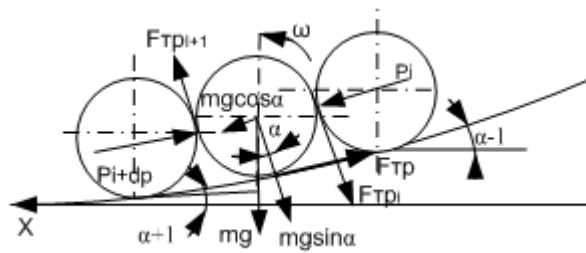


Рисунок 3 – Схема сил, действующих на частицу i -го слоя в радиальном направлении

Давление на каждую частицу распространяется пропорционально площади, занимаемой i -ой частицей в зоне давления. Площадь, занимаемая частицей в зоне пересечения частиц, определяется как $0,25 \pi d_{cp}^2$.

Условие движения частиц в радиальном направлении определяется неравенством, которое отражает превышение составляющих сил тяжести над силами трения между частицами и о плоскость наклонной круговой поверхности

$$mg \cos \alpha \sin \alpha (1 - f_t) + p_i \cos \left(\pi - \frac{\alpha_{i-1} + \alpha_i}{2} \right) \geq (p_i + dp) \times \cos \left(\pi - \frac{\alpha_i + \alpha_{i+1}}{2} \right) f_t^{gn} + F_{om} \sin \psi \quad (20)$$

где p_i - удельное давление на одну частицу;

m – масса частицы;

α_i, α_{i-1} – углы наклона поверхности на x_i и x_{i-1} окружности поверхности к горизонту;

$F_{от i}$ – сила отталкивания, возникающая при столкновении частиц;

ψ – угол между направлением сил трения при взаимодействии частиц и осью y .

Для определения условий перемещения частиц по окружностям наклонной поверхности рассмотрим схему действия усилий на частицу сыпучего материала при круговых горизонтальных колебаниях наклонной поверхности в одну сторону.

Основной движущей силой в этом случае выступает сила трения частицы о наклонную поверхность, которая должна превышать усилия от взаимодействия контактирующих частиц (рис.4)

$$mg f_t \geq (2p_i + dp_i) f_t^{gn} + F_{om} \cos \psi$$

Момент M_i сил относительно центра i -й частицы определяется как сумма моментов для всех сил

$$M_{x_i} = [mg \sin \alpha_i f_t - p_i f_t^{gn} - (p_i + dp) f_t^{gn}] r R_i \quad (21)$$

$$M_{y_i} = [mg f_t - p_i f_t^{gn} \sin \psi - (p_i + dp) f_t^{gn} \sin \psi] R_i \quad (22)$$

Сила отталкивания $F_{от}$ возникает между соседними частицами при условии возникновения упругой деформации при соударении ($\delta_{ij} > 0$) и

направлена по нормали, соединяющей центры частиц. Для ее определения используем упругую модель соударения [8].

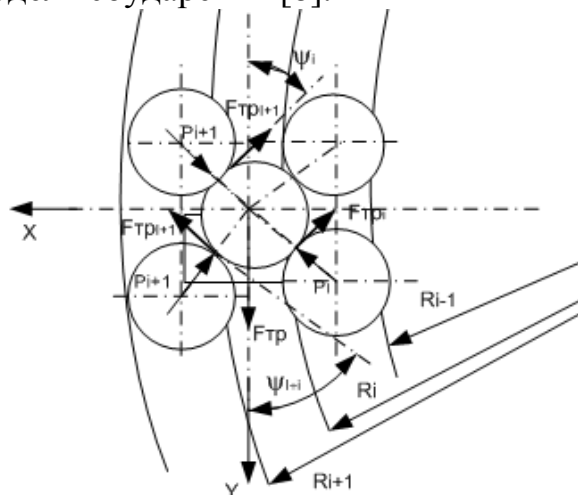


Рисунок 4 – Схемы сил, действующих на частицу при круговом движении наклонной поверхности в одну сторону.

Согласно Дж. Герцу [9] упругая сила отталкивания F_{om} равна

$$F_{om} = \frac{4}{3} \frac{E_i E_j}{(1 - \nu_i^2) E_j + (1 - \nu_j^2) E_i} \sqrt{\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}} \delta_{ij}^{\frac{3}{2}} \quad (23)$$

где ν_i - коэффициент Пуассона;

E_i - модуль упругости частицы.

Численное решение системы дифференциальных уравнений для каждой частицы за время t , которое определяется для каждого шага перехода частиц с одного условного круга однорядного расположения частиц в другой, дает возможность определить, заданные технологией обработки, параметры перемещения зернового материала и параметры наклонной круговой поверхности.

Выводы. Полученная модель однослойного перемещения зернового материала по наклонной круговой поверхности позволяет определить движение с переворачиванием и соударением совокупности упругих частиц, моделирующих дискретную среду и параметры микронизатора с наклонной круговой поверхностью.

Список литературы

1. Звіт про НДР/ІМТ УААН-УкрНТЕІ (заключний) №ДР 0101U007019, інв.№0206 U002844/ Створити технології і обладнання для переробки сої та виробництва на її основі кормових добавок і кормо сумішей/ Семіряк В.П., Воронін Л.С., Каніщева Л.О./ Запоріжжя, 2006.

2. Худоногов А.М. Технология обработки дикорастущего и сельскохозяйственного сырья высококонцентрированным инфракрасным нагревом. - Дисс. докт. техн. наук: 05.20.01.- Иркутск, 1988.- 392 с.

3 Шацкий В.В. Моделирование механизированных процессов приготовления кормов./ Шацкий В.В. – Запорожье.: ПЦ „Х-ПРЕСС”, 1998. - 140с.

4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 640 с.

5. Клишин С.В. Применение метода дискретных элементов при анализе гравитационного движения гранулированного материала в сходящемся канале// Горный информационно-аналитический бюллетень.(научно-технический журнал), 2009, №12, С.273-277

6.ГмурманВ.Е. Теория вероятности / В.Е. Гмурман – 9-е изд., стер.—М.: Высшая школа, 2003.— 479 с.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель – 4-е изд., стереотип. - М.: Наука, Физматгиз, 1969 - 576 с.

8. Kruggel-Emden H. et al. Review and extension of normal force models of the Discrete Element Method // Powder Technology. — 2007.—№171.

9. Тимошенко СП., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ. — М.: Наука, 1975. — 576 с.

Анотація

Дослідження одношарового переміщення зернового матеріалу по похилій круговій поверхні

Шацький В.В., Дем'яненко Д.В.

На основі методу дискретних елементів досліджується рух частинок зернового матеріалу на похилій круговій поверхні, що здійснює кругові горизонтальні коливання, з визначенням якісних показників розподілу частинок по поверхні.

Abstract

Research of odnosharovogo moving of corn material is on sloping circular surface

V. Shatsky, D. Demjanenko

On the basis of method of discrete elements motion of particles of corn material is probed on sloping of кpyгoвoй surface which carries out circular horizontal vibrations, with determination of high-quality indexes of distributing of particles for surfaces.