УДК 631.362

УРАВНЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВИБРОУДАРНОГО ДВИЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ ПО ДЕКЕ ВИБРОСЕПАРАТОРА

Завгородний А.И., д.т.н., проф., Обыхвист А.В., Тарасенко Д.В., инженеры
(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко)

В статье рассматривается периодическое безотрывное движение сферических частиц без проскальзывания по поверхности малогабаритной деки вибросепаратора зерновых смесей. Предложены уравнения для оптимизации параметров работы сепаратора.

Постановка проблемы: Учеными Харьковского национального технического университета сельского хозяйства имени Петра Василенко созданы безрешетные вибрационные сепараторы для обработки трудноразделимых зерновых смесей. Высокое качество разделения на этих сепараторах достигается за счет одновременного использования комплекса физико-механических свойств частиц: упругости, шероховатости, крупности, формы [1]. Однако качественное разделение смесей наблюдается тогда, когда движение по рабочим органам (декам) происходит разреженным слоем, где каждая частица может контактировать с поверхностью деки и в максимальной степени проявлять свои свойства. В связи с этим увеличение подачи зернового материала и повышение производительности таких сепараторов до уровня воздушно-решетно-триерных машин не представляется возможным. Поэтому актуальным является поиск новых рабочих органов, которые бы при сохранении высокого качества разделения имели увеличенную производительность.

Нами предложен новый способ вибросепарации зерновых смесей [2], основанный на отличии “микротраекторий” движения частиц по рабочей поверхности. В нем используется возможность разделения частиц смеси на ограниченном участке траектории, что дает возможность выполнять деки вибросепаратора малогабаритными, размещать в том же объеме большее их количество и, как следствие, увеличивать производительность сепарации.

Цель исследований. На первом этапе исследования технологического процесса сепарации движение частиц зерновой смеси моделировалось как движение материальных точек, обладающих упругостью и шероховатостью [3-8]. Такая модель применима только в случае, если смесь состоит из плоских (некувыркающихся) частиц. Теперь мы рассмотрим движение сферических частиц, охватывая, тем самым, бóльшее число реально существующих зерновых смесей, например, рапса, гороха, проса, мака, капусты и многих других.

Дека вибросепаратора имеет плоскую несущую поверхность, перпендикулярно к которой установлена упругая отражающая пластина. С учетом этого разработана расчетная схема движения сферической частицы, представленная на рис.1. Роли несущей поверхности и отражательной пластины на этой схеме играют, соответственно, координатные оси Ox и Oy при этом ось Ox наклонена к горизонту под углом α. Названная система координат xOy является относительной. Она жестко связана с декой сепаратора и движется вместе с ней. XO^*Y – абсолютная (неподвижная) система координат. Относительная система координат (дека сепаратора) совершает гармонические прямолинейные колебания ($A\sin\omega t$) под углом β к оси O^*X. На движущуюся сферическую частицу в относительной системе координат действуют следующие силы: веса (mg); инерции ($P = mA\omega^2 \sin\omega t$), трения ($F$) и нормальной реакции ($N$), которая смещена от центра C сферы на расстояние l (l – коэффициент трения качения).

Рассмотрим технологически приемлемый режим движения, при котором наблюдается постоянный контакт частицы с рабочей поверхностью. Кроме того, будем считать, что проскальзывание в точке контакта частицы с поверхностью отсутствует (это оправдано тем, что большинство семян сельскохозяйственных культур обладает шероховатой поверхностью). Учитывая действующие силы, дифференциальные уравнения безотрывного движения частицы при отсутствии скольжения можно представить в виде:

$$m\ddot{x} = P\cos\beta - F - mg\sin\alpha\,, \tag{1}$$

$$m\ddot{y} = N - P\sin\beta - mg\cos\alpha\,, \tag{2}$$

$$I\ddot{\varphi} = Fr - Nl\,, \tag{3}$$

где: m, r – соответственно, масса и радиус сферической частицы;

I – момент инерции частицы относительно ее диаметра.

