МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський державний університет
харчування та торгівлі

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА
РОЗДІЛ «ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА»
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
для самостійної роботи
студентів спеціальності 181 «Харчові технології»

Харків
ХДУХТ
2018

Інженерна та комп’ютерна графіка: Методичні вказівки до самостійної роботи студентів спеціальності 181 «Харчові технології» всіх форм навчання [Електронний ресурс]/ укладачі Ю. М. Тормосов, І. В. Нечипоренко, С. Ю. Саєнко – Х. : ХДУХТ, 2018. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см.–Назва з тит. екрана

Укладачі: Ю. М. Тормосов, І. В. Нечипоренко, С. Ю. Саєнко

Рецензент: Н. В. Черная

Кафедра підготовки та перепідготовки фахівців холодильної та торговельної галузей

Схвалено вченою радою ХДУХТ

Протокол від «06» липня 2018 року № 14

Схвалено редакційно-видавничою радою ХДУХТ

Протокол від «06» липня 2018 року № 8

ВСТУП

Нарисна геометрія є розділом геометрії, в якому вивчають способи подання просторових фігур або оригіналів за допомогою їхніх зображень на площині чи на поверхні.

Предметом нарисної геометрії є розробка методів побудови та читання креслень, способів розв'язування за допомогою креслень геометричних задач. Нарисну геометрію треба вивчати у чіткій послідовності і систематично. Необхідно уникати механічного запам'ятовування теорем, окремих формулювань і способів розв'язувань задач. Такі знання неміцні, вони швидко забуваються. Студент повинен розбиратись у теоретичному матеріалі і вміти використовувати його як загальну схему до розв'язання конкретних задач. Свої знання треба перевірити відповідями на питання для самоконтролю, вміщені у цьому виданні, і розв'язаннями задач у робочому зошиті.

Розв'язанню задач повинна бути приділена особлива увага, оскільки це найкращий спосіб більш глибокого і всебічного вивчення основних положень теорії. До того як приступити до розв'язання тієї чи іншої геометричної задачі, необхідно зрозуміти її умови і чітко представити схему розв'язання, тобто вказати послідовність виконання операцій. Уявити собі положення у просторі заданих геометричних образів.

Всі графічні побудови виконувати точно, за допомогою інструментів, а не від руки, щоб не одержати невірних результатів. Рисунки супроводити усіма необхідними позначеннями геометричних елементів, нанесених досить чітко.

Остаточно перевірити свої знання студент має змогу під час виконання індивідуальних самостійних графічних робіт – це епюри, які виконуються в міру послідовного проходження курсу нарисної геометрії. Кожний епюр захищається студентом у співбесіді з викладачем. Завдання індивідуальні. Вони подані у варіантах. Викладач має право анулювати завдання і видати нове, якщо під час цієї співбесіди переконався, що студент виконав його не самостійно.

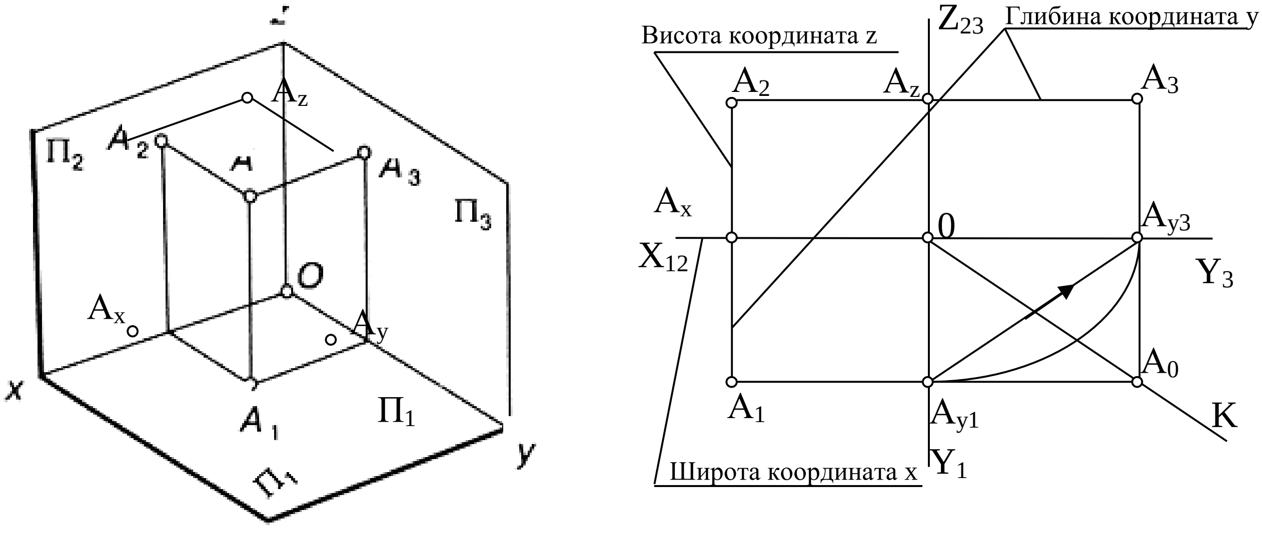
Виконавши усі самостійні графічні роботи і захистивши їх у співбесіді з викладачем, студент має право скласти залік.

1. КОМПЛЕКС ПРОЕКЦІЙ (КП) ТОЧКИ

Одна прямокутна проекція точки не визначає її положення в просторі. Справді, проекції A_1 відповідає в просторі безліч точок, які лежать на проектую чому промені, що йде з точки A_1 перпендикулярно до площини проекцій $П_1$.

Сукупністю двох прямокутних проекцій на дві взаємно перпендикулярні площини можна визначити форму і положення в просторі об'єктів проектування. Але в кресленні при побудові зображень часто використовують три площини проекцій і тому розглядають закони проектування на три площини проекцій.

Скористаємося трьома взаємно перпендикулярними площинами, що утворюють прямий тригранний кут (рис. 1а). $П_1$- горизонтальна, $П_2$ – фронтальна і $П_3$- профільна площини проекцій. Лінії O_x ,, O_y O_z взаємного перетину площин проекцій – осі проекцій, точка O – початок осей проекцій.



