

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ СКОРОСТИ ПОТОКА ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ НА ВИБРОРЕШЕТЕ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОЙ ПОДАЧЕ

Тищенко Л.Н., д.т.н., проф., чл.-кор. УААН,  
Ольшанский В.П., д.ф.-м.н., проф., Ольшанский С.В., асп.  
(Харьковский национальный технический университет  
сельского хозяйства имени Петра Василенко)

*Получены формулы для вычисления усреднённой по толщине слоя скорости потока зерновой смеси на наклонном виброрешете, как вязкой жидкости, с учётом гармонических колебаний подачи.*

**Проблема.** Сепарирование зерновой смеси является распространённым видом её послеуборочной переработки, а интенсификация этого процесса, с целью уменьшения его энергозатратности, относится к актуальным народно-хозяйственным задачам. Пути интенсификации сепарирования зерна освещены в монографии [1], но проблема продолжает привлекать внимание специалистов всвязи с разработкой новых техники и технологий.

**Краткий анализ последних исследований и публикаций.** Значительная часть публикаций по рассматриваемой тематике вошла в обзорную часть монографии [1]. Не повторяя опубликованного там анализа, дополним его работами последнего времени [2,3,4], в которых движение смеси сводится к рассмотрению движения отдельной её частицы (зерна) по вибрирующей плоскости. Сравнительно новым является способ моделирования, в котором движение слоя смеси, а не отдельной её частицы, описывается уравнением течения вязкой жидкости [1,5,6]. В основу этого направления положена аналогия в поведених вязкой жидкости и сыпучей среды в условиях вибраций [7,8]. Но в работах, использующих гидродинамическую аналогию, рассмотрены стационарные течения смеси с постоянной скоростью по длине решета. В действительности эта скорость является переменной величиной. Её изменение происходит вследствие действия сил сопротивления, отделения проходовой фракции от движущейся зерновой смеси, неравномерной подачи смеси на рабочую поверхность решета и пр. Поэтому желательно знать распределение

скорости потока смеси по длине решета для регулирования его загрузки.

Целью статьи является изучение закономерностей изменения скорости потока смеси по рабочей длине решета вследствие неравномерной подачи зерна.

Конкретно исследуется режим движения сыпучей среды при наличии гармонических пульсаций начальной скорости.

**Основное содержание исследования.** Дифференциальное уравнение, определяющее скорость потока смеси, получим в результате упрощения первого уравнения в системе Навье-Стокса [9]. Опустив там нелинейный конвективный член и слагаемое, учитывающее перепад давления по длине слоя, находим

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \nu \frac{\partial u_1}{\partial y} = g \sin \theta + \nu \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right). \quad (1)$$

Здесь  $\nu = \mu / \rho$ ;  $u_1, v$  - проекции скорости на оси координат  $ox$  и  $oy$ ;  $\mu, \rho$  - усреднённые вязкость и плотность зерновой смеси;  $g$  - ускорение свободного падения;  $t$  - время;  $\theta$  - угол наклона решета к горизонту, показанный на рис. 1.

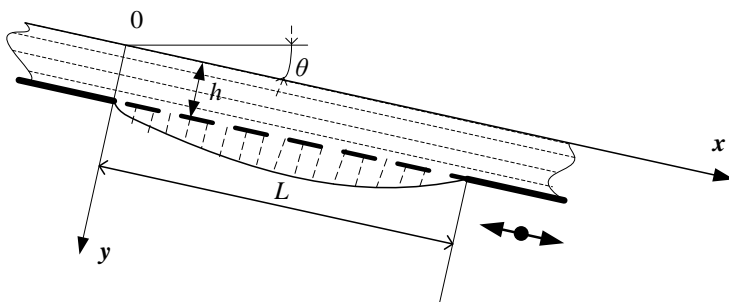


Рис. 1 Расчётная схема

Поперечную проекцию скорости потока  $v$  далее считаем постоянной и равной средней скорости, с которой отделяющаяся фракция проходит через перфорированную поверхность решета.

Учитывая малость толщины движущегося слоя по сравнению с другими его размерами, как в теории погранслоя [10], введём усреднённое значение скорости потока  $u(x, t)$ . Для этого, принимая традиционные в гидродинамике граничные условия, воспользуемся

аппроксимацией

$$u(x, y, t) = \frac{3}{2h^2} u(x, t) (h^2 - y^2). \quad (2)$$

Подставив (2) в (1) и проинтегрировав результат подстановки по  $y$  от 0 до  $h$ , приходим к уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} + au = g \sin \theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (3)$$

в котором  $a = \frac{3}{h} \left( \frac{\nu}{h} - \frac{\nu}{2} \right)$ .

Заметим, что усреднение можно проводить и другими, более точными, методами. Например, если его провести методом Бубнова-Галёркина, то получим уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a_1 u = g_1 \sin \theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (4)$$

с коэффициентами  $a_1 = \frac{5}{2h} \left( \frac{\nu}{h} - \frac{3\nu}{8} \right)$ ;  $g_1 = \frac{5}{6} g$ .

