

КОЛЕБАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ, ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ВИБРОРЕШЕТОМ

Тищенко Л.Н. д.т.н., проф., чл.-корр. НААНУ,
Ольшанский В.П., д.ф.-м.н., проф., Ольшанский С.В. асс.
(Харьковский национальный технический университет сельского
хозяйства имени Петра Василенко)

Получены формулы для вычисления касательных напряжений в кольцевом слое зерновой смеси при её движении внутри вертикального цилиндрического виброрешета. Проведены расчёты и показано затухание касательных напряжений с приближением к свободной внутренней поверхности слоя.

Постановка проблемы. Колебания сил внутреннего трения в сыпучей среде, вызванные меняющимся воздействием внешних сил, нарушает равновесие среды, т.е. вызывает послойное движение её частиц. От амплитуд и частот колебаний касательных напряжений зависит скорость движения зерновой смеси, интенсивность сепарации и производительность виброрешета. Поэтому исследование распределения касательных напряжений в колеблющемся слое зерновой смеси является актуальной научно-прикладной задачей.

Анализ последних публикаций. В расчётах кинетики зерновых потоков на виброрешётах получила распространение модель псевдооживленной сыпучей среды, движение которой описывается уравнением течения вязкой ньютоновской жидкости [1,2]. При решении краевых задач гидродинамики определяли в основном скорость движения смеси и производительность решета, не уделяя должное внимание расчёту касательных напряжений. Поэтому для устранения этого пробела здесь поставлена задача расчёта поля касательных напряжений в вибрирующей псевдооживленной зерновой смеси.

Целью работы является вывод и апробация расчётами формул для вычисления касательных напряжений в кольцевом слое зерновой смеси при его установившемся движении внутри вертикального цилиндрического виброрешета, которое вращается вокруг своей оси.

Достижению цели способствуют решения соответствующих краевых задач в работах [3] и [4].

Изложение основного материала. Будем рассматривать касательные напряжения τ_{rz} и $\tau_{r\phi}$. Первые вызваны осевыми вертикальными вибрациями решета, а вторые – неравномерностью его вращения вокруг своей вертикальной оси oz , показанной на рис. 1.

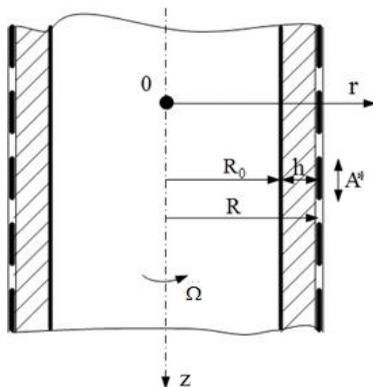


Рис. 1. Расчетная схема вертикального цилиндрического решета с сепарируемой зерновой смесью

Выведем формулу для расчёта τ_{rz} . Согласно обобщённому закону Ньютона [5], касательные напряжения связаны с производной осевой скорости u_z по радиальной координате r соотношением:

$$\tau_{rz} = \rho\nu \frac{\partial u_z}{\partial r},$$

в котором ρ – массовая плотность зерновой смеси; ν – её эффективная кинематическая вибровязкость.

Используя решение (10) из [3], после вычисления производной, получаем:

$$\tau_{rz} = \rho\nu \left[\frac{g}{2\nu} \left(\frac{R_0^2}{r} - r \right) + A_1(r) \cos(\omega t) - A_2(r) \sin(\omega t) \right]. \quad (1)$$

Здесь

$$A_1(r) = \lambda \left[a_1 ber'(\xi) + a_2 bei'(\xi) - a_3 her'(\xi) - a_4 hei'(\xi) \right];$$

$$A_2(r) = \lambda \left[a_1 bei'(\xi) - a_2 ber'(\xi) - a_3 hei'(\xi) + a_4 her'(\xi) \right];$$

$$a_{1,2} = \frac{A^* \omega}{\Delta} b_{1,2}; \quad a_3 = \delta_1 a_1 + \delta_2 a_2; \quad a_4 = -\delta_2 a_1 + \delta_1 a_2; \quad \Delta = b_1^2 + b_2^2;$$

$$b_1 = \text{ber}(\eta) - \delta_1 \text{her}(\eta) + \delta_2 \text{hei}(\eta); \quad b_2 = \text{bei}(\eta) - \delta_1 \text{hei}(\eta) - \delta_2 \text{her}(\eta);$$

$$\delta_1 = (f(\zeta))^{-1} (\text{bei}'(\zeta) \cdot \text{hei}'(\zeta) + \text{ber}'(\zeta) \cdot \text{her}'(\zeta));$$

$$\delta_2 = (f(\zeta))^{-1} (\text{bei}'(\zeta) \cdot \text{her}'(\zeta) - \text{ber}'(\zeta) \cdot \text{hei}'(\zeta));$$

$$f(\zeta) = (\text{her}'(\zeta))^2 + (\text{hei}'(\zeta))^2; \quad \lambda = \sqrt{\omega/\nu}; \quad \xi = \lambda r; \quad \eta = \lambda R; \quad \zeta = \lambda(R-h);$$

штрих означает производную функции Кельвина по её аргументу; A^* – амплитуда вертикальных вибраций решета с частотой ω ; R – радиус решета; h – толщина кольцевого слоя.