а) б)

Рис. 1 – Проекція точки на три площини проекції

Розмістимо в просторі тригранного кута точку А та побудуємо її проекції на площинах $П_1$ $П_2$ і $П_3$. Для цього з точки А проведемо проекційні промені AA_1, AA_2, AA_3, перпендикулярні до площин проекцій до перетину з ними. Внаслідок перетину дістанемо A_1- гозонтальну,A_2- фронтальну, та A_3 – профільну проекції точки А. Перпендикуляр AA_1 називається горизонтально-проекційним, AA_2 – фронтально-проекційним і AA_3 – профільно-проекційними променями. Площина, утворена парою проектуючи променів, наприклад AA_1 і AA_2, перпендикулярна до відповідної пари площин проекцій (у нашому випадку – до $П_1$ і $П_2$), бо вона містить у собі перпендикуляри до кожної з цих площин. Ця площина перетне кожну з площин проекцій $П_1$ і $П_2$ по прямій (A_1A_x, A_2 A_x), перпендикулярній до осі проекцій O_x. Точку перетину цієї площини з віссю ОХ позначають A_x.

Аналогічно міркуючи, дістають прямі A_1A_y, A_3A_y, перпендикулярні до осі ОУ, і прямі A_2A ,A_3A_z , перпендикулярні до осі OZ.

Комплексний рисунок.

У кресленні від просторового зображення точки і її проекцій переходять до плоского, або комплексного рисунка, який утворюється внаслідок розгортки площин проекцій навколо осей.

Вважаючи тригранний кут розщепленим по осі ОУ (рис. 1а) і залишаючи нерухомою фронтальну площину проекції $П_2$, обертають горизонтальну площину $П_1$ навколо осі ОХ униз на 90^o, а профільну $П_3$ – навколо осі OZ праворуч на 90^oдо їх суміщення з фронтальною площиною $П_2$. Напрям обертання показано на рис. 1а стрілками.

Утворений плоский рисунок трьох площин проекцій разом з побудованими на них проекціями A_1,A_2A_3 точки А називають комплексним рисунком точки А. На комплексному рисунку вісь $ОУ_1$, крім свого вертикального положення (вниз від точки О), займає й друге – горизонтальне положення $ОУ_3$ (вправоруч від точки О).

Пряма, що сполучає дві проекції точки на комплексному рисунку, називається лінією зв’язку .

<u>Розглядаючи рис.1б можна сформулювати такі основні положення:</u>

Горизонтальна A_1 і фронтальна A_2 проекції точки завжди розміщуються на одній вертикальній лінії зв’язку ,

Фронтальна A_2 і профільна A_3 проекції точки завжди розміщуються на одній горизонтальній лінії зв’язку ,

Горизонтальна A_1 і профільна A_3 проекції точки розміщуються на лініях зв’язку, що перетинаються на бісектрисі кута y_1oy_3. Ця бісектриса дістала назву постійної прямої рисунка і позначається буквою К, а лінія зв’язку $A_1A_oA_3$ – ламаної, або горизонтально-вертикальної лінії зв’язку .

Виміри і координати точки.

У просторі є безліч точок, що займають різне положення відносно площин проекцій. Щоб визначити положення кожної точки окремо, треба знати три її виміри – ширину, глибину і висоту.

Висоту точки вимірюють відстанню її від горизонтальної площини проекцій або віддаленням її фронтальної проекції A_2 від осі ($AA_1= A_2A_x$).

Глибину точки вимірюють відстанню її від фронтальної площини проекцій або віддаленням її горизонтальної проекції A_1 від осі ОХ ($AA_2=A_1A_x$).

Широту точки вимірюють відстанню її від профільної площини проекцій або віддаленням точки A_x від початку осей проекцій О ($AA_3=A_xO$).

У багатьох випадках виявляється зручним задавати положення точки в просторі її прямокутними координатами. При цьому площини проекцій $П_1$, $П_2$ і $П_3$ вважають за систему 3^x взаємно перпендикулярних координатних площин, а точку О – за початок відліку координат. Тоді три відстані від зображувальної точки А до площин $П_1$, $П_2$, і $П_3$ будуть координатами цієї точки, а саме: а) відрізок $AA_3= A_x$ O буде координатою Х цієї точки, тобто відстанню від точки до площини $П_3$ (широтою), б) відрізок $AA_2=A_1A_x$- координатою *у*, тобто відстанню від точки до $П_2$ (глибиною), в) відрізок $AA_1=A_2A_x$- координатою Z точки А, тобто відстанню від точки до площини $П_1$ (висота).

Якщо точку задано її координатами, то це записують умовно так : А (10, 16, 8), де перше число означає координату х , друге – координату у і третє – координату Z. Усі розміри подають у міліметрах.

Правила проектування:

- дві проекції точки (фронтальна і горизонтальна) знаходяться на одній лінії зв’язку .
- лінія зв’язку завжди перпендикулярна до осі проекції.
- дві проекції точки визначають однозначно положення точки в просторі, таким чином завжди можна побудувати третю проекцію точки за двома відомими.

Читання комплексного рисунка точки.

До читання рисунка можна включити розв’язання таких питань:

а) знаходження третьої проекції точки за двома даними;

в) визначення координат і положення точки відносно площин проекцій;

г) побудова аксонометричного зображення точки за комплексним рисунком;

д) аналіз взаємного розташування кількох точок відносно площин проекцій.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

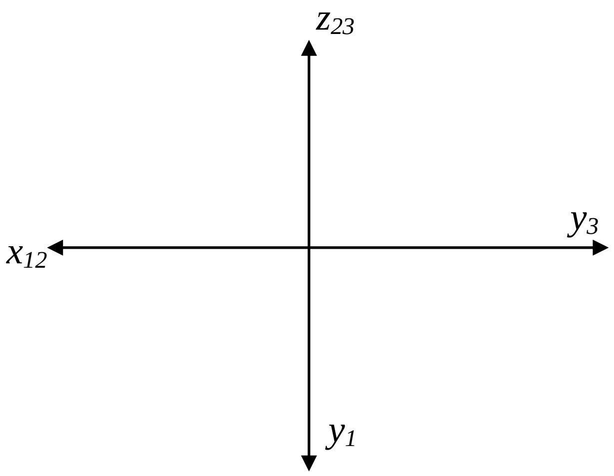
1. Що називається віссю проекцій?
2. Що називається горизонтальною, фронтальною та профільною проекціями точки.
3. Що таке комплекс проекцій (КП) і як перейти від просторового рисунка до комплексу проекцій (епюру).
4. Що таке лінія проекційного зв’язку і як вона розташована відносно осі проекцій.
5. Як називають відстань від точки у просторі до горизонтальної площини проекції, фронтальної площини проекції, профільної площини проекції.
6. Якими координатами визначається горизонтальна, фронтальна та профільна проекція точки?

