

ПРОЧНОСТНАЯ НАДЕЖНОСТЬ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Сало В.А., д.т.н., проф.; Литовченко П.И., к.т.н., доц.
Академии внутренних войск МВД Украины, г. Харьков

Предложен подход к оценке напряженно-деформированного состояния, определяющего надежность неоднородных оболочек с отверстиями. Используемый RVR-метод основан на вариационном принципе Рейсснера, теории R-функций, методе И.Н.Векуа, общих уравнениях трехмерной теории упругости и алгоритме двусторонней оценки точности приближенных решений смешанных вариационных задач. Эффективность RVR-метода показана на примерах.

Постановка проблемы. В различных отраслях современной техники, в том числе сельскохозяйственной, оболочки с отверстиями являются одними из наиболее ответственных конструктивных элементов, от прочности и жесткости которых зависит работоспособность и надежность конструкции в целом. В то же время широкое применение неоднородных по своей структуре композиционных материалов открывает большие возможности и новые перспективы для совершенствования существующих и разработки новых инженерных конструкций самого разнообразного назначения. Реализация этих возможностей, позволяющих существенно снизить массу конструкций и одновременно повысить их эксплуатационные характеристики, связана с решением имеющей важное научное и практическое значение проблемы разработки эффективных для численной реализации методов расчета изготовленных из материалов неоднородной структуры оболочечных элементов конструкций, ослабленных отверстиями.

Анализ последних исследований и публикаций. В научной литературе по методам расчета на прочность и жесткость упругих оболочек с отверстиями накоплен обширный материал, обстоятельный анализ которого дан в работе [1]. Трудности вычислительного характера, которые возникают в расчетной практике при исследовании конкретных задач статики неоднородных оболочек, неизмеримо сложнее проблем численной реализации аналогичных задач для однородных оболочек. Существенный прогресс в решении этой проблемы невозможен без использования современных ПЭВМ, привлечения полной системы соотношений трехмерной теории упругости или обобщенных теорий оболочек, осно-

ванных на различных подходах сведения решения трехмерной задачи к регулярной последовательности решений двумерных задач.

Предложенный в работе [1] научно обоснованный и универсальный численно-аналитический RVR-метод основан на применении вариационного принципа Рейсснера, общих уравнений теории упругости, метода И.Н. Векуа, алгоритма двусторонней оценки точности приближенных решений смешанных вариационных задач и математического аппарата R-функций. Одна из перспективных возможностей RVR-метода связана с его применением для расчета и проектирования неоднородных по толщине ответственных оболочечных элементов конструкций современной техники в случае зависимостей упругих характеристик материала от координат точек тела в виде известных функций.

Постановка задачи. Рассмотрим оболочку с неоднородной по толщине h структурой, считая постоянными коэффициенты Пуассона ν_{ij} , а модули упругости $E_i = E_i^0 f_i(\zeta)$ и сдвига $G_{13} = G_{13}^0 f_{13}(\zeta)$ – произвольными функциями координаты $\zeta = 2z/h$ (величины E_i^0 и G_{13}^0 принимают значения упругих характеристик однородной оболочки). Краевым задачам для таких оболочек посвящены работа [2], где методом И.Н. Векуа получены уравнения равновесия неоднородной изотропной сферической оболочки, и [3], в которой выполнен расчет неоднородной по толщине пологой трансверсально-изотропной сферической оболочки с круговым отверстием, на боковой поверхности которого приложены нелинейно изменяющиеся тангенциальные касательные напряжения.

Отметим, что рассматриваемый одномерный вариант неоднородности – один из наиболее распространенных на практике и в литературе, а рассмотрение более общей (например, от всех трех координат) зависимости упругих характеристик материала оболочки не вносит принципиальных затруднений при использовании разработанного численно-аналитического RVR-метода. При этом функции $f_i(\zeta)$ и $f_{13}(\zeta)$ могут принимать для конкретного материала неоднородной оболочки разный вид. Чтобы в определенной мере охватить качественное многообразие возможных зависимостей от поперечной координаты упругих характеристик материала, остановимся на используемых нами в расчетах следующих вариантах распределения функций $f_i(\zeta) = E_i / E_i^0$ (аналогичное распределение и для $f_{13}(\zeta) = G_{13} / G_{13}^0$) вдоль толщины оболочки:

