

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОТЕРМІЧНОГО ПРОЦЕСУ ОБРОБКИ ХАРЧОВИХ ПРОДУКТІВ

Мартиненко Л.Г., к.т.н., доц., Карпенко К.В., к.с.-г.н., доц.

(Харківський торговельно-економічний інститут КНТЕУ)

Карпенко Л.К., к.т.н., доц.

(Харківський державний університет харчування та торгівлі)

Розроблена фізико-математична модель нагрівання харчового продукту при гідротермічній обробці, яка враховує взаємну дію навколишнього простору, варильного об'єму, електричного нагрівача, рідини, N шматків продукту та нерівномірний розподіл температури. Адекватність теоретичних і експериментальних даних доведено за допомогою коефіцієнта Стьюдента на рівні 95 % вірогідності.

Постановка проблеми. У харчовій промисловості найбільш поширеним методом обробки харчових продуктів є теплова обробка, 75-85 % виробів у продукції громадського харчування в обов'язковому порядку піддається термічній обробці [1].

Однак все це не означає, що теплова обробка продуктів не позбавлена недоліків.

При гідротермічній обробці харчових продуктів близько 90 % енергії викидається в навколишній простір, приблизно на 50 % зменшується харчова цінність виробів [1-3]. Це обумовлено недосконалістю сучасних фізико-математичних моделей і як наслідок, технологій та пристроїв, які супроводжують цей процес.

Аналіз останніх досліджень, які присвячені розробці фізико-математичної моделі гідротермічного процесу обробки харчових продуктів доводить, що до сучасного часу не розроблена фізико-математична модель, яка враховує взаємну дію навколишнього простору, варильного об'єму, електричного нагрівача, рідини, шматків харчового продукту та нерівномірний розподіл температурного поля.

Так, наприклад, в роботі [4] розроблена фізико-математична модель нагрівання харчового продукту, який має геометричну форму кулі, якщо температура рідини лінійно збільшується з часом. При цьому не враховується вплив нагрівання харчового продукту на

швидкість зміни температури рідини. Така фізична модель має обмежені границі використання, і не дозволяє дослідити вплив параметрів варильного об'єму, нагрівача та рідини на процес нагрівання харчового продукту.

Метою роботи є розробка фізико-математичної моделі нагрівання харчового продукту при гідротермічній обробці, яка враховує взаємну дію навколишнього простору, варильного об'єму, електричного нагрівача, рідини, шматків харчового продукту та нерівномірний розподіл температурного поля.

Результати досліджень. Рішення поставленої задачі розбивається на два етапи. На першому досліджується нагрівання харчового продукту від кімнатної температури до температури кипіння рідини. Під час другого етапу досліджується нагрівання харчового продукту від часу досягнення рідиною температури кипіння до часу кулінарної готовності продукту.

Дослідження впливу технологічних параметрів на процес термічної обробки харчових продуктів базується на аналізі системи диференціальних рівнянь (таких як, диференціальне рівняння теплопровідності Фур'є, диференціальне рівняння руху Нав'є – Стокса, диференціальне рівняння нерозривності) разом з початковими та граничними умовами. [5]

Загальне рішення такої системи диференціальних рівнянь в наш час не розроблено.

Враховуючи, що теплофізичні параметри які характеризують досліджуваний об'єкт в довідковій літературі приводяться з похибками, які досягають до 10 % доцільно поставлену задачу аналізувати за допомогою методу приближення, з наступним співвідношенням отриманих результатів теоретичного аналізу і експерименту.

Фізична модель 1. Фізичну модель гідротермічного процесу, яка враховує взаємну дію навколишнього простору, варильного об'єму, електричного нагрівача, рідини, шматків харчового продукту та нерівномірний розподіл температурного поля можна представити наступним чином:

Замкнутий циліндричний об'єм, виконаний з металу незначної товщини (δ). Внутрішня частина циліндра заповнена водою, в який розміщено N шматків харчового продукту, у вигляді геометричної форми кулі, яка має радіус (R). В нижній частині циліндра розміщений нагрівач.