ПРИКЛАД РОЗВЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.

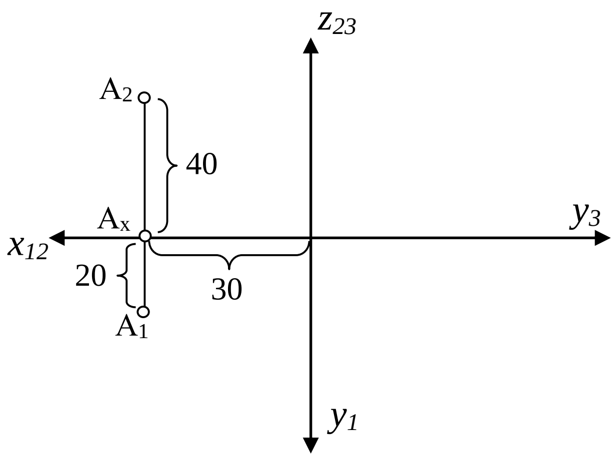
Побудувати три картинний комплекс проекцій точки А (30, 20,40).

План розв'язання:

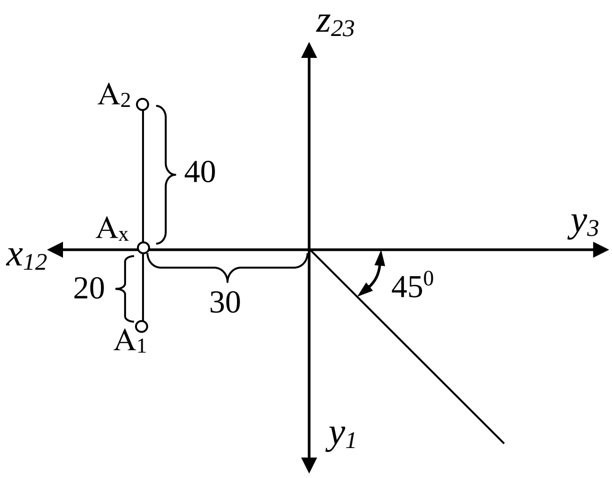
Крок 1. – будуємо осі проекцій.



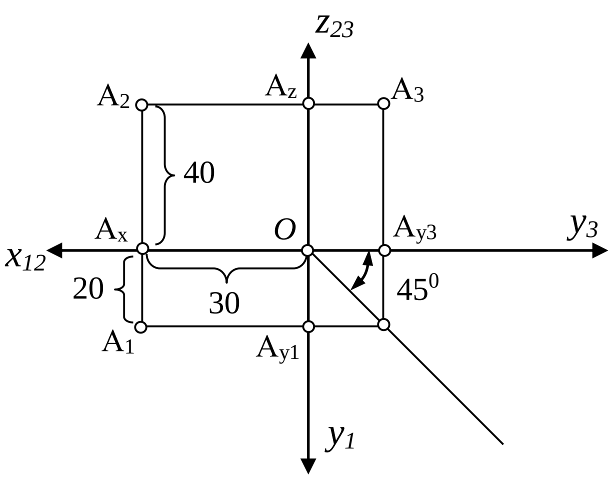
Крок 2. – по заданим координатам побудувати проекції точки: горизонтальну A_1 та фронтальну A_2: послідовно відкладаємо розміри OA_x=30 мм, A_xA_1=20 мм та A_x A_2= 40 мм.



Крок 3. – з точки O під кутом 45° до осей проекцій проводимо постійну рисунка K.



Крок 4. – використовуючи постійну рисунка та лінії проекційного зв'язку знаходимо профільну проекцію A_3 точки A.



Сукупність проекцій A_1,A_2,A_3 точки A створює трикартинний комплексний рисунок точки A.

2. КОМПЛЕКС ПРОЕКЦІЙ (КП) ПРЯМОЇ

Пряму можна розглядати як результат перетину двох площин. Пряма в просторі безмежна. Обмежена частина прямої називається відрізком.

Проектування прямої зводиться до побудови проекцій будь-яких двох її точок, бо дві точки повністю визначають положення прямої в просторі. Провівши через точки А та В (рис. 2а) перпендикуляри до площини $П_1$, на перетині знайдемо їх горизонтальні проекції A_1 і B_1.

Відрізок A_1B_1 – горизонтальна проекція прямої АВ. Такий самий наслідок матимемо і тоді, коли проведемо перпендикуляри до площини $П_1$ з довільних точок прямої АВ. Сукупність цих перпендикулярів (проекційних променів) утворює горизонтально-проекційну площину α, яка перетинається з площиною $П_1$ по прямій A_1B_1, що є горизонтальною проекцією прямої АВ. Міркуючи аналогічно, знаходимо фронтальну проекцію A_2B_2 прямої АВ (рис. 2а). Одна проекція прямої не визначає положення прямої в просторі. Справді, відрізок A_1B_1може бути проекцією будь-якого відрізка, що лежить у проекційній площини α. Положення прямої в просторі визначається сукупністю двох її проекцій. Отже, знаючи положення горизонтальної A_1B_1 і фронтальної A_2B_2 проекції прямої, можна, поставивши з точок однієї і другої проекцій перпендикуляри до площин $П_1$ і $П_2$, дістати дві проекційні площини α і β, що перетнуться по єдиній прямій АВ.