Поскольку $1 \ll \zeta \leq \xi \leq \eta$, то входящие в решение (1) функции Кельвина нулевого индекса и их производные можно вычислить по асимптотическим формулам [6], [7].

Для проведения расчетов задавали: $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$; $h = 0,007 \text{ м}$; $A^* = 0,006 \text{ м}$; $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$; $\rho\nu = 0,66 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $R = 0,3075 \text{ м}$, что соответствует зерновой смеси пшеницы [8].

Расчитанные по формуле (1) графики изменения касательных напряжений по времени и по толщине слоя нанесены на рис. 2 и 3.

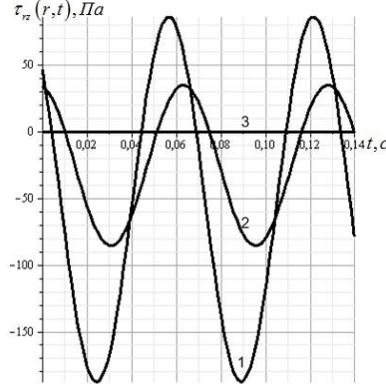


Рис. 2. Зависимости касательных напряжений от времени для различных r : 1, 2, 3 - $r = R$; $R_0 + \frac{h}{2}$; R_0

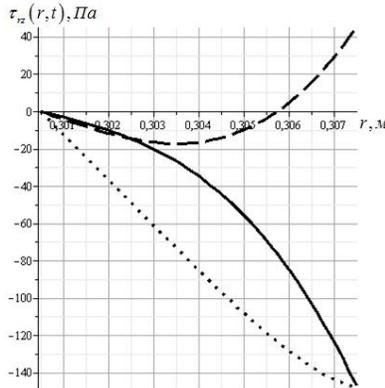


Рис. 3. Профили касательных напряжений в различные моменты времени: — $t = \frac{\pi}{2\omega}$; \cdots $t = \frac{\pi}{\omega}$; - - - $t = \frac{3\pi}{2\omega}$

Расчёты подтверждают убывание касательных напряжений с приближением к свободной поверхности слоя. Распределения касательных напряжений по толщине слоя меняются с течением времени. Средние значения касательных напряжений, относительно которых происходят их колебания, отрицательны, т.е. силы трения в общем тормозят вертикальное движение слоёв зерновой смеси, расположенных ближе к оси вращения решета.

Вывод формулы и расчёт $\tau_{r\phi}$. Колебания угловой скорости вращения решета приводит к колебаниям окружающих касательных напряжений в смеси. Их определим без учёта разделения фракций при условии, что

$$\Omega = \omega_1 + A \cos(\omega t).$$

Здесь ω_1 – постоянная составляющая угловой скорости; A – амплитуда колебаний Ω с частотой ω .

Согласно обобщённому закону Ньютона [5]

$$\tau_{r\phi} = \rho \nu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) = \rho \nu \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r} \right). \quad (2)$$

Далее воспользуемся решением (12) из [4]. Продифференцировав его, с учётом (2), получаем

$$\tau_{r\phi} = \frac{\rho \sqrt{\omega \nu}}{\sqrt{2}} [B_1(r) \cos(\omega t) - B_2(r) \sin(\omega t)]. \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
B_1(r) &= c_1 g_1(r) - c_2 g_2(r) + c_3 g_3(r) - c_4 g_4(r); \\
B_2(r) &= c_1 g_2(r) + c_2 g_1(r) + c_3 g_4(r) + c_4 g_3(r); \\
g_{1,2}(r) &= \text{bei}_2(\xi) \pm \text{ber}_2(\xi); \quad g_{3,4}(r) = \text{kei}_2(\xi) \pm \text{ker}_2(\xi); \\
c_{1,2} &= \frac{R \cdot A}{d} d_{1,2}; \quad c_3 = e_1 c_1 + e_2 c_2; \quad c_4 = e_1 c_2 - e_2 c_1; \quad d = d_1^2 + d_2^2; \\
d_1 &= \text{ber}_1(\eta) + e_1 \text{ker}_1(\eta) + e_2 \text{kei}_1(\eta); \quad d_2 = -\text{bei}_1(\eta) - e_1 \text{kei}_1(\eta) + e_2 \text{ker}_1(\eta); \\
e_1 &= -\frac{\text{ber}_2(\xi) \cdot \text{ker}_2(\xi) + \text{bei}_2(\xi) \cdot \text{kei}_2(\xi)}{(\text{ker}_2(\xi))^2 + (\text{kei}_2(\xi))^2}; \quad e_2 = \frac{\text{bei}_2(\xi) \cdot \text{ker}_2(\xi) - \text{ber}_2(\xi) \cdot \text{kei}_2(\xi)}{(\text{ker}_2(\xi))^2 + (\text{kei}_2(\xi))^2}.
\end{aligned}$$

Согласно (3), определение касательных напряжений связано с вычислением функций Кельвина индексов единица и два. Функции с индексом два выражаются через функции индексов ноль и единица, что позволяет их также вычислить по асимптотическим формулам [6], [7].

