

РАСЧЕТ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНОВОГО СЛОЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ

Ольшанский В.П., д.ф-м.н., проф., Кучеренко С.И., к.т.н., проф.,
Бурлака В.В., к.т.н., доц., Малец О.Н., ассист.

*(Харьковский национальный технический университет сельского
хозяйства имени Петра Василенко)*

Выведены формулы для вычисления скорости движения кольцевого слоя виброожиженной зерновой смеси в вертикальном цилиндрическом решете вибросепаратора, с учетом линейного изменения кинематической вибровязкости смеси по толщине слоя.

Постановка проблемы. От скорости потока зерна по рабочей поверхности решета зависят полнота разделения смеси на фракции и пропускная способность виброрешета. Влияние конструктивных параметров на скорость потока зерна наиболее просто определять расчетами с помощью адекватных математических моделей. Поэтому разработка моделей движения зерновой смеси по цилиндрическому решету относится к актуальным задачам теории вибросепарирования.

Обзор последних публикаций. Используя гидродинамическую аналогию, скорость движения зерна по цилиндрическому решету теоретически определяли в [1], [2], [3]. При этом не учитывали изменение эффективной кинематической вибровязкости по толщине кольцевого слоя. Однако эксперименты показывают, что вибровязкость увеличивается с удалением от свободной поверхности слоя в сторону рабочей поверхности виброрешета [4], [5]. Поэтому в [5] решали задачу кинетики линейно-неоднородного виброожиженного слоя, где, с целью упрощения ее решения, в уравнении движения отбрасывали слагаемое, которым учитывают искривление границ слоя. Полученные формулы, по сути, позволяют вычислять скорость плоского, а не кольцевого слоя. В более общей постановке задача движения кольцевого слоя в вертикальном цилиндрическом решете приближенно решена в [6], где аналитическое решение аппроксимировали конечной суммой ряда Тейлора. В отличие от указанных публикаций здесь строится точное и приближенное аналитические решения краевой задачи

гидродинамики в предположении, что изменение эффективной вибровязкости смеси по радиальной координате описывается линейной функцией.

Целью работы является вывод формул для расчета скорости движения по вертикальному цилиндрическому решету линейно-неоднородного кольцевого слоя виброожиженной зерновой смеси.

Основная часть работы. При моделировании зернового потока используем расчетную схему, представленную на рисунке.

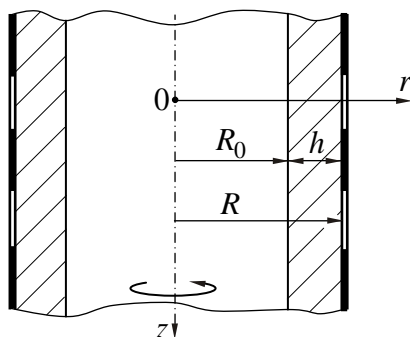


Рис. Расчетная схема вертикального цилиндрического решета с сепарируемой зерновой смесью

Символами r и z обозначены радиальная и осевая координаты цилиндрической системы. Радиус решета R и внутренний радиус слоя R_0 связаны зависимостью $R_0 = R - h$, в которой h – толщина движущего слоя.

Кинематическую вибровязкость смеси $\nu(r)$ аппроксимируем выражением:

$$\nu = \nu(r) = \nu_0 + k(r - R_0), \quad (1)$$

в котором ν_0 – вибровязкость у свободной поверхности слоя; k – коэффициент, характеризующий неоднородность смеси.

Если известно значение вибровязкости смеси у поверхности виброрешета, которое обозначим символом a , то

$$k = (a - \nu_0) / h.$$

Проекцию скорости потока зерна $u(r)$ на ось oz определяем из решения краевой задачи [6] для уравнения:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{\nu'_r}{\nu} \right) \frac{du}{dr} = - \frac{g}{\nu} \quad (2)$$

при граничных условиях:

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=R_0} = 0; \quad u(R) = 0. \quad (3)$$

Здесь g – ускорение свободного падения; v'_r – производная по r функции $v(r)$.

