

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВАКУУМНОГО ФІЛЬТРУВАННЯ ДРІЖДЖОВОЇ СУСПЕНЗІЇ

**Поперечний А.М., д.т.н., проф., Павлов В.І., здобувач**  
*Донецький національний університет економіки і торгівлі імені  
Михайла Туган-Барановського*

*Запропоновано математичну модель процесу фільтрування на стрічкових вакуум-фільтрах щодо швидкості формування осаду. Наведений опис експериментальної установки для досліджень вакуумного фільтрування суспензій.*

**Постановка проблеми.** Процес фільтрування дуже поширений в харчовій промисловості. Наприклад, у цукробуряковому виробництві фільтрування використовують для відділення осаду від сатураційних соків, при очищенні сиропів і для розділення утфелю, щоб отримати кристалічний цукор. У пивоварінні фільтрування застосовують для відокремлення сусла від шротини і для освітлення пива. Широко застосовують цей процес у дріжджовому, виноробному, лікєро-горілчаному, плодово-соковому і бродильному виробництвах [1-3]. По цільовому призначенню процес фільтрування може бути очисним або продуктовим. В першому випадку цінність має фільтрат, в другому – осад.

Незважаючи на широке застосування в практиці харчових виробництв фільтрування для розділення суспензій теоретичні аспекти цього процесу до сучасного часу в достатній мірі ще не досліджені, хоча існує дуже багато розрахункових рівнянь для його характеристики. Часто в їх основу покладені помилкові погляди і припущення. Щоб запропоновані формули відповідали результатам, які одержані при проведенні процесу в лабораторних або промислових умовах, в них вводяться деякі постійні, що визначаються дослідним шляхом.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

В теорії фільтрування, основним завданням якої є визначення швидкості фільтрування – об'єму фільтрата, який отримують з одиниці площі фільтрувальної поверхні за одиницю часу, застосовують формулу [1,3,4]:

$$v = \frac{dV}{Sd\tau} = \frac{\Delta p}{\eta(R_0 + R_{II})}, \quad (1)$$

де  $V$  – об'єм фільтрата,  $m^3$ ;  $\Delta p$  – рушійна сила процесу – різниця тисків по обидва боки фільтрувальної перегородки,  $Pa$ ;  $S$  – площа фільтрувальної перегородки,  $m^2$ ;  $\tau$  – час фільтрування,  $s$ ;  $\eta$  – динамічний коефіцієнт в'язкості фільтрата,  $Pa \cdot s$ ;  $R_0$  – опір осаду;  $R_{II}$  – опір фільтрувальної перегородки,  $m^{-1}$ .

З рівняння (1) слідує, що якщо процес іде при постійному перепаді тисків, то у міру накопичення осаду на фільтрувальній перегородці росте опір фільтрування, а швидкість його зменшується.

Аналіз закономірностей течії середовища (газа, рідини) через полідисперсний нерухомий шар (осад), що містить між іншим частинки різної форми, – надзвичайно складна аналітична задача. Тому з метою її спрощення в прикладних цілях найчастіше розглядається ідеальний шар осаду, що складається із кулеподібних зерен однакового діаметра, та рух через нього фільтрату.

Для опису процесу фільтраційного руху рідини застосовують ряд математичних способів. Залежність між рушійною силою і швидкістю можливо визначити формулою Ергуна [5]:

$$\frac{\Delta p}{h_0} = 150 \frac{(1 - \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_0} \cdot \frac{v\eta}{d} + 1,75 \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{v^2 \rho}{d}, \quad (2)$$

де  $\varepsilon_0$  – порізність шару осаду;  $h_0$  – товщина осаду;  $d$  – розмір частинок;  $\eta$  – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини;  $\rho$  – густина рідини.

