

ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ РУХУ ЧАСТИНОК В ПЛОСКОМУ НАХИЛЕНОМУ КАНАЛІ ПНЕВМАТИЧНИХ СЕПАРАТОРІВ

**Бакум М.В. к.т.н., доц., Ольшанський В.П. д.ф.-м.н., проф.,
Крекот М.М. асп.**

*(Харківський національний технічний університет сільського
господарства імені Петра Василенка)*

Отримано аналітичний розв'язок спрощених нелінійних диференційних рівнянь руху матеріальної точки (насіння) в плоскому нахиленому каналі пневмосепаратора. Виведені та апробовані розрахунками формули для визначення швидкостей, часу та дальності польоту частинок в однорідному висхідному повітряному потоці.

Постановка проблеми. Аеросепарування відноситься до поширених способів післязбиральної обробки зернових сумішей. Подальше удосконалення пневмосепараторів пов'язане з розробкою математичних моделей руху зерна в полі гравітації і повітряного потоку. Відомі нелінійні математичні моделі базуються на числовому розв'язку диференційних рівнянь руху частинок. Одержання аналітичних розв'язків цих рівнянь пов'язане з суттєвими математичними складнощами. Їх можна подолати прийняттям певних спрощень в постановці задачі. Тому отримання достатньо точних наближених аналітичних розв'язків рівнянь польоту часток в повітряному потоці залишається актуальною задачею. На її розв'язання орієнтована дана робота.

Аналіз останніх досліджень та публікацій з повітряної сепарації зерна викладений в [1]. Із останніх робіт за проблемою відмітимо [2], [3]. В роботі [2] обґрунтовано вплив живильника на ефективність сепарації у горизонтальному повітряному потоці. В дисертації [3] досліджено вплив нерівномірності потоку повітря по висоті каналу прямокутного перетину на якість розділення зернових сумішей. В статті [4] описані будова і принцип роботи зигзагоподібного кільцевого пневмосепаратора. Результати роботи модернізованого сепаратора з нахиленим повітряним каналом при очищенні насіння редиски опубліковані в [5]. Загальні напрямки інтенсифікації попереднього очищення зерна повітряними потоками і

особисті результати досліджень наведені авторами в роботі [6].

Метою досліджень є отримання аналітичних розв'язків задачі Коші для розрахунку кінематичних характеристик польоту частинок в плоскому нахиленому каналі пневмосепараторів, а також апробація виведених формул.

Результати досліджень. Розглянемо плоский повітряний канал у якого верхня і нижня стінки нахилені до горизонту під кутом α , а відстань між ними дорівнює h . Швидкість висхідного повітряного потоку \vec{V} паралельна стінкам каналу і є сталою величиною.

В повернутій на кут α Прямокутній системі координат, наведеній на рис. 1, рух частинки, як матеріальної точки, описується системою диференційних рівнянь:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - k(V - \dot{x})\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= -g \sin \alpha; \\ \ddot{y} - k\dot{y}\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= g \cos \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

де g - прискорення вільного падіння; k – коефіцієнт вітрильності частинок, пов'язаний зі швидкістю її витання \mathcal{G}_n співвідношенням:

$$k = g \mathcal{G}_n^{-2}. \quad (2)$$

Крапкою над символами позначені похідні за часом t .

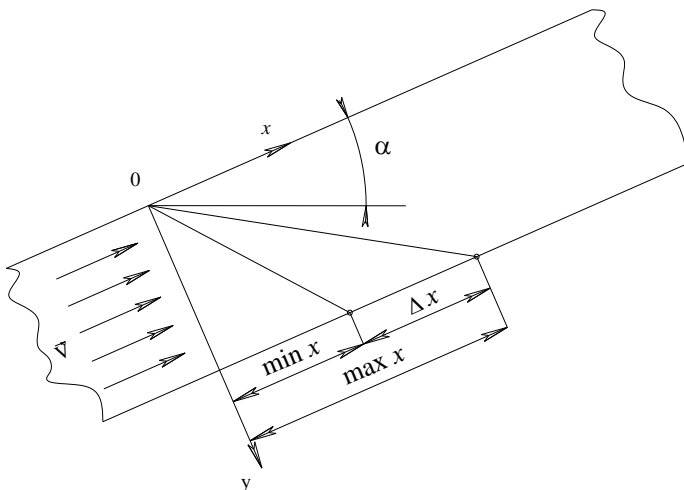


Рис. 1 – Розрахункова схема

При записі рівнянь (1) силу взаємодії частинки з повітряним потоком прийняли пропорційною квадрату її відносної швидкості.