В першому приближенні (відкинуті всі несуттєві явища) фізичну модель гідротермічного процесу обробки харчових продуктів можна формалізувати наступним чином:

1 Температура рідини, стінок варильного об'єму і нагрівача змінюється з часом і постійна в напрямі просторових координат (із дослідів відомо, що шари води при нагріванні добре змішуються);

2 Температура харчового продукту, який має геометричну форму кулі змінюється, як з часом, так і в напрямку просторової координати (r);

3 Теплообмін циліндричного об'єму з навколишнім середовищем відбувається згідно з законом Ньютона - Ріхмана [7].

Математична модель 1. Згідно із сформульованою фізичною моделлю, математичну модель гідротермічного процесу можна розробити наступним способом.

Енергія Q , яка постачається в варильний об'єм, витрачається на енергію Q_1 нагрівання харчового продукту, енергію Q_2 нагрівання рідини, енергію Q_3 нагрівання нагрівача, енергію Q_4 нагрівання циліндричного об'єму, і енергію Q_5 , яка передається навколишньому середовищу.

Згідно з законом збереження енергії ці складові частини енергії взаємозв'язані наступним рівнянням:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 \quad (1)$$

Енергія, яка постачається в об'єм за допомогою електричного нагрівача може бути представлена наступним співвідношенням:

$$Q = P \cdot dt, \quad (2)$$

де P – потужність нагрівача, Вт; dt – диференціал від часу, с.

Енергія, яка витрачається на нагрівання харчового продукту, може бути обчислена за допомогою виразу:

$$Q_1 = q \cdot S_1 \cdot N \cdot dt, \quad (3)$$

де q – щільність теплового потоку, направлено в харчовий продукт, Вт/м²; S_1 – площа поверхні кулі, м²; dt – диференціал від часу, с.

Щільність теплового потоку може бути обчислена за допомогою виразу [8].

$$q = \kappa_1 \frac{dT_2}{dr}, \quad \text{якщо } r = R, \quad (4)$$

де κ_1 – коефіцієнт теплопровідності харчового продукту, Вт/(м·К); dT_2 – диференціал від різниці температури харчового продукту і навколишнього середовища, К; dr – диференціал від просторової координати, м.

Енергія, яка витрачається на нагрівання рідини, нагрівача та циліндричного об'єму визначається наступним рівнянням:

$$Q_i = c_i \cdot m_i \cdot dT_1, \quad (5)$$

де c_2, c_3, c_4 , – питома теплоємність рідини, нагрівача та циліндричного об'єму, Дж/(кг·К); m_2, m_3, m_4 , – маса рідини, нагрівача та циліндричного об'єму, кг; dT_1 – диференціал від різниці температури рідини і навколишнього простору, К;

Енергія, яка передається в навколишнє середовище за рахунок конвекції може бути обчислена згідно закону Ньютона-Ріхмана за допомогою виразу:

$$Q_5 = \alpha \cdot S \cdot T_1 \cdot dt, \quad (6)$$

де α – інтегральний коефіцієнт теплообміну, Вт/(м²·К); S – площа зовнішньої поверхні циліндричного об'єму, м²; T_1 – різниця температури між навколишнім середовищем та температурою рідини, К.

З урахування виразів (2-6) рівняння (1) може бути представлено наступним чином:

$$\frac{dT_1}{d\tau} + \frac{\alpha \cdot S}{\Sigma} \cdot T_1 + \frac{4\pi R^2 N \kappa_1}{\Sigma} \cdot \frac{dT_2}{d\tau} \Big|_{r=R} = \frac{P}{\Sigma}, \quad (7)$$

$$\text{де} \quad \Sigma = c_2 \cdot m_2 + c_3 \cdot m_3 + c_4 \cdot m_4. \quad (8)$$

Диференційне рівняння (7) встановлює взаємозв'язок між температурою рідини T_1 і температурою харчового продукту T_2 з технологічними параметрами гідротермічного процесу.

Для кулі диференційне рівняння теплопровідності у сферичній системі координат має наступний вигляд [8]:

$$\frac{dT_2}{d\tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (9)$$

де $a = \kappa_i / (\rho_i \cdot c_i)$ – коефіцієнт температуропроводності, м²/с; ρ_i – питома густина харчового продукту, кг/м³; c_i – питома теплоємність харчового продукту, Дж/(кг·К).