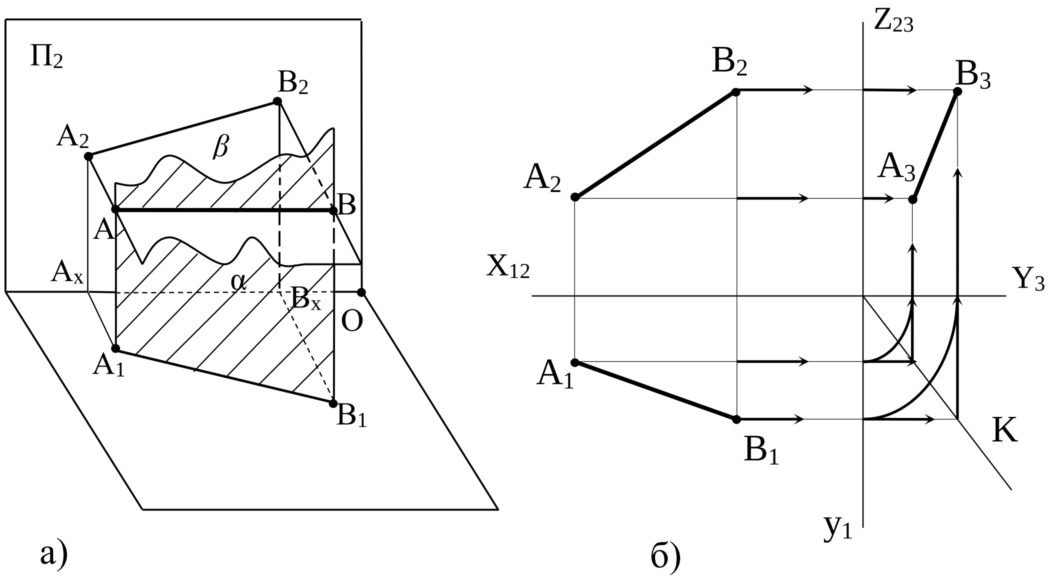


Рис. 2 – Проекціювання прямої на три площини

Проектування прямої на три площини проекції

На комплексному рисунку зображено відрізок прямої АВ загального положення, де A_1B_1 – горизонтальна, A_2B_2 – фронтальна і A_3B_3 – профільна проекції його.

Для побудови третьої проекції прямої за двома відомими можна використати ті самі способи, що й для побудови третьої проекції точки. (рис. 1б).

2.1. Положення прямої відносно площин проекцій.

За розташуванням у просторі розрізняють прямі окремого і загального положення.

Прямою загального положення називають пряму, розташовану похило до всіх площин проекцій. Її проекції утворюють з осями O_x, O_y,O_Z гострі або тупі кути, тобто жодна з проекцій не може бути паралельною осям проекцій або перпендикулярною до них. Жодна з проекцій цієї прямої не зображає на комплексному рисунку натуральної величини оригіналу, а завжди менше її ($A_1B_1 < AB$; $A_2B_2 < AB$; $A_3B_3 < AB$).

На рис. 2 показана пряма загального положення. Пряма загального положення утворює з площинами проекцій $П_1$ $П_2$ і $П_3$ кути нахилу, які позначається відповідно α, β, γ.

На комплексному рисунку 2б зображено відрізок прямої АВ загального положення, де A_1B_1 – горизонтальна, A_2B_2 – фронтальна і A_3B_3 – профільна проекція його.

Прямі окремого положення поділяються на прямі рівня і проекційні.

Прямими рівня називається прямі, паралельні одній з площин проекцій. Пряма АВ (рис. 3) паралельна горизонтальній площині проекцій $П_1$ називається горизонталлю. Її фронтальна проекція A_2B_2 паралельна осі проекцій Ох, а горизонтальна A_1B_1 дорівнює натуральній величині відрізка самої прямої (A_1B_1= АВ). Кут β між горизонтальною проекцією A_1B_1 і віссю Ох дорівнює натуральній величині кута нахилу прямої АВ до площини проекцій $П_2$. Кут γ між горизонтальною проекцією A_1B_1 і віссю Оу дорівнює натуральній величині кута нахилу прямої АВ до площини проекцій $П_3$.

Пряма CD (рис. 4) паралельна фронтальній площині проекцій $П_2$ називається *фронталлю.* Її горизонтальна проекція $C_1Д_1$ паралельна осі проекцій Ох, а фронтальна C_2D_2 дорівнює натуральній величині відрізка (C_2D_2=CD). Кут α між фронтальною проекцією C_2D_2 і віссю Ох дорівнює справжній величині кута нахилу прямої до площини $П_1$. Кут γ між фронтальною проекцією C_2D_2 і віссю OZ дорівнює справжній величині кута нахилу прямої до площини $П_3$.

