

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ

Кунденко Н. П., Мороз А. Н.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Определена эффективность возбуждения волны в отрезке круглого волновода в зависимости от векторного характера электромагнитного поля.

**Постановка проблемы.** В миллиметровом диапазоне длин волн оптический резонатор (ОР) является высокочувствительным инструментом для измерения электрофизических характеристик веществ. При проведении исследований используются, как правило, плоские образцы, а в резонаторе возбуждается основное колебание  $TEM_{00q}$ . В ряде практических случаев бывает необходимо исследовать образцы, имеющие цилиндрическую форму. В этом случае возникает техническая трудность, связанная с расположением такого образца в объеме резонатора, т.к. при каждом измерении последний должен помещаться в область с одной и той же напряженностью электрического поля.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В сантиметровом диапазоне длин волн, в качестве резонансной системы, используется объемный цилиндрический резонатор с колебанием  $TM_{010}$ , который как раз и позволяет измерять электрофизические характеристики веществ, имеющих цилиндрическую форму. Применение такого резонатора в миллиметровом диапазоне вызывает определенные трудности в связи с уменьшением его геометрических размеров и ростом поверхностного сопротивления металла, из которого он изготовлен [1].

**Цель статьи** - определение эффективности возбуждения волны в отрезке круглого волновода, выполненного в центре одного из зеркал оптического резонатора.

**Основные материалы исследования.** Рассмотрим задачу о возбуждении волны  $TM_{01}$  в отрезке круглого волновода, выполненного в центре одного из зеркал ОР, с помощью колебания  $TEM_{01q}$  (см. рис. 1).

Предполагаем, что апертуры зеркал резонатора бесконечны и коэффициент отражения от раскрытия круглого волновода равен нулю. Второе предположение не обосновательно. Это связано с тем, что для получения максимальной эффективности возбуждения волн в прямоугольном и круглом волноводах с помощью различных колебаний открытой резонансной системы, их поперечные размеры должны составлять несколько длин волн [2]. В этом случае отражением энергии от такого раскрытия можно пренебречь.

Здесь необходимо учесть тот факт, что ориентация вектора напряженности электрического поля  $E_e$  в рассматриваемом колебании резонатора должна максимально совпадать с ориентацией вектора напряженности электрического поля волны  $TM_{01}$ , возбуждаемой в круглом волноводе. На рис. 1 показана ориентация векторов напряженности электрического поля в подводящем волноводе ( $E$ ), по которому распространяется основная волна  $TE_{01}$ , и в "пятнах" полей возбуждаемого в резонаторе колебания  $TEM_{01q}$  ( $E_e$ ).

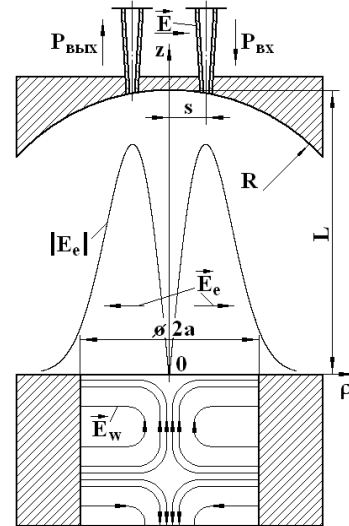


Рисунок 1 – Полусферический ОР с отрезком круглого волновода

Выражение для поперечных составляющих электрического поля волны  $TM_{01}$  ( $m=0, n=1$ ) будет иметь вид [3]:

$$\begin{cases} \dot{E}_\rho = -\frac{i\beta}{\gamma_\perp} E_{0z} J'_0(\gamma_\perp \rho) e^{-i\beta z}, \\ \dot{E}_\varphi = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\gamma_\perp = 2,405/a$ ,

$a$  – радиус круглого волновода.