$$\left. \begin{aligned}
 (a): f_i(\zeta) &= 1 - 0.25(1 + \zeta); & (b): f_i(\zeta) &= 1 - 0.0625(1 + \zeta)^3; \\
 (c): f_i(\zeta) &= e^{0.25(1 + \zeta)^2 \ln 2}; & (d): f_i(\zeta) &= \frac{e^{1 + \zeta}}{1 + (e^2 - 0.5)(1 + \zeta)}; \\
 (e): f_i(\zeta) &= 1 + \ln[1 + 0.5(e - 1)(1 + \zeta)].
 \end{aligned} \right\} (1)$$

Функция $f_i(\zeta)$ имеет линейный (1a), кубический (1b), экспоненциальный (1c), экспоненциально-степенной (1d) либо логарифмический (1e) законы изменения вдоль толщины оболочки.

На рис. 1 в случае $f_{13}(\zeta) = f_i(\zeta)$ построены графики функций $f_i(\zeta)$, возле которых обозначения s_1 и s_3 , e_2 , es_1 , \ln_1 соответствуют степенному, экспоненциальному, экспоненциально-степенному, логарифмическому законам изменения соотношения $f_i(\zeta) = E_i/E_i^0$ при увеличении (или уменьшении) E_i в два раза: $E_i|_{\zeta=1} = 2E_i^0$ (или $E_i|_{\zeta=1} = 0.5E_i^0$) – с целью достижения удобного сравнения и анализа получаемых результатов.

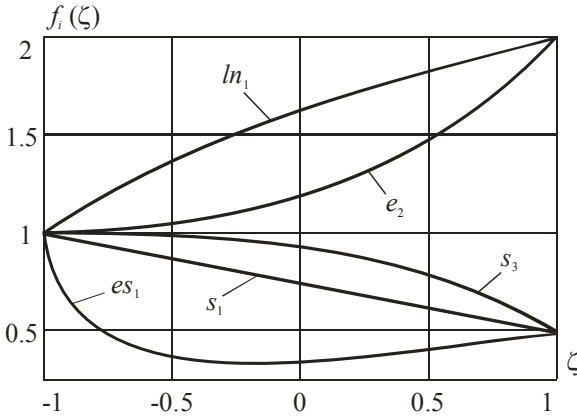
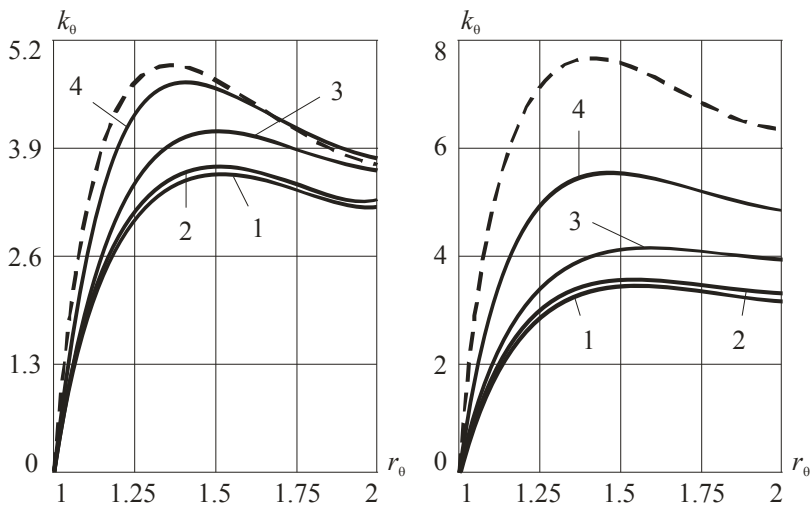


Рис. 1. Графики распределения функций $f_i(\zeta)$

Результаты расчета. Воспользуемся RVR-методом [1] для расчета напряженно-деформированного состояния нагруженной постоянным внутренним давлением q_0 ортотропной сферической оболочки с неоднородной по толщине h структурой. Положение произвольной точки в оболочке определяем введенными в срединной поверхности Ω_s радиуса R

ортогональными координатами θ , φ и z ($|z| \leq h/2$). Пусть оболочка ослаблена двумя соосными круговыми радиуса r_0 отверстиями, закрытыми крышками такой конструкции, которая передает на оболочку только действие перерезывающей силы $Q_0^* = -q_0 r_0 / 2$.