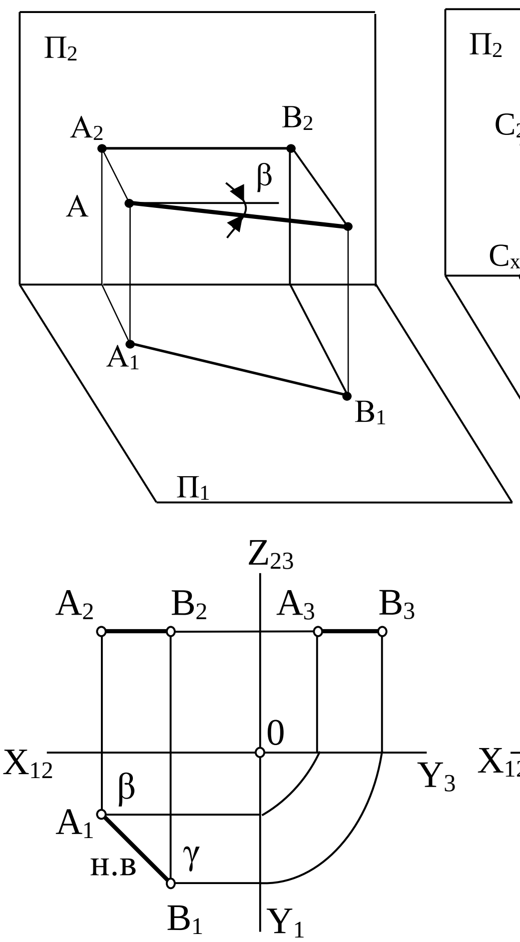


Рис. 3 – Горизонталь

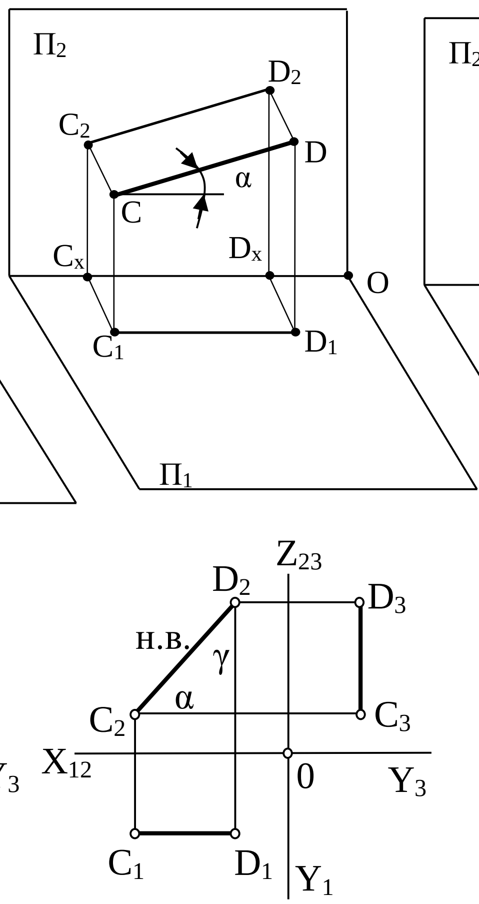


Рис. 4 – Фронталь

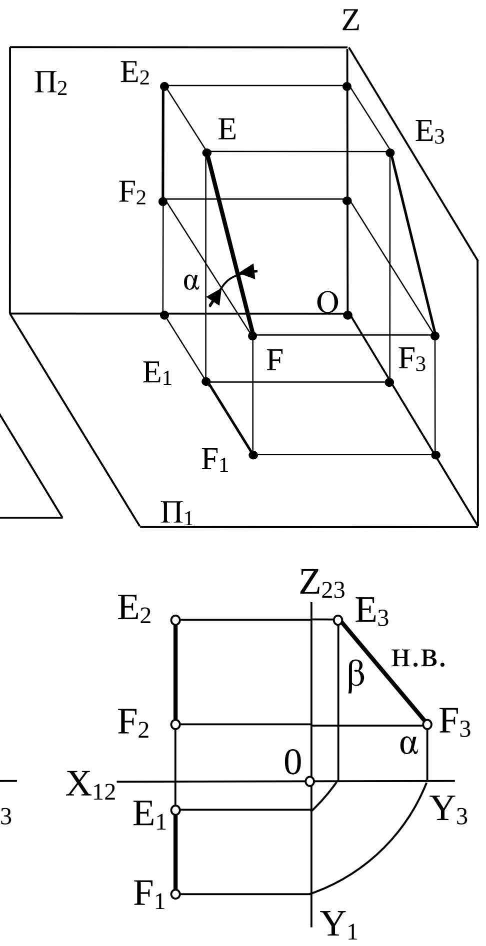


Рис. 5 – Профільна пряма

Пряма EF (рис. 5) паралельна профільній площині проекцій $П_3$, називається *профільною* прямою. Її фронтальна E_2F_2 і горизонтальна E_1F_1 проекції перпендикулярні до осі Ох, а профільна проекція дорівнює натуральній величині відрізка (E_3F_3= E F) . Кут α і β між профільною проекцією E_3F_3 і осями Оу і OZ дорівнюють справжній величині кутів нахилу прямої до площин $П_1$ і $П_2$.

Отже, прямі рівня проектуються на одну з площин проекцій у натуральну величину, а на дві інші – у вигляді відрізків меншої величини, що займають на рисунку вертикальне або горизонтальне положення. За рисунком можна визначити справжню величину кутів нахилу прямої до площин проекцій.

Проекційними називаються прямі, перпендикулярні до однієї з площин проекцій, тобто паралельні двом іншим площинам.

Пряма АВ (рис. 6) перпендикулярна до площини проекцій $П_1$, називається горизонтально-проекційною прямою, її горизонтальною проекцією A_1B_1 є точка, а фронтальною і профільною – прямі, паралельні осі OZ. Пряма CD (рис.7) перпендикулярна до площини $П_2$, називається фронтально-проекційною прямою, її фронтальна проекція C_2D_2- це точка, а горизонтальна і профільна проекції – прямі, паралельні осі Оу. Пряма EF (рис. 8), перпендикулярна до площини проекцій $П_3$, називається профільно-проекційною прямою; її профільна проекція E_3F_3- точка, а горизонтальна і профільна – прямі, паралельні осі Ох.

Отже, на одній з площин проекцій проекційна пряма зображується у вигляді точки, а на двох інших – у вигляді відрізків, які займають горизонтальне або вертикальне положення і величина яких дорівнює справжній величині відрізка самої прямої.