В общем случае [3]:

$$J'_m(x) = \frac{m}{x} J_m(x) - J_{m+1}(x),$$

или  $J'_0(x) = -J_1(x)$ . Тогда уравнение (1) примет вид

$$\dot{E}_\rho = \frac{i\beta}{\gamma_\perp} E_{0z} J_1(\gamma_\perp \rho). \quad (2)$$

При дальнейшем рассмотрении опускаем множитель  $e^{-i\beta z}$ , поскольку он характеризует изменение  $E_\rho$  вдоль оси  $Z$ , а мы рассматриваем эффективность преобразования гауссова пучка (колебание  $TEM_{01q}$  ОР) в волноводную волну  $TM_{01}$  в плоскости  $Z=0$ .

Соотношение для амплитудного распределения напряженности электрического поля колебания

ТЕМ<sub>01q</sub> в плоскости  $Z=0$ , в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$E_e(x, y) = A_{01} \frac{\sqrt{2} \rho}{w_0} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) \sin\varphi, \quad (3)$$

где  $A_{01}$  – амплитудный коэффициент;

$w_0$  – радиус пятна поля основного колебания ТЕМ<sub>00q</sub> ОР в плоскости  $Z=0$ .

В соответствии с теорией зеркальных антенн [4], для получения высокого коэффициента использования поверхности необходимо обеспечить согласование полей в фокальной плоскости рефлектора и в раскрыве антенного облучателя. Однако для преобразования гауссовых пучков с максимальной эффективностью в плоскости анализа помимо согласования амплитуд должны быть согласованы и их фазы [5]. Аналогичная ситуация будет иметь место при преобразовании гауссова пучка в волноводную волну. А поскольку фазовый фронт волны в поперечном сечении волновода плоский, то, естественно, необходимо использовать резонатор полусферической геометрии. В этом случае фазовые фронты возбуждаемых в ОР колебаний вблизи плоского зеркала также будут плоскими. Это в случае согласования амплитуд обеспечит преобразование колебания резонатора в волноводную волну с максимальной эффективностью. Для этого воспользуемся соотношением

$$\eta = \frac{\left| \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho E_e(\rho, \varphi) E_w^*(\rho, \varphi) d\rho d\varphi \right|^2}{\|E_e(\rho, \varphi)\|^2 \|E_w(\rho, \varphi)\|^2}. \quad (4)$$

Значок \* обозначает функцию, комплексно-сопряженную с данной. Через  $E_e$  обозначено распределение электрического поля возбуждаемого в ОР колебания ТЕМ<sub>01q</sub> в плоскости  $Z=0$ , которое будем называть в дальнейшем возбуждающим полем, а через  $E_w$  – распределение электрического поля волноводной волны ( $E_\rho$ ), которое в дальнейшем будем называть рабочим полем. Соотношение (4) показывает, какая доля энергии, запасенной в колебании ТЕМ<sub>01q</sub> резонатора, переходит в энергию поля распространяющейся по круглому волноводу волны ТМ<sub>01</sub>. Здесь  $\|E_e(\rho, \varphi)\|^2$  и  $\|E_w(\rho, \varphi)\|^2$  – квадраты норм функций возбуждающего и рабочего полей, которые в общем случае определяются выражениями:

$$\|E_e(\rho, \varphi)\|^2 = \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho E_e(\rho, \varphi) E_e^*(\rho, \varphi) d\varphi d\rho, \quad (5)$$

$$\|E_w(\rho, \varphi)\|^2 = \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho E_w(\rho, \varphi) E_w^*(\rho, \varphi) d\varphi d\rho. \quad (6)$$

После подстановки значений  $E_e(\rho, \varphi)$  и  $E_w(\rho, \varphi)$ , определяемых равенствами (2) и (3) в выражения (5) и (6) запишем в окончательном виде:

$$\|E_e(\rho, \varphi)\|^2 = A_{01}^2 \frac{\pi w_0^2}{4}, \quad (7)$$

$$\|E_w(\rho, \varphi)\|^2 = B_{01}^2 2\pi \int_0^a \rho (J_1(\gamma_\perp \rho))^2 d\rho. \quad (8)$$

Рассмотрим соотношение, стоящее в числителе функционала (4), которое после подстановки в него значений  $E_e(\rho, \varphi)$  и  $E_w(\rho, \varphi)$  примет вид:

$$H(\rho, \varphi) = A_{01}^2 B_{01}^2 \frac{4}{w_0^2} \pi^2 \times \left| \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) J_1(\gamma_\perp \rho) d\rho \sin\varphi \right|^2 \quad (9)$$