Температура рідини T_1 і температура харчового продукту T_2 повинні відповідати граничним і початковим умовам.

$$T_1=0, T_2=0, \text{ при } \tau = 0; T_1 = T_2, \text{ при } r = R \quad (10)$$

$$P = 0, \text{ при } \tau = 0; P = P, \text{ при } \tau > 0. \quad (11)$$

Система рівнянь (7-11), для знаходження невідомих температур T_1 і T_2 може бути обчислена за допомогою перетворення Лапласа [9] і має наступне рішення:

$$T_2 = \frac{P_0}{\eta} - \sum_{s=1}^n \frac{P_0 \cdot R \cdot \frac{\sin(\gamma \cdot r)}{r} \cdot \exp(-\beta_i \cdot \tau)}{\beta_i \left[\left(1 + \frac{D \cdot \gamma \cdot R}{2\sqrt{\kappa_1 \cdot \beta_i / \rho_1 \cdot c_1}} \right) \sin(\gamma \cdot R) - \frac{(\eta - \beta_i) \cdot R \cdot \cos(\gamma \cdot R)}{2\sqrt{\kappa_1 \cdot \beta_i / \rho_1 \cdot c_1}} \right]} \quad (12)$$

$$T_1 = T_2, \quad \text{при } r = R \quad (13)$$

де

$$\gamma^2 = \frac{\beta_i \cdot \rho_1 \cdot c_1}{k_1}; \quad D = \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot N \cdot \kappa_1}{\Sigma}; \quad \eta = \frac{\alpha \cdot S}{\Sigma}; \quad P_0 = \frac{P}{\Sigma};$$

β_i - корені рівняння:

$$\operatorname{tg}\left(\sqrt{\beta \cdot \rho_1 \cdot c_1 / \kappa_1} \cdot R\right) = \frac{\sqrt{\beta \cdot \rho_1 \cdot c_1 / \kappa_1} \cdot R}{1 + (\beta - \eta) \cdot R / D}. \quad (14)$$

Отримані аналітичні вирази (12-14) дозволяють обчислити температурне поле, що характеризує гідротермічний процес обробки харчових продуктів в різні моменти часу, визначити перерозподіл теплових потоків (використовуючи вираз (3)), що при цьому проходять, та обчислити залежність енергетичних витрат від параметрів гідротермічного процесу.

Вирази для температури рідини T_1 та харчового продукту T_2 представлені сумою членів ряду. Ряди сходяться. Числовий аналіз виразу (12) показує, що кількісна величина членів ряду швидко зменшується зі збільшенням порядкового номера. Ще швидше зменшується величина членів ряду зі збільшенням часу.

В момент часу τ_k , коли температура рідини досягає температури кипіння розподіл температури вздовж просторової координати шматка харчового продукту можна представити за допомогою двох членів ряду (12).

$$T_2(\tau_k) = \frac{P_0}{\eta} - \frac{P_0 \cdot R \cdot \frac{\sin(\gamma \cdot r)}{r} \cdot \exp(-\beta_i \cdot \tau_k)}{\beta_i \left[\left(1 + \frac{D \cdot \gamma \cdot R}{2\sqrt{\kappa_1 \cdot \beta_i / \rho_1 \cdot c_1}} \right) \sin(\gamma \cdot R) - \frac{(\eta - \beta_i) \cdot R \cdot \cos(\gamma \cdot R)}{2\sqrt{\kappa_1 \cdot \beta_i / \rho_1 \cdot c_1}} \right]} \quad (15)$$

Відносна похибка обчислення температури за виразом (15)

обумовлена нехтуванням рештою членами ряду складає приблизно 0,004 %.

На рис. 1 приведені результати досліджень зміни температури рідини та картоплі за часом. Картопля проходить гідротермічну обробку в 4-х літрової дюралюмінієвій каструлі. Значення технологічних параметрів наступні:

$P=1$ кВт; $\alpha=12$ Вт/(м²·К); $S=0,156$ м²; $\kappa_1=0,543$ Вт/(м·К); $\rho_l=1060$, кг/ м³; $R=0,02$ м; $N=68$; $c_1=3230$ Дж/(кг·К); $c_2=4197$ Дж/(кг·К); $c_3=932$ Дж/(кг·К); $m_1=2,40$ кг; $m_2=1,645$ кг; $m_3=0,738$ кг.

Суцільна лінія відповідає збільшенню температури рідини, пунктирна – вказує, як змінюється температура в центрі картоплі.