Перейдем от r к переменной v . Согласно (1):

$$v'_r = k, \quad \frac{d}{dr} = k \frac{d}{dv},$$

и выражения (2) и (3), после введения новой переменной, принимают вид:

$$\frac{d^2u}{dv^2} + \left(\frac{1}{v+b} + \frac{1}{v} \right) \frac{du}{dv} = -\frac{g}{vk^2}; \quad (4)$$

$$\left. \frac{du}{dv} \right|_{v=v_0} = 0; \quad u(a) = 0, \quad (5)$$

где $b = kR_0 - v_0$; $a = v_0 + kh$.

Понизим порядок (4) введением вспомогательной функции $\omega = \frac{du}{dr}$. Вместо (4) получаем уравнение первого порядка:

$$\frac{d\omega}{dv} + \left(\frac{1}{v+b} + \frac{1}{v} \right) \omega = -\frac{g}{vk^2}. \quad (6)$$

Его решение представляем произведением:

$$\omega(v) = \xi(v) \cdot \eta(v). \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получаем два уравнения:

$$\frac{d\eta}{\eta} = -\left(\frac{1}{v+b} + \frac{1}{v} \right) dv; \quad \frac{d\xi}{dv} = -\frac{g}{vk^2\eta}$$

для определения неизвестных функций $\xi(v)$ и $\eta(v)$.

Проинтегрировав первые из них, находим:

$$\eta(v) = \frac{1}{v(v+b)}. \quad (8)$$

В силу (8), общим решением второго уравнения является:

$$\xi(v) = c_1 - \frac{g}{2k^2} (v+b)^2. \quad (9)$$

Учитывая первое граничное условие в (5) и выражение (9), находим значение постоянной c_1 :

$$c_1 = \frac{g}{2k^2}(v_0 + b)^2 = \frac{g}{2}R_0^2. \quad (10)$$

Интегрируя (7) по v , с учетом (8), (9) и (10), а также второго условия в (5), получаем формулу скорости движения смеси:

$$u(v) = \frac{c_1}{b} \ln \frac{v(a+b)}{a(v+b)} + \frac{g}{2k^2}(a-v-b \cdot \ln \frac{v}{a}). \quad (11)$$

Используя это решение, выясним какой будет погрешность, если множитель $1/r$ в (2) заменить постоянным значением $1/R_*$, где $R_* = R - h/2$. При такой замене уравнение (6) принимает вид:

$$\frac{d\omega}{dv} + \left(\frac{1}{kR_*} + \frac{1}{v} \right) \omega = -\frac{g}{vk^2}.$$

Его решением, которое удовлетворяет первому граничному условию в (5), является:

$$\omega = \frac{gR_*}{kv} \left[\exp \frac{v_0 - v}{kR_*} - 1 \right]. \quad (12)$$

Интегрируя (12) по v , с учетом второго граничного условия в (5), находим приближенное выражение скорости потока:

$$u(v) = \frac{gR_*}{k} \left\{ \ln \frac{a}{v} + \exp \left(\frac{v_0}{kR_*} \right) \left[Ei \left(-\frac{v}{kR_*} \right) - Ei \left(-\frac{a}{kR_*} \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Таблицы интегральной показательной функции $Ei(-x)$ опубликованы в [7], [8] и других изданиях по специальным функциям.

В инженерных расчетах интегральную показательную функцию можно вычислить с помощью ряда [8]

$$Ei(-x) = C + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n \cdot n!}, \quad (14)$$

в котором $C \approx 0,5772157$ – постоянная Эйлера.

Ряд (14) быстро сходится, поскольку $\frac{v}{kR_*} \leq \frac{a}{kR_*} < 1$.

Для проведения расчетов по формулам (11) и (13), аналогично

[5], задавали: $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$; $\rho v_0 = 0,55 \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\rho \alpha = 0,77 \text{ Па} \cdot \text{с}$; $R = 0,3075 \text{ м}$, что соответствует зерновой смеси пшеницы и производственным размерам виброрешета. Рассматривали два значения толщины движущегося кольцевого слоя.

Полученные значения скорости слоя при $h = 0,007 \text{ м}$ и разных $\xi = (r - R_0)h^{-1}$ записаны в табл. 1.

