

УДК 621.524

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА НА ОСНОВЕ  
РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ НАКОПЛЕНИЯ  
ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ**

**Гринченко А.С., к.т.н., Алферов А.И., к.т.н., Лупандина А.П.,  
Красников Ю.Д., студ.**

*Харьковский национальный технический университет сельского  
хозяйства имени Петра Василенко*

*В статье приведено применение линейной и нелинейной регрессионных моделей повреждаемости при прогнозировании среднего ресурса водокольцевого вакуумного насоса.*

Наиболее достоверные сведения об уровне надежности объекта можно получить по результатам испытаний [1, 2]. Для оценки долговечности водокольцевого вакуумного насоса доильного агрегата с полипропиленовой крыльчаткой были проведены ресурсные испытания с комбинированными режимами нагружения. Проведение испытаний в комбини-

рованном режиме позволяет достигать ускорения получения результатов испытаний, а также повышать их достоверность по сравнению с испытаниями, проводимыми только в ужесточенном режиме. При анализе результатов испытаний, проведенных в комбинированном режиме с доведением всех образцов до предельного состояния возможно использование регрессионной модели, основанной на линейной гипотезе суммирования повреждений, согласно которой [1] при наступлении отказа выполняется условие:

$$\frac{t_3}{T_3} + \frac{t_y}{T_y} = 1, \quad (1)$$

где  $t_3$  – составляющая ресурса, выработанная в эксплуатационном (эквивалентном) режиме;  $t_y$  – составляющая ресурса, выработанная в ужесточенном режиме испытаний.

В системе координат  $t_3$  и  $t_y$  соотношение (1), представляет собой уравнение прямой в отрезках (рис. 1). Результат испытания одного образца представляется в виде точки с координатами  $t_{3i}$  и  $t_{yi}$ . Совокупность точек, полученная после испытаний образцов, позволяет статистически оценить отрезки  $T_3$  и  $T_y$  прямой регрессии (1) с помощью метода наименьших квадратов. Наличие отклонений экспериментальных данных от зависимости (1) неизбежно ввиду статистического рассеивания величины ресурса, зависящего, кроме характера нагружения еще от многих других факторов. Поэтому выражение (1) следует рассматривать как уравнение регрессии.

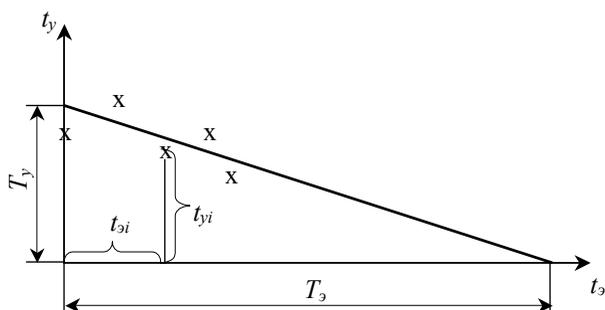


Рис. 1. Оценка среднего ресурса при комбинированном режиме испытаний

Выражение (1), используя обозначения  $\lambda_3 = \frac{1}{T_3}$  и  $\lambda_y = \frac{1}{T_y}$ , можно записать в виде:

$$\lambda_3 \cdot t_3 + \lambda_y \cdot t_y = 1. \quad (2)$$

Составив сумму квадратов отклонений экспериментальных данных вида:

$$S_1 = \sum_{i=1}^n (\lambda_3 \cdot t_{3i} + \lambda_y \cdot t_{yi} - 1)^2, \quad (3)$$

определяют параметры  $\lambda_3$  и  $\lambda_y$  из условий минимума величины  $S_1$ :

$$\frac{\partial S_1}{\partial \lambda_3} = 0 \text{ и } \frac{\partial S_1}{\partial \lambda_y} = 0.$$

Получают систему уравнений

$$\begin{aligned} \lambda_3 \sum_{i=1}^n t_{3i}^2 + \lambda_y \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i} &= \sum_{i=1}^n t_{3i} \\ \lambda_3 \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i} + \lambda_y \sum_{i=1}^n t_{yi}^2 &= \sum_{i=1}^n t_{yi} \end{aligned} \quad (4)$$

решение которой, позволяет прогнозировать средний ресурс объекта в эксплуатационном и ужесточенном режимах по формулам:

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{\sum_{i=1}^n t_{3i}^2 \sum_{i=1}^n t_{yi}^2 - \left( \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n t_{3i} \sum_{i=1}^n t_{yi}^2 - \sum_{i=1}^n t_{yi} \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i}}; \\ T_y &= \frac{\sum_{i=1}^n t_{3i}^2 \sum_{i=1}^n t_{yi}^2 - \left( \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n t_{yi} \sum_{i=1}^n t_{3i}^2 - \sum_{i=1}^n t_{3i} \sum_{i=1}^n t_{yi} t_{3i}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Использование представленной линейной гипотезы суммирования повреждений позволяет существенно уменьшить длительность проведения ресурсных испытаний и получить оценку среднего ресурса водокольцевого вакуумного насоса с крыльчаткой из полипропилена по деформации ползучести.