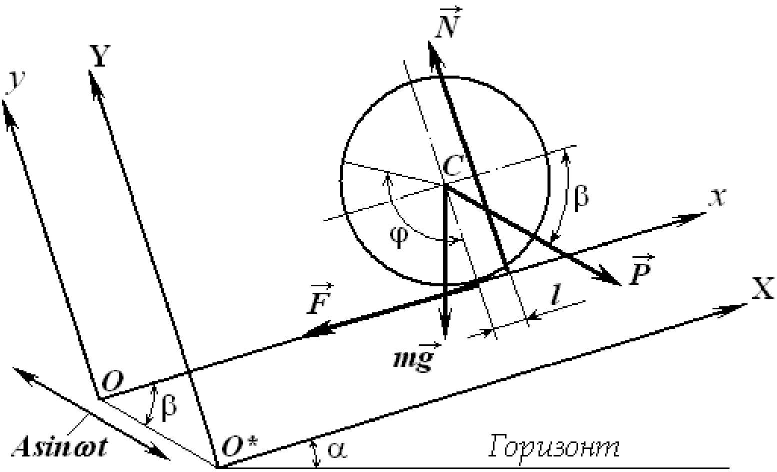

Рис.1. Расчетная схема движения сферической частицы

При безотрывном режиме движения $y = r = const$, вследствие чего $\ddot{y} = 0$ и для нормальной реакции из уравнения (2) будем иметь:

$$N = P\sin\beta + mg\cos\alpha = mA\omega^2\sin\beta\sin\omega t + mg\cos\alpha\,, \tag{4}$$

где A, ω – соответственно, амплитуда и круговая частота колебаний деки.

Так как скольжения нет, можно записать следующие уравнения связи:

$$x = r\varphi, \quad \dot{x} = r\dot{\varphi}, \quad \ddot{x} = r\ddot{\varphi} \tag{5}$$

Рассматривая совместно соотношения (3) и (5), после исключения переменной $\ddot{\varphi}$ для силы трения запишем:

$$F = \left(I\ddot{x} + rlN\right)\big/ r^2\,. \tag{6}$$

Принимая во внимание, что момент инерции равен произведению массы частицы на квадрат радиуса инерции ($I = m\rho^2$), введем следующие обозначения:

$$\left(\frac{\rho}{r}\right)^2 = \mu; \qquad \frac{l}{r} = \nu . \tag{7}$$

С учетом этих обозначений и выражения (4) сила трения преобразуется к виду:

$$F = \mu m\ddot{x} + \nu m\left(A\omega^2 \sin\beta \sin\omega t + g\cos\alpha\right). \tag{8}$$

Теперь, с учетом соотношений (4) и (8), дифферен–циальное уравнение (1) движения частицы запишется так:

$$\left(1+\mu\right)\ddot{x} = A\omega^2\left(\cos\beta - \nu\sin\beta\right)\sin\omega t - g\left(\sin\alpha + \nu\cos\alpha\right). \tag{9}$$

Если ввести обозначения

$$a = \frac{\cos\beta - \nu\sin\beta}{1+\mu}, \quad b = \frac{\sin\alpha + \nu\cos\alpha}{1+\mu}, \tag{10}$$

то это уравнение существенно упрощается:

$$\ddot{x} = aA\omega^2 \sin\omega t - bg . \tag{11}$$

Оно допускает понижение порядка интегрированием:

$$\dot{x} = -aA\omega\cos\omega t - bgt + C_1; \tag{12}$$

$$x = -aA\sin\omega t - bg\frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2 . \tag{13}$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Совместим, далее, начало отсчета времени с моментом соударения частицы с отражателем – осью Oy. Так как время соударения в сравнении с периодом движения очень мало – удар будем считать мгновенным, что дает возможность отождествлять начало движения частицы (после отскока ее от оси Oy) с моментом удара. При этом для определения постоянных интегрирования можно записать следующие начальные условия:

$$x = 0, \quad \dot{x} = V \quad при \quad t = t_y , \tag{14}$$

где: V – скорость центра масс C шара (рис.1) вдоль оси Ox после удара; t_y – момент удара.

Следует отметить, что для рассматриваемой схемы движения, когда точка поверхности шара, контактирующая с отражателем, и центр масс C находятся на одной и той же прямой (параллельной оси Ox), их скорости в указанном направлении равны. Поэтому и для нормальной составляющей V_n точки контакта, и для скорости V_C центра масс шара вдоль оси Ox принято одинаковое обозначение – V.

Подставляя начальные условия в уравнения (12), (13), для определения постоянных интегрирования, будем иметь два уравнения, решая которые найдем:

$$C_1 = aA\omega\cos\omega t_y + bgt_y + V\ ; \qquad (15)$$

$$C_2 = aA\sin\omega t_y + bg\frac{t_y^2}{2} - t_y aA\omega\cos\omega t_y - bgt_y^2 - Vt_y \qquad (16)$$

Исключим теперь C_1, C_2 из уравнений движения (12), (13), которые после надлежащих преобразований примут вид:

$$\dot{x} = aA\omega\left(\cos\omega t_y - \cos\omega t\right) - bg\left(t - t_y\right) + V\ ; \qquad (17)$$

$$x = aA\left(\sin\omega t_y - \sin\omega t\right) + aA\omega\left(t - t_y\right)\sin\omega t_y - \tfrac{1}{2}bg\left(t - t_y\right)^2 + V\left(t - t_y\right) \quad (18)$$