Перший доданок в (2) відображає вплив в'язкісних сил (ламінарна складова), другий – інерційних (турбулентна складова). При зменшенні швидкості руху рідини через шар осаду зменшуються обидві складові, але перша – поволі спадна; при зменшенні діаметра частинок ростуть обидві складові, але перша – швидше. Оскільки осад зображає собою нерухомий шар із твердих вельми дрібних частинок, то швидкість фільтрування вельми низька і рух фільтрату через шар осаду без помітної похибки можливо рахувати ламінарним. Тому нехтуючи другою складовою в (2) і переносючи  $h_0$  в праву частину рівності одержують:

$$\Delta p = 150 \frac{1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{v\eta}{d} \cdot h_0. \quad (3)$$

Позначивши комплекс

$$150 \frac{1 - \varepsilon_0^2}{\varepsilon_0^3} \cdot \frac{\eta}{d^2} = r_0, \quad (4)$$

як фактор питомого об'ємного опору осаду, визначають опір шару осаду по формулі:

$$R_0 = r_0 h_0 = r_0 x_0 V / S, \quad (5)$$

де  $h_0$  – висота шару осаду,  $m$ ,  $r_0$  – питомий об'ємний опір осаду,  $m^2$ ;  $x_0$  – відносна об'ємна концентрація твердої фази в суспензії (відношення об'єму осаду до об'єму фільтрату),  $m^3/m^3$ .

Відносно визначення питомого опору осаду можливо зробити наступне зауваження. Оскільки найчастіше при фільтруванні напоїв, соків, пива, вина тощо утворюються стисливі осади, то їх питомий опір залежить від різниці тисків на шарі  $\Delta p$ , а для розрахунку питомого опору осаду  $r_0$  найбільш часто застосовують наступне рівняння [2,6,7]:

$$r_0 = r \cdot \Delta p^n, \quad (6)$$

де  $r$  – питомий опір нестисненого осаду;  $\Delta p$  – перепад тиску на шарі осаду;  $n$  – показник степені, що визначається експериментально.

Для нестисливих осадів  $n=0$  і  $r_0=r$ , тобто  $n$  не залежить від тиску. При цьому збільшення різниці тисків обумовлює збільшення швидкості фільтрування. З іншої сторони, відомо [2], що для протопектинів в фруктових соках, вині, пивних дріжджах  $n \approx 1$  і збільшення різниці тисків не прискорює фільтрування. Неважко помітити, що при  $\Delta p \rightarrow 0$  рівняння (6) дає замість  $r_0=r$  парадоксальний результат  $r_0=0$ , що не має фізичного змісту. Аналогічна ситуація має місце при дуже високих значеннях  $\Delta p$ , коли  $r_0$  не обов'язково прагне до нескінченності. Відмічене зауваження дозволяє стверджувати, що рівняння (6) якісно і кількісно невірно описує процес фільтрування, а вирішення рівняння (1) потребує обов'язкового проведення експериментальних досліджень.

Підставивши (5) в рівняння (1) одержимо:

$$\frac{dV}{S d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta (r_0 x_0 V / S + R_{II})}. \quad (7)$$

Для випадку фільтрування при  $\Delta p = const$  із рівняння (7) після його інтегрування в межах  $0 - V$  і  $0 - \tau$  одержимо:

$$V^2 + 2 \frac{R_{II} S}{r_0 x_0} V = 2 \frac{\Delta p S^2}{\eta r_0 x_0} \tau. \quad (8)$$

Рівняння (8) при  $S=Im^2$  звичайно представляють в вигляді інтегральної параболічної моделі Дарсі – Рутса:

$$V^2 + 2VV_0 = k_p \tau, \quad (9)$$

де  $V_0$  і  $k_p$  – константи фільтрування, математичний вираз яких визначається із рівняння (8). Рівняння (9) є рівнянням параболи, його похідна дає рівняння прямої лінії.

### **Визначення невіршених проблем.**

При розгляді основних закономірностей фільтрування аналізується рух рідини через фільтруючий елемент – матеріал фільтра і осад на ньому. При цьому, формулами (1) – (9) користуються при розрахунках швидкості потоку рідини (фільтрату) всіх видів фільтрувальної апаратури, в тому числі і вакуум – фільтрів. Питання про швидкість формування осаду на фільтрах, як одного із головних показників фільтрування, в аналітичних дослідженнях не розглядається. В розрахунках використовують емпіричні дані, що зв'язують кількість та специфічні характеристики осаду, який відкладається на фільтрі, з тривалістю процесу.