Вместе с тем возможные нарушения линейности кинетики деформационной повреждаемости полипропиленовой крыльчатки вследствие

ползучести лопаток следует учитывать при ее стохастическом описании. Поэтому, наряду с применением для ускоренной оценки линейного регрессионного уравнения (1), целесообразно и использование нелинейных регрессионных моделей. Простейшая форма нелинейной регрессионной модели повреждаемости имеет вид:

$$\left(\frac{t_3}{T_3}\right)^\mu + \left(\frac{t_y}{T_y}\right)^\mu = 1, \quad (6)$$

где показатель  $\mu$  характеризует степень нелинейности, который так же, как и параметры  $T_3$  и  $T_y$ , оценивается статистически по результатам испытаний, проведенных в комбинированных режимах.

Введя обозначения  $\lambda_3^* = 1/T_3^\mu$ ,  $\lambda_y^* = 1/T_y^\mu$ , из (6) получим:

$$\lambda_3^* \cdot t_3^\mu + \lambda_y^* \cdot t_y^\mu = 1. \quad (7)$$

Для оценки параметров  $\lambda_3^*$ ,  $\lambda_y^*$  и  $\mu$  по результатам испытаний минимизируем сумму квадратов

$$S_2 = \sum_{i=1}^n (\lambda_3^* \cdot t_{3i}^\mu + \lambda_y^* \cdot t_{yi}^\mu - 1)^2 \Rightarrow \min, \quad (8)$$

где  $t_{3i}$  и  $t_{yi}$  - составляющие ресурса  $i$ -го образца, выработанные при испытаниях в режимах  $I$  и  $II$ , соответственно.

Соответствующая система уравнений относительно  $\lambda_3^*$  и  $\lambda_y^*$  для нелинейной модели обобщает (4) и имеет вид:

$$\begin{aligned} \lambda_3^* \sum_{i=1}^n t_{3i}^{2\mu} + \lambda_y^* \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu &= \sum_{i=1}^n t_{3i}^{2\mu}, \\ \lambda_3^* \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu + \lambda_y^* \sum_{i=1}^n t_{yi}^{2\mu} &= \sum_{i=1}^n t_{yi}^{2\mu}. \end{aligned} \quad (9)$$

При заданной величине показателя степени  $\mu$  из этой системы получаем аналогичные (5) выражения для статистической оценки среднего ресурса в каждом из режимов:

$$\begin{aligned} T_3 &= \left( \frac{\left( \sum_{i=1}^n t_{3i}^{2\mu} \sum_{i=1}^n t_{yi}^{2\mu} - \left( \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu \right)^2 \right)^{1/\mu}}{\sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \sum_{i=1}^n t_{yi}^{2\mu} - \sum_{i=1}^n t_{yi}^\mu \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu} \right)^{1/\mu}; \\ T_{II} &= \left( \frac{\left( \sum_{i=1}^n t_{3i}^{2\mu} \sum_{i=1}^n t_{yi}^{2\mu} - \left( \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu \right)^2 \right)^{1/\mu}}{\sum_{i=1}^n t_{yi}^\mu \sum_{i=1}^n t_{3i}^{2\mu} - \sum_{i=1}^n t_{yi}^\mu \sum_{i=1}^n t_{3i}^\mu \cdot t_{yi}^\mu} \right)^{1/\mu}. \end{aligned} \quad (10)$$

Определение показателя степени  $\mu$  выполняется посредством прямой минимизации суммы (8). После этого значение  $\mu$ , минимизирующее сумму  $S_2$ , подставляется в (10) и определяются величины  $T_y$  и  $T_y$ .

Результаты испытаний полипропиленовых крыльчаток водокольцевого вакуумного насоса с определением величины остаточных деформаций вследствие ползучести полипропилена, а также данные для построения линейной и не линейной регрессионных моделей повреждаемости приведены в табл. 1.