Вихідними умовами до рівнянь (1) приймаємо:

$$x(0) = y(0) = 0; \dot{x}(0) = \mathcal{G}_1; \dot{y}(0) = \mathcal{G}_2, \quad (3)$$

де \mathcal{G}_1 і \mathcal{G}_2 – проекції початкової швидкості частинки, з якою вона потрапляє в канал.

Далі спростимо систему рівнянь (1). Враховуючи, що в каналі $\dot{y}^2 \ll (V - \dot{x})^2$ систему рівнянь (1) запишемо у спрощеному вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - k(V - \dot{x})^2 &= -g_1; \\ \ddot{y} + k\dot{y}(V - \dot{x}) &= g_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Інтеграли першого рівняння системи (4), з врахуванням (3), мають вигляд:

$$\dot{x}(t) = V - \mathcal{G}^* \frac{\exp(2k\mathcal{G}^*t) + c}{\exp(2k\mathcal{G}^*t) - c}; \quad (5)$$

$$x(t) = (V + \mathcal{G}^*) \cdot t - \frac{1}{k} \ln \frac{\exp(2k\mathcal{G}^*t)}{1 - c},$$

$$\text{де } \mathcal{G}^* = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{k}}; c = \frac{V - \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}^*}{V - \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}^*}.$$

Інтегрування другого рівняння системи (4), з врахуванням вихідних умов (3), дозволяють отримати формули для визначення швидкості та переміщення у вигляді:

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{\exp(2k\mathcal{G}^*t) - c} \left\{ \begin{aligned} &\left[\mathcal{G}_2(1 - c) - \frac{g_2(1 + c)}{k\mathcal{G}^*} \right] \exp(k\mathcal{G}^*t) + \\ &+ \frac{g_2}{k\mathcal{G}^*} [\exp(2k\mathcal{G}^*t) + c] \end{aligned} \right\}; \quad (6)$$

$$y(t) = A \cdot \ln \frac{\exp(k\mathcal{G}^*t) - \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} + B \cdot \ln \frac{\exp(k\mathcal{G}^*t) + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} + Dt,$$

$$\text{де: } A = \frac{(1 - \sqrt{c})^2}{2\sqrt{c}(k\mathcal{G}^*)^2} \left[\frac{1 + \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} k\mathcal{G}^* \mathcal{G}_2 - g_2 \right];$$

$$B = \frac{(1 + \sqrt{c})^2}{2\sqrt{c}(k\mathcal{G}^*)^2} \left[g_2 - \frac{1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} k\mathcal{G}^* \mathcal{G}_2 \right]; D = -\frac{g_2}{k\mathcal{G}^*}.$$

Для розрахунків дальності польоту частинок вздовж каналу та визначення поділяючої спроможності необхідно знати час польоту t_n , який є коренем трансцендентного рівняння

$$y = (t_n) = h$$

Цей корінь із заданою точністю можна знаходити методом Н'ютона за формулою:

$$t_{i+1} = t_i - \frac{y(t_i) - h}{\dot{y}(t_i)}; i = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

де $y(t)$ і $\dot{y}(t)$ визначаються за рівняннями (6).

При виборі початкового наближення t_0 необхідно враховувати нерівність

$$t_* < t_0 < t^*. \quad (8)$$

До нижньої границі

$$t_* = \sqrt{\left(\frac{g_2}{g_2}\right)^2 + \frac{2h}{g_2}} - \frac{g_2}{g_2}$$

приводить розв'язання диференційного рівняння

$$\ddot{y} = g_2,$$

яке задовольняє умовам (3).

Верхня границя t^* визначається з розв'язку задачі Коші для диференційного рівняння

$$\ddot{y} + \beta \dot{y} = g_2,$$

де $\beta = k(V - g_1)$.