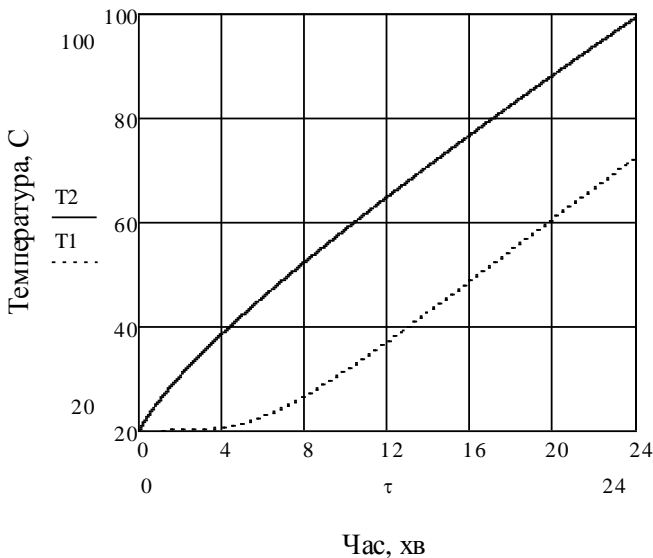


Рис. 1. Залежність температури за часом

Нижня крива показує, що температура центральної частини харчового продукту протягом перших чотирьох хвилин нагрівання залишається незмінною, а в момент закипання рідини досягає лише 75 °С.

Результати численного аналізу представлені на рис 1 співставленні з дослідними. Адекватність теоретичних і експериментальних даних доведено за допомогою коефіцієнта Стьюдента на рівні 95 % вірогідності.

Фізичну модель 2 гідротермічного процесу після досягнення рідиною температури кипіння можна представити в наступний спосіб:

- 1 Рідина має постійну температуру T_{κ} ;
- 2 В рідині знаходяться N шматків харчового продукту, які мають геометричну форму кулі;
- 3 Температура на поверхні кулі дорівнює температурі рідини;
- 4 В момент часу ($\tau=0$) розподіл температури в шматку харчового продукту відповідає виразу (15).

Математична модель 2 може бути представлена наступною системою рівнянь:

Диференціальне рівняння теплопровідності для кулі,

$$\frac{dT_3}{d\tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \times \frac{\partial T_3}{\partial r} \right), \quad 0 \leq r < R \quad (16)$$

де T_3 – різниця між температурою шматка харчового продукту і температурою навколишнього простору.

Граничні умови,

$$T_3 = T_{\kappa} \quad \text{при} \quad r = R. \quad (17)$$

Початкові умови,

$$T_3 = T_2(\tau_{\kappa}) \quad \text{при} \quad \tau = 0. \quad (18)$$

Початок відліку часу (τ) починається в момент закипання рідини (τ_{κ}).

Рішення системи рівнянь (16-18) методами перетворень Фур'є має наступний вигляд:

$$T_3 = T_{\kappa} + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \pi}{R} \cdot r\right)}{r} \cdot \exp\left[-a \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{R}\right)^2 \cdot \tau\right]. \quad (19)$$

$$\epsilon_n = (-1)^n \cdot 2 \cdot \left\{ \frac{n \cdot \pi}{R^2} \cdot \frac{\sin(\gamma \cdot R)}{\gamma^2 - [(n \cdot \pi)/R]^2} \cdot B - \frac{R}{n \cdot \pi} \cdot (A - T_{\kappa}) \right\}. \quad (20)$$

$$B = - \frac{P_0 \cdot R \cdot \exp(-\beta_1 \cdot \tau_{\kappa})}{\beta_1 \left[\left(1 + \frac{D \cdot \gamma \cdot R}{2\sqrt{k_2 \cdot \beta_1 / \rho \cdot c}} \right) \sin(\gamma \cdot R) - \frac{(\eta - \beta_1) \cdot R \cdot \cos(\gamma \cdot R)}{2\sqrt{k_2 \cdot \beta_1 / \rho \cdot c}} \right]}$$