Численная реализация задачи выполнена при $R=0,6$ м; $\theta_1 = \pi/4$; $\theta_2 = 3\pi/4$; $q_0 = 1$ МПа; $\nu_{ij} = 0,3$; $E_1^0 = E_3^0 = 20 E_0$; $G_{13}^0 = E_0$; . В зависимости от применяемой модели ($l_1, l_3, l_{ii}, l_{13}, l_{33}$) оболочки для неоднородного ортотропного ($E_2/E_1 = 0,5$) нетонкого ($h/R = 0,2$) сферического пояса на рис. 2 показаны вдоль координаты r_θ меридиана (при $\zeta = -1$) оболочки графики распределения коэффициента $k_\theta = 2h\sigma_{11}/q_0 R$ концентрации меридианных напряжений для линейной (1а) и нелинейной (1д) зависимостей. Безразмерная координата $r_\theta = 1 + (\theta - \theta_1)/\sin\theta_1$, а параметры l_i, l_{ij} – числа удерживаемых членов в разложении по координате ζ искомым перемещений u_i и напряжений σ_{ij} .



а) – вариант (1а); б) – вариант (1д).
Рис. 2. Распределение коэффициента концентрации k_θ

Цифры 1, 2, 3 и 4 возле графиков рис. 2 соответствуют моделям (2,1,2,1,0), (2,2,2,2,1), (4,2,4,2,1) и (4,3,4,3,2) прикладных теорий оболочек; штриховой линией показан график, построенный на основе резуль-

татов, полученных при использовании модели уточненной теории оболочек седьмого приближения.

Выводы. Как следует из представленных результатов, при исследовании неоднородной оболочки с нелинейным законом изменения упругих характеристик по толщине для получения достоверных результатов расчета следует использовать модель уточненной теории, порядок приближения которой зависит от степени отклонения распределения упругих характеристик от линейного закона. Предложенный в работе [1] численно-аналитический RVR-метод может успешно использоваться при решении сложных краевых задач для статически нагруженных неоднородных анизотропных оболочек с криволинейными отверстиями произвольных размеров. Эффективность и возможности предложенного RVR-метода подтверждены решением ряда сложных задач для конструктивных элементов, использующихся в различных отраслях техники.

Список использованных источников

1. Сало В.А. Краевые задачи статики оболочек с отверстиями. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. – 216 с.

2. Жгенти В.С. К исследованию напряженного состояния изотропных толстостенных оболочек неоднородной структуры // Прикладная механика. – Киев, 1991. – Т. 27, № 5. – С. 37–44.

3. Хома И.Ю. Напряженное состояние неоднородной трансверсально-изотропной сферической оболочки с круговой полостью при заданных нелинейно изменяющихся касательных напряжениях // Прикладная механика. – Киев, 1996. – Т. 32, № 12. – С. 55–63.

Анотація

МІЦНІСНА НАДІЙНІСТЬ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ, ВИГОТОВЛЕНИХ ІЗ НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ

Сало В.А., Літовченко П.І.

Запропоновано підхід до оцінювання напружено-деформованого стану, який визначає надійність неоднорідних оболонок з отворами. RVR-метод, що використовується, ґрунтується на варіаційному принципі Рейсснера, теорії R-функцій, методу І.М. Векуа, загальних рівняннях тривимірної теорії пружності й алгоритму двосторонньої оцінки точності наближених розв'язків змішаних варіаційних задач. Ефективність RVR-методу показана на прикладах.

Abstract

RELIABILITY OF STRUCTURES FROM SHELLS MADE OF NON-UNIFORM MATERIALS

V. Salo, P.Litovchenko

The approach is suggested to definition of the stress-strained state of non-uniform shells with holes. The used RVR-method is based on Reissner's variational principle, R-functions theory, I.N. Vekua's method, the common equations of the three-dimensional theory of an elasticity and algorithm for two-sided estimation of exactitude of approached solutions of the mixed variational problems. Efficiency of the RVR-method is shown on examples.