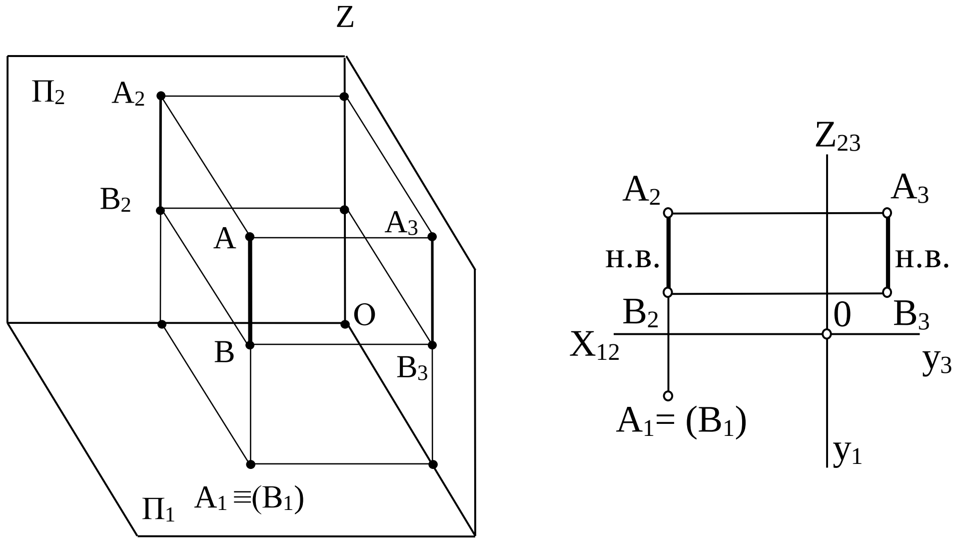


Рис. 6 – Горизонтально-проекційна пряма

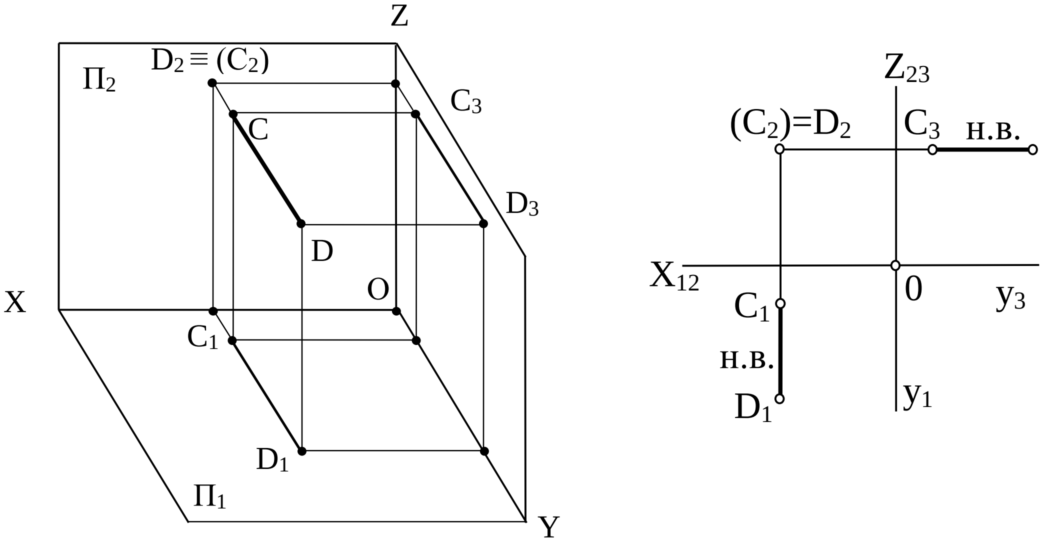


Рис. 7 – Фронтально-проекційна пряма

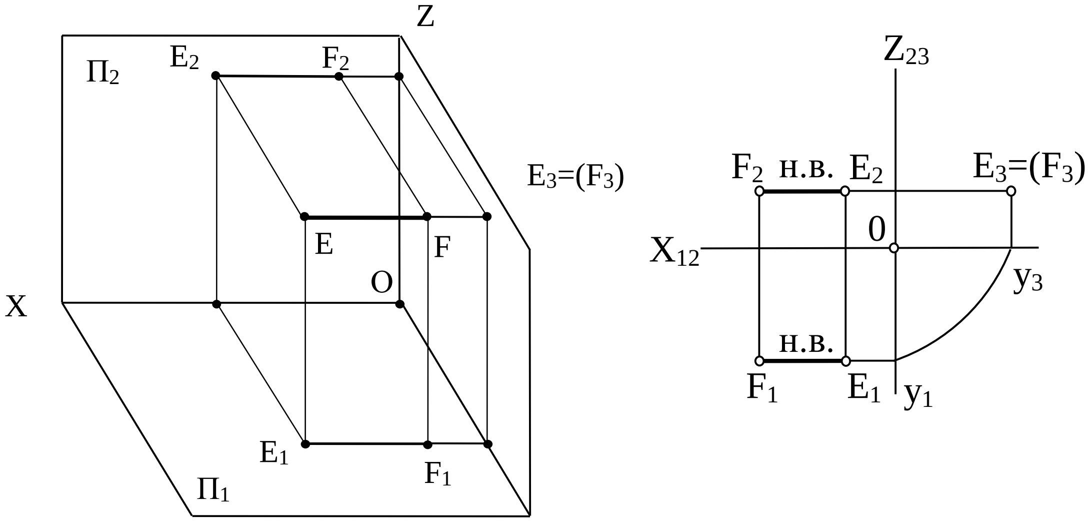


Рис. 8 – Профільно-проекційна пряма

2.2. Пряма і точка.

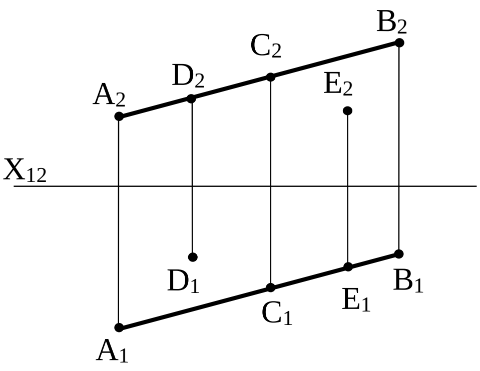


Рис. 9 - Точка і пряма

Якщо точка лежить на прямій, то її проекції лежать на однойменних проекціях цієї прямої і на спільній лінії зв'язку. На рис. 9 точка С лежить на прямій АВ, бо її проекції C_1 і C_2 розташовані відповідно на горизонтальній A_1B_1 і фронтальній A_2B_2 проекціях прямої. Точки D і E не лежать на прямій АВ, бо одна з проекцій кожної точки не належить однойменній з нею проекція цієї прямої.

2.3. Визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення і кутів нахилу його до площин проекцій.

Відомо, що при ортогональному проектуванні відрізка прямої загального положення жодна з його проекцій не дає натуральної величини відрізка, тому що кожна проекція менше самого відрізка.

Все ж по заданим двом проекціям відрізка можна знайти його натуральну величину.

Розглянемо умовно – перспективний рисунок з двох площин проекцій і відрізка прямої (рис. 10).