Таким розв'язком є:

$$y(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(g_2 - \frac{g_2}{\beta} \right) [1 - \exp(-\beta t)] + g_2 t \right\}.$$

Рівність $y(t^*) = h$ перетворюється в трансцендентне рівняння виду:

$$Z \exp(-Z) = \exp(a), \quad (9)$$

де $Z = \left(1 - \frac{\beta g_2}{g_2}\right) \exp(-\beta t^*)$;

$$a = \ln\left(1 - \frac{\beta g_2}{g_2}\right) - \frac{\beta}{g_2} (\beta h - g_2) - 1.$$

Розв'язок рівняння (9) виражається через спеціальну функцію Ламберта $W(\eta)$ [7, 8], що приводить до формули:

$$t^* = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\beta g_2 - g_2}{g_2 W[-\exp(a)]}.$$

Значення функції Ламберта від'ємного аргументу можна знаходити методом лінійної інтерполяції за таблицею, наведеною в монографії [9, ст. 192]. Для зручності виконання розрахунків наводимо її в статті.

Таблиця 1

Значення функції Ламберта від'ємного аргументу: $F(\xi) = -10^4 W(\xi)$

$-10^3 \xi$	F(ξ)	$-10^3 \xi$	F(ξ)	$-10^3 \xi$	F(ξ)	$-10^3 \xi$	F(ξ)
1	2	3	4	5	6	7	8
$10^3/e$	10000	345	14024	225	23432	105	35092
367,5	10461	340	14512	220	23821	100	35772
367	10708	335	14973	215	24215	95	36481
366	11047	330	15413	210	24614	90	37223
365	11307	325	15837	205	25017	85	38001
364	11528	320	16248	200	25426	80	38821
363	11724	315	16650	195	25842	75	39687
362	11904	310	17044	190	26263	70	40606
361	12071	305	17431	185	26692	65	41585
360	12228	300	17813	180	27128	60	42635
359	12376	295	18191	175	27572	55	43767
358	12518	290	18566	170	28025	50	44998
357	12654	285	18939	165	28487	45	46347
356	12785	280	19310	160	28959	40	47842
355	12912	275	19680	155	29442	35	49522
354	13035	270	20050	150	29936	30	51445
353	13155	265	20419	145	30443	25	53696
352	13272	260	20789	140	30963	20	56423
351	13386	255	21160	135	31498	15	59898
350	13497	250	21533	130	32049	10	64728
349	13606	245	21907	125	32617	5	72840
348	13713	240	22284	120	33203	0	0
347	13819	235	22663	115	33810		
346	13922	230	23046	110	34439		

Задаючи t_0 в межах (8) отримуємо швидко збіжність ітерації за формулою (7). Визначивши таким способом, із заданою точністю $t_n = t_{i+1}$, це значення t необхідно підставити в формулу (5) і визначити дальність польоту часточок вздовж каналу.

Використовуючи викладену теорію визначимо вплив кута α на дальність польоту часток та поділяючу спроможність каналу за мінімальним та максимальним значеннями коефіцієнта вітрильності. Враховуючи графічні значення швидкості витання зерна пшениці [10] $\min \mathcal{G}_n = 8,5$ м/с, $\max \mathcal{G}_n = 11,5$ м/с за формулою (2) знаходимо $k_1 = \min k = 0,074 \text{ м}^{-1}$; $k_2 = \max k = 0,136 \text{ м}^{-1}$. Швидкість повітряного потоку V та відстань між стінками каналу h задаємо відповідно рівними 17 м/с та 0,3 м. проекції початкової швидкості частинок приймаємо рівними нулю ($\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2 = 0$). Результати розрахунків при $k = k_1$ наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Значення $\min x$ при $k = k_1$ та різних α

α , град	\mathcal{G}^* , м/с	g_2 , м/с ²	t^* , сек	t^* , сек	t_n , сек	$\min x$, м
20	6,734	9,218	0,255	0,273	0,268	0,530
25	7,485	8,891	0,260	0,277	0,273	0,524
30	8,141	8,496	0,266	0,281	0,279	0,520
35	8,720	8,036	0,273	0,288	0,287	0,523
40	9,231	7,515	0,283	0,303	0,298	0,536
45	9,682	6,937	0,294	0,313	0,311	0,554

Результати розрахунків наведені в табл. 3 отримані при $k = k_2$. В таблиці крім $\max x$ наведені різниці $\Delta x = \max x - \min x$, які характеризують поділяючу здатність каналу.

При виконанні розрахунків за формулою (7) задавали $t_0 = t^*$ і визначали t_n з похибкою меншою 10^{-3} с. Для досягнення зазначеної точності достатньо двох інтеграцій.

Розрахунки показали, що при збільшенні кута α зростає поділяюча здатність каналу, але і зростає дальність польоту часток, що потребує збільшення довжини каналу.