Теперь с учетом (7)–(9) запишем выражение (4), которое будет определять эффективность возбуждения волны ТМ<sub>01</sub> в круглом волноводе с помощью колебания ОР ТЕМ<sub>01q</sub>.

$$\eta = \frac{64}{\pi^2} \tilde{a}^4 \frac{\left| \int_0^1 u^2 \exp(-u^2 \tilde{a}^2) J_1(2,405u) du \right|^2}{\int_0^1 u J_1^2(2,405u) du}. \quad (10)$$

Здесь  $u = \rho / a$ ,

$\tilde{a} = a/w_0$ .

С учетом того, что [6]:

$$\int_0^1 x J_\nu(\alpha x) J_\nu(\beta x) dx = \frac{1}{2} \{J_{\nu+1}(\alpha)\}^2 \quad (\alpha = \beta) \quad (11)$$

уравнение (10) примет вид:

$$\eta = \frac{128}{\pi^2} \tilde{a}^4 \frac{\left| \int_0^1 u^2 \exp(-u^2 \tilde{a}^2) J_1(2,405u) du \right|^2}{(J_2(2,405))^2}. \quad (12)$$

Результаты расчета эффективности возбуждения волны ТМ<sub>01</sub> в отрезке круглого волновода с помощью выражения (12) представлены на рис. 2 (кривая 1). Заметно, что имеется явно выраженный максимум эффективности возбуждения волны ТМ<sub>01</sub> в круглом волноводе с помощью колебания ОР ТЕМ<sub>01q</sub> при изменении его радиуса  $a$ . Величина  $\eta$  достигает максимального значения, равного 0,677, при  $\tilde{a} = 1,433$ .

Для эффективного возбуждения волноводной волны ТМ<sub>01</sub> с помощью рассматриваемого колебания открытой резонансной системы большое значение имеет не только амплитудное распределение электромагнитных полей в плоскости анализа ( $Z=0$ ), но и ориентация векторов напряженности электрического поля. Поэтому оценим эффективность возбуждения волны ТМ<sub>01</sub> в круглом волноводе с помощью колебания ТЕМ<sub>01q</sub> ОР, когда учитывается векторный характер электромагнитного поля. Запишем выражение (2) с учетом ориентации вектора  $E_w$  в волне ТМ<sub>01</sub>:

$$E_w = B_{01} J_1(\gamma_\perp \rho) \rho_0, \quad (13)$$

где  $B_{01} = i\beta E_{0z} / \gamma_\perp$ .

Теперь соотношение для амплитудного распределения напряженности электрического поля колебания  $TEM_{01q}$  в плоскости  $Z=0$ , которое в декартовой системе координат с учетом векторного характера электромагнитного поля имеет вид:

$$E_e(x, y) = A_{01} \frac{\sqrt{2} x}{w_0} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right) x_0. \quad (14)$$

При переходе к цилиндрической системе координат [6] ( $x = \rho \cos\varphi$ ,  $y = \rho \sin\varphi$ ,  $x_0 = \rho_0 \cos\varphi - \varphi_0 \sin\varphi$ ), выражение (14) примет вид:

$$E_e(\rho, \varphi) = A_{01} \frac{\sqrt{2} \rho}{w_0} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) \left(\rho_0 \cos^2\varphi - \varphi_0 \frac{1}{2} \sin 2\varphi\right). \quad (15)$$

После подстановки значений  $E_e(\rho, \varphi)$  и  $E_w(\rho, \varphi)$ , определяемых выражениями (14) и (15), в соотношения (5) и (6) видно, что  $\|E_e(\rho, \varphi)\|^2$  и  $\|E_w(\rho, \varphi)\|^2$  определяются равенствами (7) и (8). В качестве следующего шага рассмотрим соотношение, стоящее в числителе функционала (4), которое после подстановки в него значений  $E_e(\rho, \varphi)$  и  $E_w(\rho, \varphi)$  примет вид:

$$3(\rho, \varphi) = A_{01}^2 B_{01}^2 \frac{2}{w_0^2} \pi^2 \times \left| \int_0^a \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) J_1(\gamma_{\perp} \rho) d\rho \right|^2. \quad (16)$$