Таблица 1. Радиальная составляющая деформации лопатки при различных режимах нагружения

№ крыльчатки	№ лопатки	$\tau_y$ , ч	$\tau_э$ , ч	$l_i$ , мм	$t_y$ тыс.ч	$t_э$ , тыс.ч
1	1	80	-	0,185	13,5	0
	2	80	-	0,148	16,875	0
	3	80	-	0,15	16,650	0
2	4	80	90	0,188	13,285	14,945
	5	80	90	0,172	14,521	16,336
	6	80	90	0,154	16,218	18,245
	7	80	90	0,142	17,588	19,787
3	8	50	100	0,109	14,321	28,642
	9	50	100	0,11	14,191	28,382
	10	50	100	0,095	16,431	32,863
	11	50	100	0,123	12,691	25,382
	12	50	100	0,115	13,574	27,148
	13	50	100	0,112	13,937	27,875
4	14	40	120	0,113	11,051	33,154
	15	40	120	0,138	9,049	27,148
	16	40	120	0,119	10,494	31,482
	17	40	120	0,113	11,051	33,154
	18	40	120	0,109	11,456	34,370
	19	40	120	0,115	10,859	32,577

В табл.1  $t_y$ ,  $t_э$  – составляющие прогнозируемого ресурса, выработанные в жесточенном и эксплуатационном режимах испытаний соответственно;  $\tau_{yi}$ ,  $\tau_{эi}$  – составляющие фактической наработки  $i$ -ой лопатки в жесточенном и эксплуатационном режимах испытаний соответственно. Связь между  $t_y$ ,  $t_э$  и  $\tau_y$ ,  $\tau_э$  определялась зависимостями [3]:

$$t_{yi} = \frac{\tau_{yi}}{\left(\frac{l_i}{\delta}\right) \cdot \bar{l}^{\frac{1}{\nu}-1}}; \quad t_{эi} = \frac{\tau_{эi}}{\left(\frac{l_i}{\delta}\right) \cdot \bar{l}^{\frac{1}{\nu}-1}}, \quad (10)$$

где,  $\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n}$ ,  $v = 0,37$  – параметр нелинейности ползучести материала

крыльчатки,  $\delta = 1$  мм – минимальный зазор между крыльчаткой и корпусом насоса,  $l_i$  – радиальная составляющая деформации ползучести  $i$ -ой лопатки, мм.

Результаты прогнозирования среднего ресурса полипропиленовой крыльчатки водокольцевого вакуумного насоса посредством применения линейной и нелинейной моделей суммирования повреждений представлены на графике (Рис. 1).

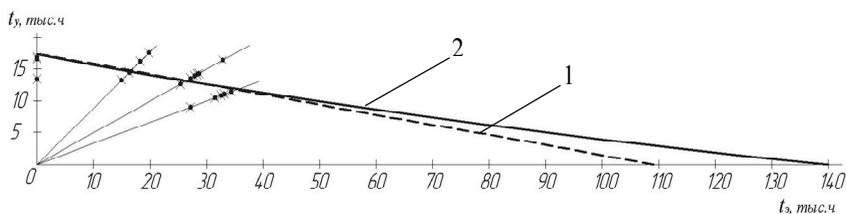


Рис. 1. График линейной (1) и нелинейной (2) моделей повреждаемости при испытаниях полипропиленовой крыльчатки в комбинированном режиме

Использование линейной модели позволило спрогнозировать величину среднего ресурса крыльчатки, составляющую  $T_{\text{л.}} = 109$  тыс. ч, в то время как прогнозируемый средний ресурс крыльчатки, соответствующий нелинейной модели при  $\mu = 0,9$ , составил  $T_{\text{нл.}} = 139$  тыс. ч. В данном случае применение линейной модели позволит более гарантированно прогнозировать средний ресурс.

### Список использованных источников

1. Анілович В.Я. Грінченко О.С., Карабін В.В. та ін. Міцність та надійність машин. - К.: Урожай, 1996. – 288 с.
2. Анілович В.Я., Грінченко А.С., Литвиненко В.Л. Надійність машин в задачах и примерах. – Харьков: Око, 2001. – 320 с.
3. Грінченко А. С., Савченко В.Б., Алферов А. И. Интервальное оценивание долговечности крыльчатки вакуумного насоса на основе ресурсных испытаний// Вдосконалення технологій та обладнання виробництва продукції тваринництва: Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. – Харків: 2007. - вип.62. - с.20-25.

## **Анотація**

### **ПРОГНОЗУВАННЯ РЕСУРСУ НА ОСНОВІ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ НАКОПИЧЕННЯ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ**

**Гринченко О.С., Алфьоров О.І., Лупандіна А.П.,  
Красніков Ю.Д.**

*В статті приведено застосування лінійної і нелінійної регресійних моделей пошкодження при прогнозуванні середнього ресурсу водокільцевого вакуумного насоса.*

## **Abstract**

### **PROGNOSTICATION OF RESOURCE ON THE BASIS OF REGRESSIVE MODELS OF ACCUMULATION OF DEFORMATION DAMAGES**

**A. Grinchenko, A. Alferov, A. Lupandina, Y. Krasnikov.**

*In the article the application linear and nonlinear regressive models of povregdaemosti at prognostication middle resource of vodokoltsevogo vacuum pump is resulted.*