В записанных уравнениях величины $V,\ t_y$ остаются пока неизвестными. Их следует определить таким образом, чтобы движение частицы было периодическим (устойчивость такого движения вытекает из работы [9]). Условия периодичности состоят в том, что по истечению периода движения частицы, включая и удар, ее кинематические параметры должны быть такими же, как и в начале движения. Это можно записать следующим образом:

$$\dot{x} = U, \quad x = 0 \quad при \quad t = t_y + T\ ; \qquad (19)$$

$$V = -RU\ . \qquad (20)$$

где: $T = 2\pi/\omega$ – период движения частицы, совпадающий с периодом колебаний деки;

U – скорость центра масс частицы до удара (здесь, как и ранее, скорость центра масс U_C и нормальная составляющая U_n скорости точки контакта до удара равны и обозначены буквой U без индексов).

R – коэффициент восстановления скорости при ударе.

Используя начальные условия (19) и соотношения (17), (18) для определения неизвестных $U,\ V,\ t_y$, кроме уравнения удара (20), запишем:

$$U = aA\omega\left[\cos\omega t_y - \cos\omega\left(t_y + T\right)\right] - bgT + V\ ; \qquad (21)$$

$$aA\left[\sin\omega t_y - \sin\omega\left(t_y + T\right)\right] + aA\omega T\cos\omega t_y - 0.5bgT^2 + VT = 0\ . \quad (22)$$

Эти уравнения легко упрощаются, что дает возможность получить аналитическое решение системы относительно указанных неизвестных. Учтем при этом выражения (10) для обозначений a и b:

$$t_y=\frac{1}{\omega}\arccos\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}\right); \tag{23}$$

$$V=\frac{2\pi gR(\sin\alpha+\nu\cos\alpha)}{\omega(1+R)(1+\mu)}; \tag{24}$$

$$U=-\frac{2\pi g(\sin\alpha+\nu\cos\alpha)}{\omega(1+R)(1+\mu)}, \tag{25}$$

где использовано общепринятое обозначение для коэффициента кинематического режима $K=A\omega^2/g$.

При известных значениях параметров U, V, t_y становится возможным определение положения частицы, ее скорости и ускорения в любой момент времени. Окончательно, с учетом выражений (23)-(25), уравнения движения частицы запишутся так:

$$\ddot{x}=\frac{1}{1+\mu}\left[A\omega^2(\cos\beta-\nu\sin\beta)\sin\omega t-g(\sin\alpha+\nu\cos\alpha)\right]; \tag{26}$$

$$\dot{x}=A\omega\frac{\cos\beta-\nu\sin\beta}{1+\mu}\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}-\cos\omega t\right)-$$
$$-g\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{1+\mu}\left[t-\frac{1}{\omega}\arccos\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{2\pi}{\omega}\cdot\frac{R}{1+R}\right]; \tag{27}$$

$$x=A\frac{\cos\beta-\nu\sin\beta}{1+\mu}\left[\sqrt{1-\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}\right)^2}-\sin\omega t\right]+$$
$$+\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{1+\mu}\left[t-\frac{1}{\omega}\arccos\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}\right)\right]\left\{A\omega\frac{\pi}{K}-\right.$$
$$\left.-\frac{g}{2}\left[t-\frac{1}{\omega}\arccos\left(\frac{\pi}{K}\cdot\frac{1-R}{1+R}\cdot\frac{\sin\alpha+\nu\cos\alpha}{\cos\beta-\nu\sin\beta}\right)\right]\right\}. \tag{28}$$

Основным технологическим параметром (по которому происходит процесс разделения смеси на малогабаритной деке) является величина максимального удаления $x_{\max}$ частицы от отражательной пластины после удара. Отклонение частицы от указанной пластины на максимальную величину достигается в момент t_o ее остановки в верхнем положении и изменения направления движения. Очевидно, что значение времени t_o можно определить из трансцендентного уравнения $\dot{x}=0$ (27), после чего величина $x_{\max}$ легко находится по уравнению (28) при $t=t_o$ ($x_{\max}=x(t_o)$).

Уравнения (26)-(28) следует дополнить условиями отсутствия проскальзывания и отрыва частицы от поверхности деки, за пределами которых эти уравнения теряют смысл.

Поскольку рассматривается периодическое движение, достаточно провести исследования с помощью записанных уравнений на участке времени, равному одному периоду движения.