Теперь с учетом (7), (8) и (16) запишем выражение (4), которое будет определять эффективность возбуждения волны  $TM_{01}$  в круглом волноводе с помощью колебания ОР  $TEM_{01q}$ :

$$\eta = 4\tilde{a}^4 \frac{\left| \int_0^1 u^2 \exp(-u^2 \tilde{a}^2) J_1(2,405u) du \right|^2}{\int_0^1 u J_1^2(2,405u) du}. \quad (17)$$

Это соотношение получено с учетом векторного характера электромагнитного поля в ОР. С учетом соотношения (11) выражение (17) примет вид:

$$\eta = 8\tilde{a}^4 \frac{\left| \int_0^1 u^2 \exp(-u^2 \tilde{a}^2) J_1(2,405u) du \right|^2}{(J_2(2,405))^2}. \quad (18)$$

Результаты расчета эффективности возбуждения волны  $TM_{01}$  в отрезке круглого волновода, определяемой выражением (18), представлены на рис. 2 (кривая 2).

Заметно, что и в этом случае имеет место явно выраженный максимум эффективности возбуждения рассматриваемой волны в круглом волноводе при изменении его радиуса  $a$  с помощью колебания  $TEM_{01q}$  открытой резонансной системы. Величина  $\eta$  достигает максимального значения, равного 0,418, при том же самом значении  $\tilde{a} = 1,433$ .

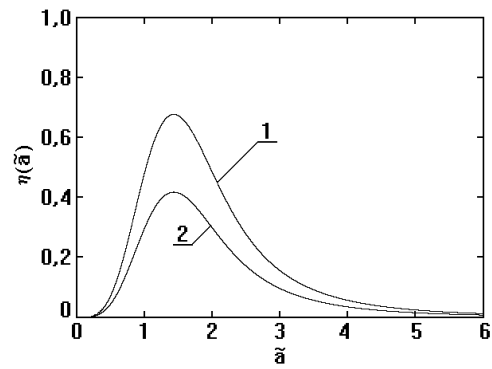


Рисунок 2 – Эффективность возбуждения волны  $TM_{01}$

**Выводы.** При оценке эффективности возбуждения волны в волноводе всегда необходимо учитывать векторный характер электромагнитного поля. Поскольку рассмотрение только амплитудного распределения полей приводит к завышенному значению эффективности возбуждения волноводной волны.

#### Список использованных источников

1. Kuzmichev I. K. An open resonator for physical studies / I. K. Kuzmichev, P. N. Melezhik, A. Ye. Poyedinchuk // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 2006. – Vol. 27, No. 6. – P. 857-869.
2. Кюн З. Микроволновые антенны / З. Кюн; пер. с нем. под ред. М. П. Долуханова. – Л.: Судостроение, 1967. – 518 с.
3. Вольман В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов; под ред. Б. З. Айзенберга. – М.: Связь, 1971. – 488.
4. Хансен Р. Сканирующие антенные системы СВЧ / Р. Хансен; пер. с англ. под ред. Г. Т. Маркова и А. Ф. Чаплина. – М.: Сов. радио, 1966. – 356 с.
5. Kuzmichev I. K. Excitation efficiency of quasioptical resonance systems / I. K. Kuzmichev // Telecommunications and Radio Engineering. – 2009. – Vol. 68, No. 1. – P. 49-63.
6. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

#### Анотація

#### ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛІ У ХВИЛЕВОДІ

Кунденко М. П., Мороз О. М.

*Визначено ефективність збудження хвилі у відрітку круглого хвилеводу в залежності від векторного характеру електромагнітного поля.*

#### Abstract

#### EVALUATION OF EXCITATION WAVES IN A WAVEGUIDE

N. Kundenko, A. Moroz

*The efficiency of excitation of the piece of circular waveguide, depending on the nature of the vector electromagnetic field.*