Таблиця 3

Значення $\max x$, при $k = k_2$ та різних α

α , град	\mathcal{G}^* , м/с	t^* , сек	t_n , сек	$\max x$, м	Δx , м
20	4,967	0,283	0,276	0,969	0,439
25	5,521	0,288	0,282	0,982	0,458
30	6,006	0,296	0,289	1,001	0,481
35	6,432	0,305	0,298	1,003	0,480
40	6,809	0,317	0,309	1,074	0,538
45	7,142	0,332	0,323	1,134	0,580

Для визначення похибки, яка вноситься спрощенням вихідної системи рівнянь (1), виконане числове інтегрування цієї системи при вихідних умовах (3). Результати числового розв'язку задачі Коші зведені в табл. 4.

Таблиця 4

Результати числового інтегрування системи рівнянь (1)

α , град	$k = 0,074, м^{-1}$			$k = 0,136, м^{-1}$		
	$x(t)$, с	$x(t)$, м	$y(t)$, м	$x(t)$, с	$x(t)$, м	$y(t)$, м
20	0,268	0,531	0,300	0,276	0,971	0,299
25	0,273	0,525	0,301	0,282	0,984	0,300
30	0,279	0,521	0,299	0,289	1,003	0,300
35	0,287	0,525	0,298	0,298	1,033	0,300
40	0,298	0,537	0,299	0,309	1,075	0,300
45	0,311	0,555	0,300	0,323	1,135	0,300

Порівняння значень $x(t)$ і $y(t)$, отриманих двома методами, показало, що перехід від системи рівнянь (1) до більш простих рівнянь (4) не вносить суттєвих похибок.

Висновок. Виведені формули можна використовувати для розрахунків параметрів польоту частинок в каналах пневмосепараторів, а також для визначення поділяючої спроможності каналів за визначеними значеннями коефіцієнтів вітривності компонентів насінневих сумішей, що сепаруються.

Список літератури

1. Васильковський М.І. Аналіз сучасного стану повітряної сепарації зерна / М.І. Васильковський, С.Я. Гончарова, С.М.

Лещенко, О.В. Нестеренко // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 36. – Кіровоград: КНТУ, 2006. – С. 111-114.

2. Єрмак В.П. Обґрунтування способу сепарування соняшника у повітряних потоках: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Луганськ, 2003. – 21 с.

3. Абдуєв М.М. Обґрунтування параметрів сепаратора з нахиленим повітряним каналом для розділення зернових сумішей: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Харків, 2007. – 21 с.

4. Степаненко С.П. Дослідження процесу пневматичної сепарації насіння в кільцевому зигзагоподібному сепараторі // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – С. 59-65.

5. Бакум М.В., Крекот М.М. Дослідження впливу основних параметрів пневматичного сепаратора на якість очищення насіння редиски // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009. – С. 14-19.

6. Лещенко С.М. Підвищення ефективності попереднього очищення зернових сумішей / С.М. Лещенко, О.М. Васильковський, М.І. Васильковський, В.В. Гончаров // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009. – С. 230-235.

7. Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E.G., Jeffrey D.J. and Knuth D.E. On The Lambert W Function // Advances in Computational Math., V. 5, 1996, p. 329-359.

8. Fariel Shafee. Lambert function and new non-extensive form of entropy // IMA Journal of Applied Mathematics, V. 72, 2007, p. 785-800.

9. Кучеренко С.І. Балістика крапель, які випаровуються при польоті / С.І. Кучеренко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський, Л.М. Тіщенко // Харків: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.

10. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зернообработывающих предприятиях. М.: Колос, Изд. второе, 1980. – 304 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПЛОСКОМ НАКЛОННОМ КАНАЛЕ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ СЕПАРАТОРОВ

Получены аналитические решения упрощенных нелинейных дифференциальных уравнений движения материальной точки

(семян) в плоском наклонном канале пневмосепаратора. Выведены и апробированы расчетные формулы для вычисления скорости, времени и дальности полета частицы в однородном восходящем воздушном потоке.

THE THEORETICAL ANALYSIS OF MOVEMENT OF PARTICLES IN THE FLAT INCLINED CHANNEL OF PNEUMATIC SEPARATORS

Analytical decisions of the simplified nonlinear differential equations of movement of a material point (seeds) in the flat inclined channel of a pneumoseparator are received. Settlement formulas for calculation of speed, time and range of flight of a particle in a homogeneous ascending air stream are deduced and approved.