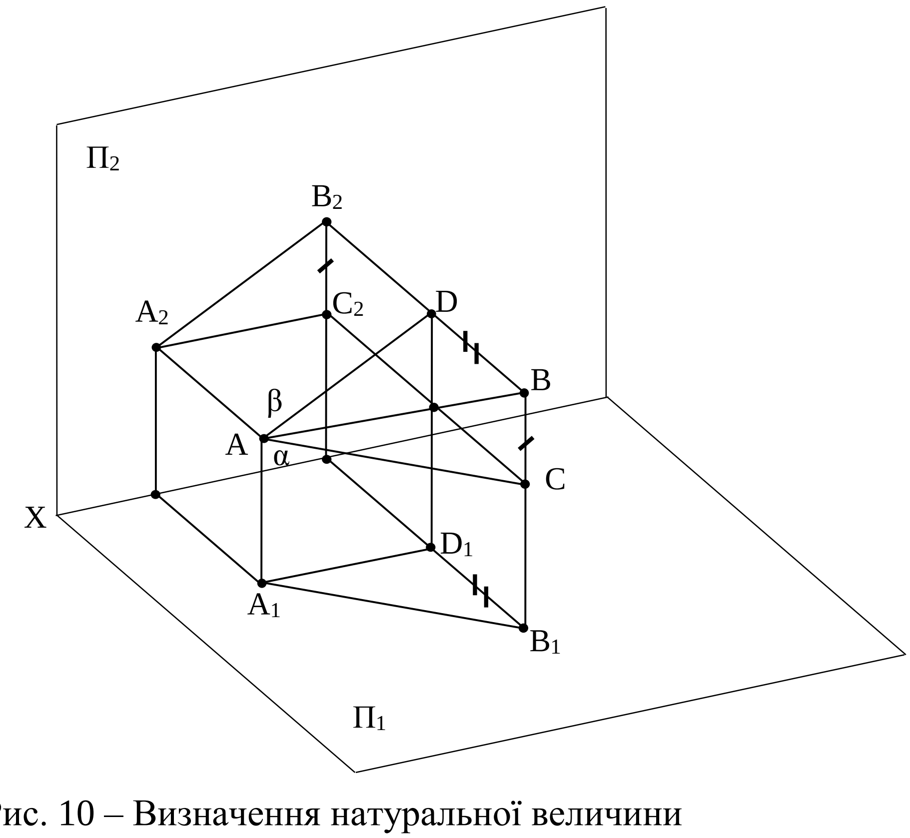


Рис. 10 – Визначення натуральної величини прямої загального положення

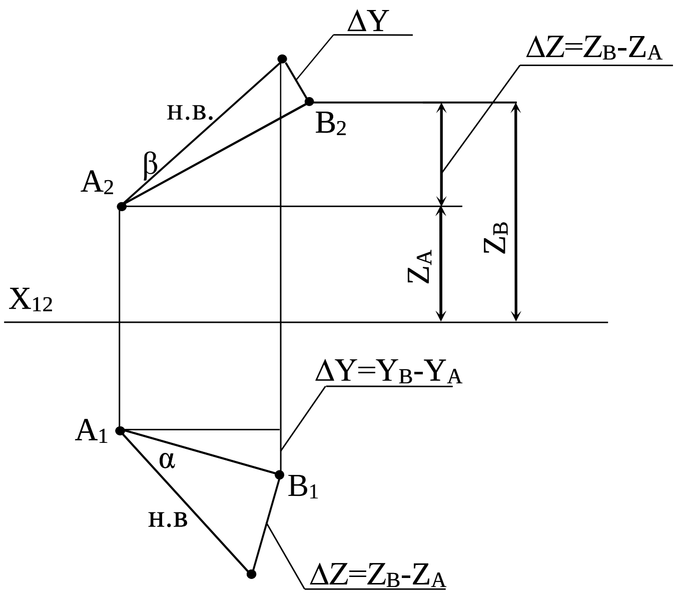


Рис. 11 – Визначення натуральної величини прямої загального положення

Прямій кут ΔABC створений прямою BC, перпендикулярної до площини проекції $П_1$, і прямою AC, проведеною з кінця A відрізка AB паралельно площині $П_1$. Катет AC цього трикутника дорівнює горизонтальній проекції A_1B_1, а другий катет BC дорівнює різниці координат $Z_в$ і Z_A кінців цього відрізка. З другого боку, в прямокутному трикутнику АДВ один з катетів буде фронтальною проекцією A_2B_2 відрізка AB, а другий ВД дорівнює різниці координат $У_в$ і $У_а$ кінців цього відрізка. Таким чином для визначення натуральної величини відрізка і кута нахилу прямою до площини проекції необхідно побудувати прямокутний трикутник, у якого один з катетів з'являється проекцією відрізка на задану площину, другий катет – різниця координат кінців заданого відрізка до даної площини. Гіпотенуза прямокутного трикутника буде натуральною величиною відрізка прямої. Кут між гіпотенузою і катетом, який являє собою проекцію – шуканим кутом.

Цей спосіб визначення натуральної величини відрізка прямої по його проекціям називається спосіб прямокутного трикутника (рис.11).

2.4. Взаємне розташування прямих у просторі.

Дві прямі в просторі одна відносно одної можуть бути взаємно паралельними, перетинатися і бути мимобіжними.

Паралельні прямі.

Якщо прямі в просторі паралельні, то їх однойменні проекції на будь-яку площину також взаємно паралельні.

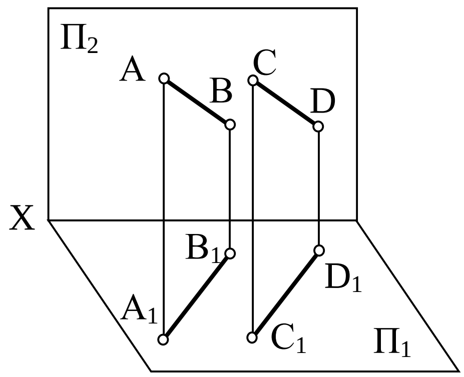


Рис. 12

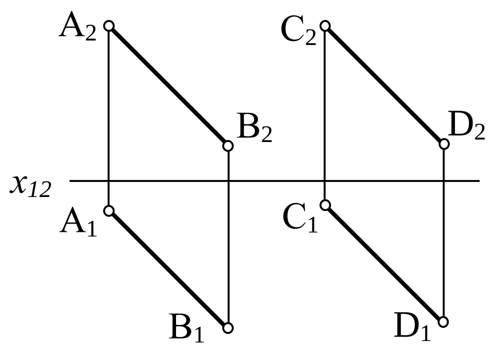


Рис. 13

Уявимо собі, що через паралельні прямі АВ і СД (рис. 12) проведено дві горизонтально проектуючи площини α та β, які перетинає третя горизонтальна площина $П_1$. Внаслідок перетину дістанемо горизонтальні проекції цих прямих $А_1В_1$ і $С_1Д_1$, які будуть паралельні між собою: На комплексному рисунку (рис.13) зображено пару паралельних прямих загального положення; однойменні їх проекції паралельні між собою, тобто $А_1В_1 \| С_1Д_1$; $А_2В_2 \| С_2Д_2$.