Швидкість цього процесу, тобто переносу твердих частинок суспензії до фільтрувальної перегородки, визначається взаємодією гравітаційних сил і сил, що створюються різницею тисків. Розглядаючи найбільш перспективні для харчових виробництв безперервнодіючі барабанні і стрічкові вакуум-фільтри, які забезпечують значну інтенсифікацію процесу шляхом регенерації фільтруючої перегородки, слід відмітити, що барабанний вакуум-фільтр характеризується протилежним напрямком сили тяжіння і руху фільтрата. Для стрічкових вакуум-фільтрів, в яких напрям цих сил співпадає, швидкість утворення осаду, без урахування впливу збурюючих факторів, може бути визначена за формулою:

$$v_0 = v_T + v_p, \quad (10)$$

де  $v_T$  і  $v_p$  – відповідно абсолютна швидкість переміщення частинок відносно середовища в гравітаційному полі і швидкість переміщення середовища за рахунок дії різниці тисків.

Вираз для першої складової правої частини рівняння (10) з урахуванням закону Стокса має вигляд:

$$v_T = \frac{f(1-x_0)^b(\rho_T - \rho_P)d^2 g}{\eta}, \quad (11)$$

де  $f$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від форми частинок ( $f = 1,0$  – для кулястих частинок;  $f = 0,77$  – для округлих;  $f = 0,66$  – для кутових;  $f = 0,58$  – для продовгуватих,  $f = 0,43$  – для пластинчатих);  $x_0$  – об’ємна концентрація твердого в суспензії; наприклад, в соках, які фільтруються на цукрових заводах, досягає 0,2 (20%);  $b$  – експериментально визначаєма постійна;  $\rho_T$  і  $\rho_P$  – густина твердої і рідинної фаз суспензії;  $d$  – розмір частинок;  $g$  – прискорення вільного падання;  $\eta$  – динамічний коефіцієнт в’язкості рідинної фази суспензії.

Рівняння для швидкості переміщення середовища за рахунок дії різниці тисків з урахуванням (1) і (5) має вигляд:

$$v_p = \frac{\Delta p}{\eta(r_0 h_0 + R_{II})}. \quad (12)$$

Таким чином, швидкість формування осаду на стрічкових вакуум-фільтрах запишеться у такому вигляді:

$$v_0 = \frac{f(1-x_0)^b(\rho_T - \rho_P)d^2 g}{\eta} + \frac{\Delta p}{\eta(r_0 h_0 + R_{II})}. \quad (13)$$

Перша складова в виразі (13) виявляє суттєвий вплив на формування осаду і результати процесу. Аналіз виразу(13), що характеризує якісну сторону процесу, призводить до наступних основних висновків.

На фільтрувальній перегородці в першу чергу повинні осаджуватись найбільш великі і важкі частинки, а найбільш тонкі – в останню чергу. Чим крупніша частинка, тим раніше вона повинна досягнути фільтрувальної перегородки.

Швидкість утворення осаду зменшується в процесі фільтрування, і цьому повинна відповідати зміна в розподілі частинок за крупністю по висоті осаду. Процес формування осаду, таким чином, можливо розглядати як результат пошарової класифікації в гранулометричному відношенні.

При фільтруванні на рухомій фільтруючій поверхні, яка постійно оновлюється, приріст кількості осаду можливо розглядати по елементарній довжині шляху  $dl$  при ширині поверхні (стрічки)  $b$  як об’єм осаду рівний

$$dV_1 = b \cdot \frac{dl}{2} dh,$$

де  $dh$  – приріст висоти шару осаду.