Таблица 1

Значение $u(r)$, вычисленные при $h = 0,007 \text{ м}$ для разных r

10ξ	$10u(r)$, м/с, вычисл. по:		10ξ	$10u(r)$, м/с, вычисл. по:	
	(11)	(13)		(11)	(13)
0	2,58327	2,58342	5	1,86177	1,86185
1	2,55136	2,55139	6	1,56825	1,56834
2	2,45896	2,45912	7	1,23275	1,23273
3	2,31059	2,31069	8	0,85793	0,85804
4	2,11031	2,11044	9	0,44627	0,44627

Результаты аналогичных расчетов, но при $h = 0,01 \text{ м}$ представлены в табл. 2.

Таблица 2

Значение $u(r)$, вычисленные при $h = 0,01 \text{ м}$ для разных r

10ξ	$10u(r)$, м/с, вычисл. по:		10ξ	$10u(r)$, м/с, вычисл. по:	
	(11)	(13)		(11)	(13)
0	5,25496	5,25501	5	3,78496	3,78499
1	5,18989	5,18991	6	3,18761	3,18758
2	5,00144	5,00148	7	2,50513	2,50507
3	4,69903	4,69909	8	1,74305	1,74297
4	4,29102	4,29098	9	0,90647	0,90650

Увеличение h существенно повысило скорость зернового потока.

Значения скорости, вычисленные по формуле (13), близки к точным значениям, которые дает решение (11). Поэтому замена $1/r$

числом $1/R_*$ в уравнении движения вполне допустима в инженерных расчетах.

Таким образом, полученные выше формулы позволяют рассчитывать скорости зернового потока по вертикальному цилиндрическому решету вибросепаратора с учетом изменения эффективной вибровязкости смеси по толщине кольцевого слоя.

Список литературы

1. Тищенко Л.Н. Гидродинамические характеристики псевдооживленных сыпучих сред при виброцентробежном сепарировании на зерноперерабатывающих предприятиях / Л.Н. Тищенко // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв: Вісник ХДТУСГ. – Харків: ХДТУСГ, 2001 – Вип. 5.-С. 13-33.

2. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко.- Харьков: Основа, 2004.- 224с.

3. Тищенко Л.Н. К расчету движения зерновой смеси по вертикальному цилиндрическому решету вибросепаратора / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский //Вібрації в техніці та технологіях. – 2009.- №2 (54).-С.50-55.

4. Тищенко Л.Н. Исследование закономерностей вибровязкости зерновых смесей при сепарировании цилиндрическими виброцентробежными решетами / Л.Н. Тищенко, М.В. Пивень, С.А. Харченко, В.В. Бредихін // Вісник ХНТУСГ: Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв.- Харків: ХНТУСГ, 2009.- Вип.88.- С. 34-44.

5. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов /Л.Н. Тищенко, Д.И. Мазоренко, М.В. Пивень и др. – Харків: Міськдрук, 2010.- 360с.

6. Тищенко Л.Н. Расчет потоков сепарируемой зерновой смеси в цилиндрическом виброрешете / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст.- Вип. 21. Т. 2.- Луцьк: ЛНТУ, 2011.- С. 135-142.

7. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами) / А. Абрамовиц, И. Стиган.- М.: Наука, 1979.- 832с.

8. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш.- М.: Наука,1977.- 344с.

Анотація

РОЗРАХУНОК ШВИДКОСТІ РУХУ ЗЕРНОВОГО ШАРУ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ ВІБРОРЕШЕТІ

Виведено формули для обчислення швидкості руху кільцевого шару вібророзрідженої зернової суміші в вертикальному циліндричному решеті вібросепаратора, з урахуванням лінійної зміни кінематичної вібровязкості по товщині шару.

Abstract

CALCULATION OF GRAIN VELOCITY LAYER IN CYLINDRICAL VIBRORESHETI

Formulas for calculating the speed of the ring layer vibrorozridzhenoyi grain mixture in a vertical cylindrical sieve vibration, taking into account the linear kinematic vibrov'yazkosti changes in layer thickness.