УДК 62-192:624.041

ОЦЕНИВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОПРОТИВЛЕНИЯ МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

А.С. Гринченко, канд. техн. наук, доцент
Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко

Исследовано влияние вида закона распределения предела ограниченной выносливости на характеристики распределения ресурса при испытаниях на усталость.

Статистический характер многоциклового усталостного разрушения проявляется в виде большого рассеивания циклической долговечности при испытаниях стандартных образцов из металлических материалов [1, 2], а в еще большей степени - при натурных испытаниях деталей машин и элементов конструкций [3]. Это обстоятельство приводит к необходимости использовать при прогнозировании усталостной долговечности стохастические модели [4, 5], в которые входят параметры, учитывающие наличие и степень рассеивания характеристик сопротивления усталости. Важнейшей такой характеристикой является предел ограниченной выносливости при симметричном цикле - σ_{-1N}, соответствующий некоторому числу циклов нагружения - N. Случайность этой величины в основном и учитывают при вероятностном прогнозировании ресурса.

Основное препятствие для непосредственной статистической оценки характеристик рассеивания σ_{-1N} заключается в практической невозможности проведения испытаний, в результате которых можно было бы получить выборку величин σ_{-1N}, соответствующих одному и тому же значению ресурса N. Реальные усталостные испытания обычно проводятся при постоянных характеристиках цикла нагружения: амплитуде - σ_a и среднем значении - σ_m напряжений, в результате чего получают выборки значений циклической долговечности испытанных образцов. По таким статистическим данным оценить характеристики рассеивания предела выносливости σ_{-1N} можно только косвенно, используя для этого стохастические модели, описывающие распределения долговечности или всю совокупность (семейство) кривых усталости.

Построение моделей статистической совокупности кривых усталости может быть выполнено на основе предположения о том, что предел ограниченной выносливости σ_{-1N} является случайной функцией циклической долговечности N с монотонно убывающими реализациями - "индивидуальными" кривыми усталости [5]. Монотонность убывания реализаций случайной функции σ_{-1N} (N) позволяет в достаточной степени адекватно характеризовать эту функцию только ее плотностью или функцией распределения в любом сечении с фиксированной величиной N. При этом должны быть известны детерминированные функции, однозначно определяющие параметры распределения σ_{-1N} при любом N. Функцию изменения среднего значения предела ограниченной выносливости $\overline{\sigma}_{-1N}$ (N) целесообразно задавать в виде, соответствующем форме кривой усталости.

Чаще всего для левой (наклонной) ветви кривой усталости используется степенное выражение, что позволяет задать изменение среднего предела $\overline{\sigma}_{-1N}$ (N) функцией вида

$$\overline{\sigma}_{-1N} = \overline{\sigma}_{-1б}\left(\frac{N_б}{N}\right)^{1/m}; \text{ при } N < N_б, \tag{1}$$

где $N_б$ - базовое число циклов (база испытаний);

$\overline{\sigma}_{-1б}$ - средний предел выносливости при заданной базе;

m - показатель наклона средней кривой усталости.

Степень рассеивания величины σ_{-1N} относительно среднего будем характеризовать коэффициентом вариации V_{-1}. Рассмотрим влияние вида предполагаемого распределения предела выносливости σ_{-1N} на вид и параметры распределения ресурса N. Если величина σ_{-1N} имеет нормальное распределение с плотностью

$$f_н\left(\sigma_{-1N}/N\right) = \frac{1}{V_{-1}\cdot\overline{\sigma}_{-1N}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_{-1N}-\overline{\sigma}_{-1N})^2}{2V_{-1}^2\cdot\overline{\sigma}_{-1N}^2}}, \tag{2}$$

то можно показать, что с учетом (1) распределение ресурса N при нагружении образца приведенной к симметричному циклу амплитудой $\sigma_{ад}$ является обобщенным нормальным, плотность которого имеет вид:

$$f_н\left(N/\sigma_{ад}\right) = \frac{\sigma_{ад}\cdot N^{1/m-1}}{mV_{-1}\cdot\overline{\sigma}_{-1б}N_б^{1/m}\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\left(\overline{\sigma}_{-1б}N_б^{1/m}-\sigma_{ад}\cdot N^{1/m}\right)^2}{2\left(V_{-1}\cdot\overline{\sigma}_{-1б}N_б^{1/m}\right)^2}\right). \tag{3}$$

Выражение (3) можно упростить, введя в рассмотрение относительную величину ресурса $n = N/N_{0,5}$, где $N_{0,5}$ - медианный ресурс, который в случае обобщенного нормального распределения определяется по формуле: $N_{0,5} = N_б \left(\dfrac{\overline{\sigma}_{-1б}}{\sigma_{ад}} \right)^m$. Тогда

$$f_н(n) = \frac{n^{1/m - 1}}{m N_{0,5} V_{-1} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left(1 - n^{1/m}\right)^2}{2V_{-1}^2} \right). \qquad (4)$$

Некоторым недостатком при практическом использовании выражений (3) и (4) является то, что при $m \neq 1$ для определения среднего ресурса $\overline{N}$ и его коэффициента вариации V_N приходится использовать численное интегрирование. Вместе с тем, как видно из (3), в выражение для плотности распределения ресурса при заданной величине приведенной амплитуды нагружения входят параметры средней кривой усталости: $\overline{\sigma}_{-1б}$ и m, а также коэффициент вариации предела выносливости V_{-1}. Это позволяет по выборкам величин ресурса, полученным при обычных испытаниях на усталость, оценивать характеристики сопротивления усталости в статистическом аспекте, используя эффективный метод максимального правдоподобия. Его реализация сводится к нахождению таких значений величин $\overline{\sigma}_{-1б}$, m и V_{-1}, которые обеспечивают выполнение условия

$$L\left(\overline{\sigma}_{-1б}, m, V_{-1}\right) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \ln f\left(N_{ij} \big/ \sigma_{ад\,j} \right) = \max, \qquad (5)$$

где N_{ij} - ресурс i-го образца, испытанного на j-ом уровне нагружения;

$\sigma_{ад\,j}$ - амплитуда нагружения на j-ом уровне;

n_j - объем выборки образцов на j-ом уровне;

k - число уровней нагружения.