Цей об'єм, з іншої сторони, рівняється  $x_0 \cdot dV$ , де  $dV$  – об'єм фільтрата, який пройшов через площадку  $b \cdot dl$  за час  $d\tau$ . Прирівнюючи ці два вирази об'єму

$$b \frac{dl}{2} dh = x_0 \cdot V \cdot dl \cdot b \cdot d\tau,$$

де  $x_0$  – об'єм вологого осаду на  $1\text{м}^3$  фільтрата, ( $\text{м}^3/\text{м}^3$ ), після перетворень одержуємо:

$$\frac{dh}{x_0} = 2V d\tau. \quad (14)$$

Кількісна модель процесу нагромадження осаду на стрічковому вакуум-фільтрі може бути побудована на основі балансу сил, які діють на одиницю об'єму твердої фази в суспензії:

- сили тяжіння  $\rho_T g$ ;
- сили, що визначається різницею тисків  $\lambda \Delta p$ ;
- підйомної сили середовища (сили Архімеда)  $\rho_p g$ ;
- сили опору середовища, яка залежить від вектора швидкості (стоксовий опір)  $\alpha v_0$ ;
- дифузійної сили перемішування  $\kappa \alpha \frac{1}{c} \Delta c$ .

Без врахування дисперсії частинок відносно центра мас одержуємо:

$$\rho_T g + \lambda \Delta p = \rho_p g + \alpha v_0 + \kappa \alpha \Delta c / c, \quad (15)$$

звідки швидкість нагромадження осаду буде:

$$v_0 = -\frac{\kappa}{c} \Delta c + \frac{1}{\alpha} [g(\rho_T - \rho_p) + \lambda \Delta p], \quad (16)$$

де  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  – коефіцієнти дифузії, опору і пропорційності відповідно.

У випадку одномірного простору (при  $g \parallel z$ ) рівняння масопереноса має вигляд:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \kappa \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \omega \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (17)$$

де  $\tau$  – час процесу;  $\omega$  – параметр, що відповідає осередненій швидкості переміщення частинок під дією сил тяжіння і вакууму:

$$\omega = \frac{1}{\alpha} \left[ g(\rho_T - \rho_P) + \lambda \frac{\Delta p}{h} \right]. \quad (18)$$

В задачу технологічного розрахунку фільтрувальної апаратури входить встановлення зв'язку  $\Delta p$  і характеристик суспензії та осаду з основними геометричними розмірами, а також швидкістю переміщення поверхні фільтрування. Щоб виконати розрахунки за розглянутими вище рівняннями, треба знати константи фільтрування, які визначаються експериментально.

Для фізичного моделювання вакуумного фільтрування суспензій створено спеціальний стенд, який дозволяє моделювати процес на барабанних та стрічкових вакуум-фільтрах (рис. 1).

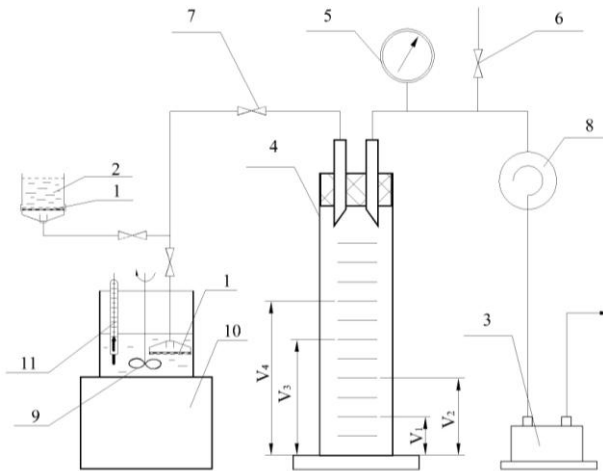


Рис.1. Принципова схема експериментальної установки для досліджень процесу фільтрування

Установка для проведення експериментальних досліджень з фільтрування складається із елемента вакуум-фільтра 1, вакуум-насоса 3, мірної склянки для фільтрату 4, крапельловлювача 8 і вимірювальних приладів: вакуумметра 5 і секундоміра.

Елемент вакуум-фільтра – розбірний. Він складається з лійки, знімної решітки (перфорованого диска) і затискної кришки з циліндричною ємністю 2. На лійку з установленою решіткою накладають фільтрувальну тканину і затискають кришкою.

Установка обладнана механічною мішалкою 9, приладом для вимірювання температури суспензії 11 та пристроєм для її нагрівання 10.