Выводы. Полученные уравнения движения сферической частицы связывают путь, скорость и ускорение ее центра тяжести с параметрами настройки машины (A, ω, α, β) и параметрами, характеризующие свойства частицы: крупность (r), упругость (R), инертность вращения (μ), трение качения (ν). Это дает возможность устанавливать зависимость кинематических характеристик ($x, \dot{x}, \ddot{x}$) от указанных параметров.

Коэффициент трения скольжения (f) не входит в уравнения (26)-(28) и, следовательно, не влияет на движение частицы в безотрывном периодическом режиме качения без проскальзывания, поэтому разделение округлых частиц в указанном режиме на малогабаритных деках происходит по крупности (r), упругости (R), инертности вращения (μ) и трению качения (ν).

Среди параметров $U, V, t_y, t_o, x_{\max}$, определяющих периодичность движения, наибольший интерес вызывает размах $x_{\max}$ качаний частицы по поверхности деки, который служит признаком разделения смесей на малогабаритных деках. Для первых трех из указанных параметров получены аналитические зависимости, позволяющие найти их значения через параметры настройки машины и показатели свойств частицы. Параметр t_o можно определить численными методами из трансцендентного уравнения $\dot{x}(t_o)=0$ (27), после чего размах x_{max} легко находится из равенства (28) при $t = t_o$. Таким образом, полученные уравнения позволяют при известных свойствах частиц оценивать степень влияния на разделяемость смеси основных параметров работы машины (A, ω, α, β) с целью их оптимизации.

Перспективы развития в данном направлении усматриваются в том, чтобы провести исследования движения частиц по декам с различным профилем поперечного сечения. Это даст возможность подобрать рациональные профили малогабаритных дек для различных зерновых смесей сельскохозяйственных культур.

Список литературы

1. Заика П.М., Мазнев Г.Е. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств.– М.: Колос, 1978.– 240с.

2. А.с. 1516150. Способ разделения сыпучих материалов и устройство для его осуществления / П.М.Заика, А.Г.Хливняк, А.И.Завгородний и др. – Опубл. в Б.И., 1989, №39.

3. Завгородний А.И., Обыхвост А.В. Периодический режим движения частиц по деке вибросепаратора // Вибрации в технике и технологиях: Всеукраинский научно-технический журнал. – Харьков. ХНТУСХ. 17-18 жовтня 2003. – Вып.6. – С.43.

4. Завгородний А.И., Обыхвист А.В. Обоснование минимальной интенсивности колебаний в процессе вибросепарации // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник харківського державного технічного університету сільського господарства. Вип.20 – Харків: СПДФО, 2003.– С.105-115.

5. Завгородний А.И., Обыхвост А.В. Устойчивость периодического режима движения частиц по деке вибросепаратора // Вибрации в технике и технологиях: Всеукраинский научно-технический журнал. – Полтава. ПНТУ ім.Юрія Кондратюка. 3-7 жовтня 2006. – Вып.1(43). – С.37. 1.

6. Завгородній О.І., Обихвіст О.В. Періодичний рух частинок в процесі вібросепарації з упровадженням зміни напрямку коливань деки // Науковий вісник НАУ, №92, Ч.1, 2005.– С.228-238.

7. Завгородний А.И., Шептур А.А., Обыхвист А.В. Результаты очистки с одновременным сортированием семян проса // Механизация сельскохозяйственного производства «Технічний прогрес в АПК»: Вестник ХНТУСХ.– Харьков, 2004, Вып.29.– С.144-

147.
8. Завгородний А.И., Обыхвист А.В. Обоснование типа рабочей поверхности вибросепаратора на основе изучения свойств люцерны // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка, Вип.75, Том 1. – Харків, 2008.– С.213-216.
9. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы. – М.: Наука, 1973.–592с.
10. Плявниекс В.Ю. Расчет косого удара о препятствие // Вопросы динамики и прочности, Вып.18.– Рига: “Зинатне”, 1969.– С.87-102.

РІВНЯННЯ ПЕРІОДИЧНОГО ВІБРОУДАРНОГО РУХУ СФЕРИЧНОЇ ЧАСТИНКИ ПО ДЕЦІ ВІБРОСЕПАРАОРА

В статті розглядається періодичний безвідривний рух сферичних частинок без ковзання по поверхні малогабаритної деки вібросепаратора зернових сумішей. Запропоновані рівняння для оптимізації параметрів роботи сепаратора.

THE EQUATIONS OF PERIODIC MOVEMENT OF A SPHERICAL PARTICLE ON A WORKING BODY OF THE VIBRATING MACHINE

In clause the periodic movement of spherical particles without sliding on a surface of a working body of the machine for clearing grain mixes is considered. The equations for optimization of parameters of work of the machine are offered.