Аналогичным образом можно показать, что если предел выносливости σ_{-1N} распределен логарифмически нормально, то и ресурс будет иметь логарифмически нормальное распределение с плотностью:

$$f_{лн}\left(N \big/ \sigma_{ад} \right) = \frac{\exp\left(-\dfrac{\left(m \left[\ln \dfrac{\overline{\sigma}_{-1б} N_б^{1/m}}{\sigma_{ад}} - \ln\sqrt{1 + V_{-1}^2} \right] - \ln N \right)^2}{2m^2 \ln\left(1 + V_{-1}^2\right)} \right)}{mN\sqrt{2\pi \ln\left(1 + V_{-1}^2\right)}}. \qquad (6)$$

В случае, когда σ_{-1N} имеет распределение Вейбулла, ресурс будет распределен также по закону Вейбулла. При этом плотность распределения n имеет вид

$$f_B(n) = \frac{b \ln 2 n^{b/m - 1}}{mN_{0,5}} \exp\left(-n^{b/m} \ln 2\right), \tag{7}$$

где $N_{0,5} = \dfrac{N_б \cdot \overline{\sigma}^m_{-1б} (\ln 2)^{m/b}}{\left(\sigma_{ад} \Gamma\left(1 + 1/b\right)\right)^m}$;

b - параметр формы распределения предела выносливости.

Не изменяется вид закона распределения ресурса и в случае, когда предел выносливости распределен по логарифмически логистическому закону. Тогда плотность распределения n определяется выражением

$$f_{ЛЛР}(n) = \frac{\nu\, n^{\nu/m - 1}}{N_{0,5} m \left(1 + n^{\nu/m}\right)^2}, \tag{8}$$

в котором $N_{0,5} = \dfrac{N_б \overline{\sigma}^m_{-1б}}{\sigma^m_{ад}} \left[\nu/\pi \sin\left(\pi/\nu\right)\right]^m$; ν - параметр формы распределения предела выносливости.

Использование (6), (7) и (8) при построении и максимизации функции правдоподобия (5) позволяет по результатам усталостных испытаний статистически оценивать, как параметры средней кривой усталости $\overline{\sigma}_{-1б}$ и m, так и коэффициент вариации предела ограниченной выносливости V_{-1}, который однозначно связан с параметрами формы: b - закона Вейбулла и ν - логарифмически логистического распределения.

Представляют практический интерес и зависимости, связывающие коэффициенты вариации ресурса V_N и предела выносливости V_{-1}. В случае логарифмически нормального распределения , как следует из (6), такая зависимость имеет вид

$$V_{-1} = \sqrt{\left(1 + V_N^2\right)^{1/m^2} - 1}. \tag{9}$$

В случае распределения Вейбулла можно получить приближенное выражение, справедливое при $0{,}08 \le V_{-1} < V_N \le 1$:

$$V_{-1} = \frac{V_N \left(1{,}126 V_N + \sqrt{0{,}006028 + 0{,}044\Delta_m + \left(1{,}126 V_N\right)^2}\right)}{0{,}274 V_N^2 + 2\Delta_m}, \tag{10}$$

где $\Delta_m = m\left(1{,}126 V_N - 0{,}137 V_N^2 + 0{,}011\right)$.

Проведение оценивания характеристик сопротивления многоцикловому усталостному разрушению по результатам натурных испытаний с использованием рассмотренных выше стохастических моделей позволит обеспечивать инженеров при проектировании исходной информацией, необходимой для прогнозирования ресурса элементов машин.

Список использованных источников

1. В.Ф. Терентьев. Усталость металлических материалов- М.: Наука, 2003. - 254 с.

2. В.Т. Трощенко, Л.А. Сосновский. Сопротивление усталости металлов и сплавов. Справочник. Ч. 1. Киев.: Наукова думка, 1987. - 510 с.

3. Прочность и долговечность автомобиля/ Б.В. Гольд, Е.П. Оболенский, Ю.Г. Стефанович, О.Ф. Трофимов. М.: Машиностроение, 1974. - 328 с.

4.Кордонский Х.Б., Фридман Я.Ф. Некоторые вопросы вероятностного описания усталостной долговечности. - Завод. лаб., 1976, № 7, - С.829-847.

5. Гринченко А.С. Модели прогнозирования надежности элементов машин при многоцикловом усталостном разрушении/ Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. Вип. 47. Харків. 2006. - С. 24-34.

Анотація

ОЦІНЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОРУ БАГАТОЦИКЛОВОЇ ВТОМЛЕНОСТІ І ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ НА ОСНОВІ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

О.С. Гринченко

Досліджено вплив виду закону розподілу границі обмеженої витривалості на характеристики розподілу ресурсу при втомних випробуваннях.

Abstract

EVALUATION OF DESCRIPTIONS OF RESISTANCE OF MULTICYCLIC FATIGUE AND PROGNOSTICATION OF LONGEVITY ON THE BASIS OF STOCHASTIC MODELS

A.S. Grinchenko

Influence of type of law of distributing of limit of the limited endurance on descriptions of distributing of resource at the tests on a fatigue is explored.