Окремі частини установки з'єднані між собою вакуумними гумовими трубками. На трубках встановлено кран 6, яким при працюючому вакуум-наосі створюють потрібний ступінь розрідження. Кран 7 відкривають після підготовки всієї установки до роботи (експерименту) на заданому режимі.

Задача експериментальних досліджень полягала в знаходженні параметрів процесу фільтрування  $r_0$  і  $R_{II}$  по зафіксованим в ході досліджень спряженим величинам змінних  $V$ ,  $\tau$ ,  $\Delta p$  при відомій площі фільтра  $S$ . Досліди були поставлені з натурними суспензіями і фільтруючими перегородками, які застосовуються (чи будуть застосовані) в реальному виробничому процесі (природно, площа перегородки  $S$  в умовах лабораторного дослідження була меншою).

Проведені попередні експериментальні дослідження по фільтруванню дріжджової суспензії з використанням в якості фільтрувальної перегородки тканини – бельтінг [8]. Фільтрування проводилось при різних постійних тисках в межах 0,05...0,08 МПа. Площа фільтруючої перегородки складала  $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ . Ці дослідження підтвердили працездатність установки та можливість проведення фільтрування різноманітних суспензій в широкому діапазоні зміни вихідних параметрів.

**Висновки.** Наведено аналіз математичних залежностей по опису процесу фільтрування. Запропоноване аналітичне дослідження по визначенню швидкості формування осаду на фільтруючій перегородці. Запропонована експериментальна установка для фізичного моделювання вакуумного фільтрування суспензій. Задача подальших досліджень – проведення експериментальних досліджень по вакуумному фільтруванню дріжджової (та інших) суспензій з метою одержання даних відносно констант процесу та визначення питомого опору осаду і фільтруючої перегородки, без знань яких неможливо розрахувати фільтруючу апаратуру.

### Список літератури

1. Процессы и аппараты пищевых производств: Учеб. для вузов: в 2 кн. /А.Н. Остриков и др.; Под ред. А.Н. Острикова Кн.1 / – СПб. : ГИОРД, 2007. – 704с. ISBN 978-5-988-79-030-3
2. Лонцин М. Основные процессы пищевых производств / М.Лонцин, Р.Мерсон. Пер.с англ. – М.: Легкая и пищевая пром-сть, 1983. – 384с.
3. Технология пищевых производств /А.П. Нечаев, И.С. Шуб, О.М.Аношина и др.; Под ред. А.П. Нечаева. – М.: КолосС, 2005. –



768с.

4. Жужиков В.А. Фильтрование. – М.:Химия, 1968. – 412с.
5. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: Учебник: В 2кн. / В.Г.Айнштейн, М.К.Захаров, Г.А.Носов и др.; Под ред. В.Г.Айнштейна. М.: Логос; Высшая школа, 2003. Кн.1 – 912с.
6. ISBN 5-94010-123-2 («Логос»)
7. ISBN 5-06-004231-6 («Высшая школа»)
8. Каглер М .Фильтрование пива/ М. Каглер, Я.Воборский. Пер. с чешского. – М.:Агропромиздат, 1986. – 279с.
9. Асланов В,С,, Соболев Э.М., Короткова Т.Г., Константинов Е.Н. Моделирование процесса фильтрации виноградного сока и вина. Известия ВУЗов. Пищевая технология, №1 – 2002. с. 61 – 62.
10. Новаковская С.С., Шишацкий Ю.И. Производство хлебопекарных дрожжей: Справочник. – М.: Агропромиздат. 1990. – 335с.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВАКУУМНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДРОЖЖЕВОЙ СУСПЕНЗИИ**

*Предложено математическую модель процесса фильтрования на ленточных вакуум-фильтрах относительно скорости формирования осадка. Приведено описание экспериментальной установки для исследований вакуумного фильтрования суспензий.*

## **MODELLING OF PROCESS OF THE VACUUM FILTRATION OF BARMY SUSPENSION**

*It is offered mathematical model of process of filtering on tape vacuum-filters concerning speed of formation of a deposit. The description of experimental installation for researches of vacuum filtering of suspensions is resulted.*