По виду уравнения (3) и (4) совпадают, хотя есть некоторые расхождения в значениях коэффициентов. Поэтому далее решим только (3) при граничном условии на краю  $x = 0$ :

$$u(0, t) = u_0 + w_0 \cos(pt),$$

где  $u_0$  - постоянная составляющая скорости подачи смеси на решетку;  $w_0, p$  - амплитуда и частота колебаний переменной составляющей.

Решение уравнения (3) ищем в виде суммы

$$u(x, t) = W(x) + w(x, t), \quad (5)$$

слагаемые которой должны убывать с ростом  $x$  и удовлетворять условиям:

$$W(0) = u_0, \quad w(0, t) = w_0 \cos(pt). \quad (6)$$

Подставив (5) в (3), получаем два уравнения:

$$aW = g \sin \theta + \nu \frac{d^2 W}{dx^2}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + aw = \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (8)$$

Решив (7), с учётом (6), находим, что

$$W(x) = u^* + (u_0 - u^*) \exp(-\lambda x). \quad (9)$$

Здесь  $u^* = \frac{g \sin \theta}{a}$ ;  $\lambda = \sqrt{a/\nu}$ .

Решение уравнения (8) ищем в комплексной форме

$$w(x, t) = \operatorname{Re}[f(x) \exp(ipt)], \quad i = \sqrt{-1}. \quad (10)$$

Исключив с помощью (10) производную по времени в (8), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{a + ip}{\nu} f = 0.$$

Его характеристическое уравнение

$$k^2 - \frac{a + ip}{\nu} = 0$$

имеет комплексные корни

$$k_{1,2} = \pm(\alpha + i\beta),$$

причём  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\nu}} \sqrt{\sqrt{a^2 + p^2} + a}$ ;  $\beta = \frac{1}{\sqrt{2\nu}} \sqrt{\sqrt{a^2 + p^2} - a}$ .

Таким образом, убывающим при  $x \rightarrow \infty$  решением уравнения (8) является

$$\begin{aligned} w(x, t) &= c \exp(-\alpha x) \operatorname{Re}[\exp(i(pt - \beta x))] = \\ &= c \exp(-\alpha x) \cos(pt - \beta x). \end{aligned}$$

Условие (6) удовлетворяется когда  $c = w_0$ . Поэтому

$$w(x, t) = w_0 \exp(-\alpha x) \cos(pt - \beta x). \quad (11)$$

По виду это выражение совпадает с решением второй задачи Стокса для поперечных волн в полупространстве вязкой жидкости [10].

И так, согласно (5), (9) и (11) усреднённая скорость движения слоя зерна представляется выражением

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u^* + (u_0 - u^*) \exp(-\lambda x) + \\ &+ w_0 \exp(-\alpha x) \cos(pt - \beta x). \end{aligned} \quad (12)$$

Второе и третье слагаемые в нём убывают с ростом  $x$ , т.е. в процессе движения скорость потока смеси стремится к асимптотическому значению  $u^*$ . Убывание переменных составляющих усиливается с увеличением плотности смеси и

уменьшением её вибровязкости. Затухание последнего слагаемого в (12) также зависит от частоты  $p$ . Увеличение её ускоряет затухание неравномерности движения смеси по длине решета.

В связи с колебаниями усреднённой скорости, удельная производительность решета

$$\bar{Q} = hu(x, t)$$

также является переменной величиной. Но она, как и скорость, с ростом  $x$  стремится к асимптотическому значению  $hu^*$ .

Интегрируя решение (12) по  $t$  от 0 до  $2\pi/p$ , а по  $x$  - от 0 до  $L$ , где  $L$  - длина рабочей плоскости, после деления его на  $2\pi L/p$ , получаем значение средней скорости потока смеси по длине решета за период колебаний

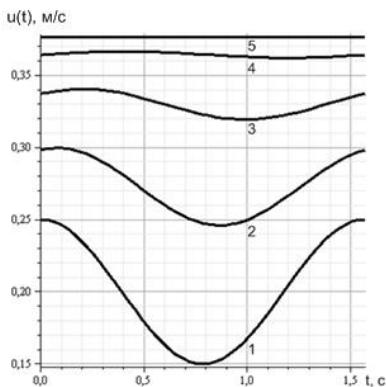
$$u_{cp} = u^* + \frac{u_0 - u^*}{\lambda L} [1 - \exp(-\lambda L)]$$

Оно не зависит от  $w_0$  и  $p$  и при больших произведениях  $\lambda L$  близко к асимптотическому значению  $u^*$ . Если не учитывать отделение проходовой фракции (положить  $\nu = 0$ ), то  $\lambda L = \sqrt{3}Lh^{-1} \gg 1$ . Поэтому оценку производительности решета можно проводить с помощью приближённого асимптотического значения скорости

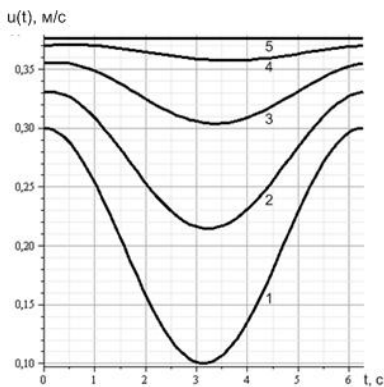
$$u^* \approx \frac{gh^2 \sin \theta}{3\nu},$$

что осуществлялось в работах [1,6].