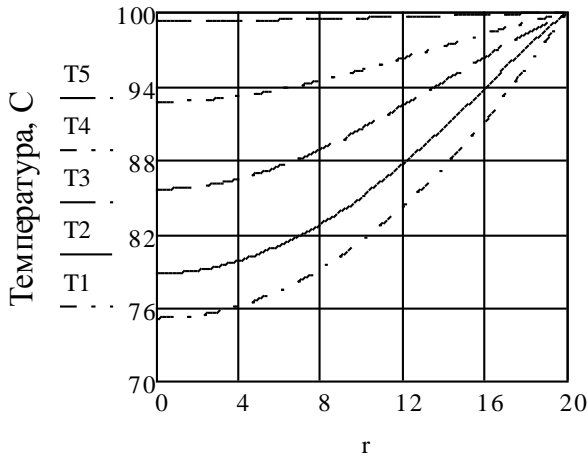
$$A = \frac{P_0}{\eta}. \quad (21)$$

Аналітичні вирази (19-21) дозволяють обчислити температурне поле, що характеризує нагрівання харчового продукту в різні моменти часу після закипання рідини, визначити перерозподіл теплових потоків (використовуючи вираз (3)), що при цьому проходять.

Результати аналітичного розрахунку температурного поля в картоплі після закипання рідини згідно виразу (19) приведено на рис. 2.

Із рис.2 видно, що в момент часу закипання рідини температура в різних частинах картоплі різна, на зовнішній поверхні вона досягла 100 °С, а в середній частині 75 °С. Це значення температури співпадає з температурою в середній частині картоплі отримане за допомогою виразу (12).

З часом температура в середній частині картоплі збільшується і через 16 хвилин досягне 100 °С.



Координата, мм

T1 – момент часу $\tau = 0$ хв.; T2 – $\tau = 1$ хв.; T3 – $\tau = 3$ хв.; T4 – $\tau = 6$ хв.; T5 – $\tau = 16$ хв.

Рис. 2. Залежність температури картоплі від просторової координати після закипання рідини

Приведений на рисунках аналіз температурного поля картоплі

показує, що удосконалена фізико-математична модель дозволяє проводити аналіз нагрівання харчового продукту при гідротермічній обробці в різні моменти часу, як до закипання так і після.

Висновки:

Розроблена фізико-математична модель нагрівання харчового продукту при гідротермічній обробці, яка враховує взаємну дію навколишнього простору, варильного об'єму, електричного нагрівача, рідини, N шматків продукту та нерівномірний розподіл температури.

За допомогою удосконаленої фізико-математичної моделі дослідженні кількісні та якісні характеристики температурного поля картоплі в процесі гідротермічної обробки.

Адекватність теоретичних і експериментальних даних доведено за допомогою коефіцієнта Стюдента на рівні 95 % вірогідності.

Список літератури

1. Беляев М.И. Совершенствование и интенсификация процессов тепловой обработки продукции - основное направление научно-технического прогресса (состояние проблемы). Проблемы влияния тепловой обработки на пищевую ценность продуктов питания.: Тезисы докл. Всесоюзной научн. конференции.: Декабрь 1990 г. Харьков. Харьк. ин-т обществ. питания. 1990. 574 с.

2. Карпенко Л.К., Долуда А.В., Мартиненко Л.Г., Карпенко К.В. Вплив технологічних параметрів процесу термічної обробки яловичини на витрати енергії. Прогресивні техніка та технології харчових виробництв ресторанного господарства і торгівлі.: Зб. наук. пр. /Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі ; -Харків, 2008.-Вип. 2(8). 275-283 с.

3. Ростовський В.С. Теоретичні основи технології громадського харчування. Загальна частина: Навчальний посібник.- К.: Кондор, 2006-200 с.

4. Беляев М.И., Пахомов П.Л. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов: Монография. Харьковский институт общественного питания.-Харьков, 1991. 160 с.

5. Василенко С.М., Українець А.І., Ольшевський В.В. Основи тепломасообміну: Підручник / за ред. Акад. УААН І.С. Гулого.-К.: НУХТ, 2004.-250 с.

Аннотация

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

Разработана физико-математическая модель нагрева пищевого продукта при гидротермической обработке, учитывающая взаимное действие окружающего пространства, варочного объема, электрического нагревателя, жидкости, N кусков продукта и неравномерное распределение температуры. Адекватность теоретических и экспериментальных данных доказано с помощью коэффициента Стьюдента на уровне 95% достоверности.

Abstract

HYDROTHERMAL SIMULATION OF FOOD PROCESSING

A physical-mathematical model of heating a food product in the hydrothermal treatment, which takes into account the mutual effect of the environment, cooking volume, electric heater, liquid, N pieces of product and uneven temperature distribution. Adequacy of theoretical and experimental data shown by the coefficient Student at 95% probability.