Для проведения расчетов задавали: $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$; $h = 0,01 \text{ м}$; $A = 1,2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 11,77 \text{ с}^{-1}$; $\rho\nu = 0,66 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $R = 0,3075 \text{ м}$, что соответствует зерновой смеси пшеницы. Вычисленные по формуле (3) касательные напряжения представлены на рис. 4 и 5.

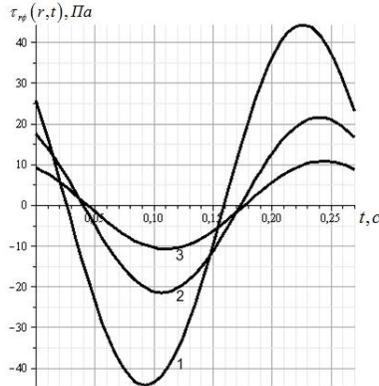


Рис. 4. Графики колебаний касательных напряжений для различных r : 1, 2, 3 - $r = R$; $R_0 + \frac{h}{2}$; $R_0 + \frac{h}{4}$ при $\omega = 2\omega_1$

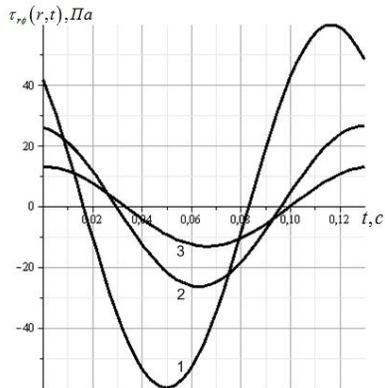


Рис. 5. Графики колебаний касательных напряжений для различных r : 1, 2, 3 - $r = R$; $R_0 + \frac{h}{2}$; $R_0 + \frac{h}{4}$ при $\omega = 4\omega_1$

С увеличением частоты колебаний скорости вращения решета возросли амплитуды колебаний касательных напряжений, которые затухают по мере приближения к свободной внутренней поверхности кольцевого слоя зерновой смеси.

Таким образом, с помощью полученных формул можно вычислить касательные напряжения и их колебания, вызванные различными видами вибраций вертикального цилиндрического решета вибросепаратора.

Список литературы

1. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский – Харків: Міськдрук, 2010. – 174 с.
2. Тищенко Л.Н. Виброрешётная сепарация зерновых смесей / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский – Харьков: “Міськдрук”, 2011. – 280 с.
3. Тищенко Л.Н. Кинетика сепарируемых зерновых смесей в вертикальных цилиндрических виброрешётах / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – №1 (61). – С. 177 – 181.
4. Ольшанский В.П. Колебания зерновой смеси во вращающемся цилиндрическом решете, с периодическим изменением угловой скорости / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вісник ХНТУСГ: Технічний сервіс АПК, техніка та технології у

сільськогосподарському машинобудуванні – Харків: ХНТУСГ, – 2010. – Вип. 106. – С. 169-175.

5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский – М.: Наука, 1973. – 847 с.

6. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами) / А. Абрамовиц, И. Стиган – М.: Наука, 1979. – 832 с.

7. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш – М.: Наука, 1977. – 344 с.

8. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н. Тищенко, Д.И. Мазоренко, В.М. Пивень и др. – Харьков: Міськдрук, 2010. – 360 с.

Анотація

КОЛИВАННЯ НАПРУЖЕНЬ У ЗЕРНОВІЙ СУМІШІ, ПСЕВДОРОЗРІДЖЕНІЙ ЦИЛІНДРИЧНИМ ВІБРОРЕШЕТОМ

Одержано формули для обчислень дотичних напружень у кільцевому шарі зернової суміші при її русі всередині вертикального циліндричного віброрешета. Проведено розрахунки і показано затухання дотичних напружень по мірі наближення до вільної внутрішньої поверхні шару.

Abstract

VIBRATIONS OF STRESSES IN GRAIN MIX, VIBROLIQUEFACTION OF THE CYLINDRICAL VIBROSIEVE

Formulas for calculating the shear stresses in the annular layer of grain mixture as it moves inside a vertical cylindrical vibrosieve were obtain. The calculations show the attenuation and shear stresses approaching the inner surface of the free layer.