Результаты расчётов и выводы. Принимали следующие исходные данные:  $\theta = 6^\circ$ ;  $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$ ;  $\nu = 0,002 \text{ м/с}$ ;  $L = 0,79 \text{ м}$ ;  $h = 0,006 \text{ м}$ ;  $u_0 = 0,2 \text{ м/с}$ ;  $\omega = 41,86 \text{ с}^{-1}$ . Для этой частоты  $\omega$ , при амплитуде  $A^* = 0,0075 \text{ м}$ , коэффициент вибровязкости  $\mu = 0,029 \text{ Па с}$ , что соответствует зерновой смеси пшеницы [6]. Проводили расчёт изменения усреднённой скорости потока во времени в сечениях  $x = 0; 0,002; 0,005; 0,01; 0,1 \text{ м}$ . Полученные для этих значений  $x$  графики  $u(t)$  отмечены цифрами 1,2,3,4,5 на рис.2.



а)



б)

Рис. 2 Закономерности изменения усреднённой скорости потока зерновой смеси на виброрешете: 1,2,3,4,5 -  $x = 0; 0,002; 0,005; 0,01; 0,1$  м при а)  $w_0 = 0,05$  м/с;  $p = 4$  с<sup>-1</sup>; б)  $w_0 = 0,1$  м/с;  $p = 1$  с<sup>-1</sup>.

С уменьшением  $p$  и увеличением  $w_0$  несколько увеличилась длина области неравномерного движения смеси. Но расчётная длина краевого эффекта с пульсациями скорости потока во времени оказалась меньше 0,1 м. При  $x > 0,1$  м движение смеси происходит практически с усреднённой скоростью  $u_{cp}$ , близкой к значению  $u^*$ .

**Выводы.** Таким образом, предложенные в работах [1], [6] формулы усреднённой скорости потока и удельной производительности решета в стационарном режиме работы применимы для расчётов и при неравномерной подачи смеси на решето с пульсациями начальной скорости, поскольку длина области неравномерного движения смеси гораздо меньше длины рабочей плоскости решета.

### Список литературы

1. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. – Харьков: Основа, 2004 – 224 с.
2. Манчинский Ю.О., Бакум Н.В., Горбатовский О.М., Кравцов М.М. Математична модель руху компонентів насінневих сумішей по робочій площині // Механізація та електрифікація сільського

господарства. – Глеваха, 2008. – Вип. 92. – С. 156 – 162.

3. Тараймович І.В., Дідух В.Ф., Дударев І.М. Дослідження процесу сепарації вороху насіння льону на коливальному решеті // Механізація сільськогосподарського виробництва. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 75. – Т.1 – С. 134 – 141.

4. Белов М.И., Романенко В.Н., Славкин В.И. Математическая модель движения частицы по решетку очистки // Тракторы и сельскохозяйственные машины, 2008. - № 8. – С. 33 – 36.

5. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П. Решения упрощённых уравнений гидродинамики при моделировании движения зерновой смеси по наклонному плоскому решету // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 306 – 312.

6. Тищенко Л.Н., Кучеренко С.И., Ольшанский В.П., Зайцев О.Б. Модель однослойного движения зерновой смеси по наклонному рифлёному решету // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – Вип. 74. – С. 28 – 39.

7. Листопад Г.Е. Вибросепарация зерновых смесей. – Волгоград: Волгоградское книжное издательство, 1963. – 118 с.

8. Захаров Н.М. Об аналогии вибрируемого слоя с вязкой жидкостью // Доклады МИИСП. М.: МИИСП, 1966. – Т.3. – Вып. 1 – С. 201 – 209.

9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с.

10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. – 712 с.

## **ВИЗНАЧЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ШВИДКОСТІ ПОТОКУ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ НА ВІБРОРЕШЕТІ ПРИ НЕРІВНОМІРНІЙ ПОДАЧІ**

*Одержано формули для обчислення осередненої по товщині шару швидкості потоку зернової суміші по нахиленому віброрешету, як в'язкої рідини, з урахуванням гармонічних коливань подавання.*

## **DEFINITION OF LAWS OF SPEED OF THE STREAM OF THE GRAIN MIX ON AT NON-UNIFORM GIVING**

*Formulas for calculation averaged on a thickness of a layer of speed of a stream of a grain mix on inclined, as viscous liquid, with the account of harmonious fluctuations of giving are received.*