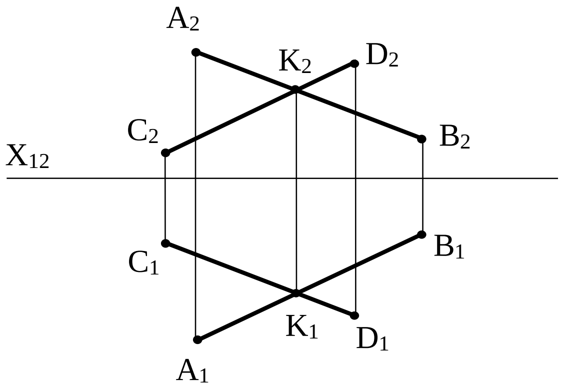


Рис. 14 – Прямі АВ та CD загального положення, що перетинаються

Прямі, що перетинаються.

Якщо прямі у просторі перетинаються, то на комплексному рисунку їх однойменні проекції перетинаються в точках $К_1$ і $К_2$, розташованих на одній лінії зв'язку. (Рис. 14).

Мимобіжні прямі.

Якщо дві прямі в просторі не паралельні між собою і не перетинаються, то вони перехрещуються. Такі прямі називаються мимобіжними. Точки перетину однойменних проекцій цих прямих не лежать на одному перпендикулярі до осі проекцій ОХ. На рис.15 зображено мимобіжні прямі загального положення.

На прикладі рисунка мимобіжних прямих розглянемо визначення видимості цих прямих відносно площин проекцій. Видимість таких прямих визначається за допомогою конкурентних точок. Наприклад, з конкурентних відносно площини $П_2$ точок Е і Т видима точка Е, тому що вона знаходиться ближче до спостерігача. Аналогічно, розглядаючи конкурентні точки К і Е відносно площини проекцій $П_1$ бачимо, що точка К вище точки F, отже вона видима.

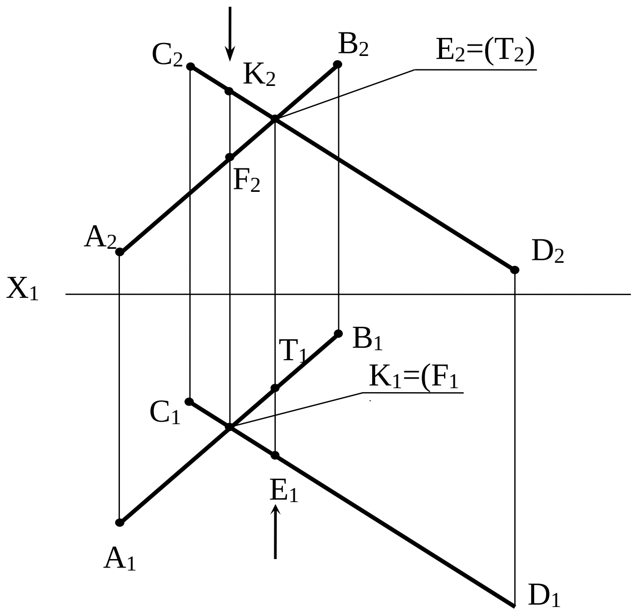


Рис. 15 – Мимобіжні прямі

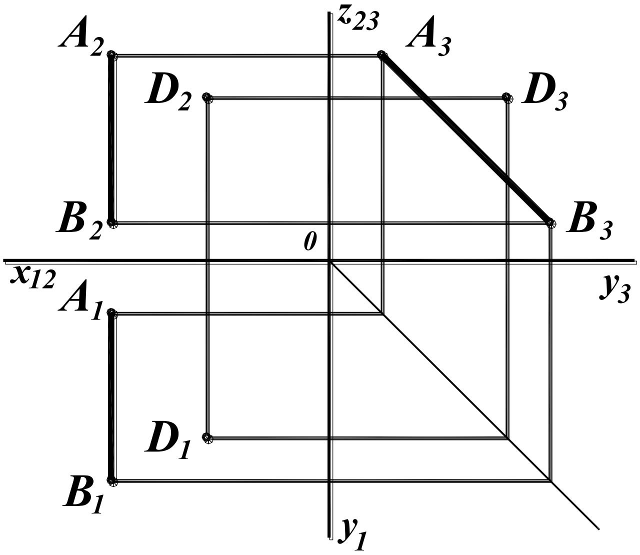
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Дайте визначення горизонталі, фронталі та профільної прямої.
2. Як називаються прямі, перпендикулярні до площин проекцій.
3. Що таке слід прямої?
4. Як визначити натуральну величину відрізка прямої загального положення та кути нахилу його до площин проекцій?
5. Які точки називаються конкурентними та що за їх допомогою визначається?
7. Сформулюйте теорему про проектування прямого кута.

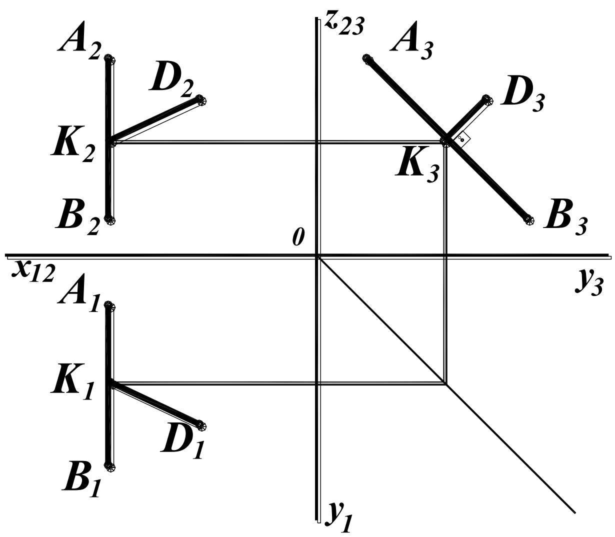
ПРИКЛАД РОЗВЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.

Знайти відстань від точки ***D***(20,30,25) до прямої, заданої відрізком АВ: ***A*** (35,10,35), ***B***(35,35,5).

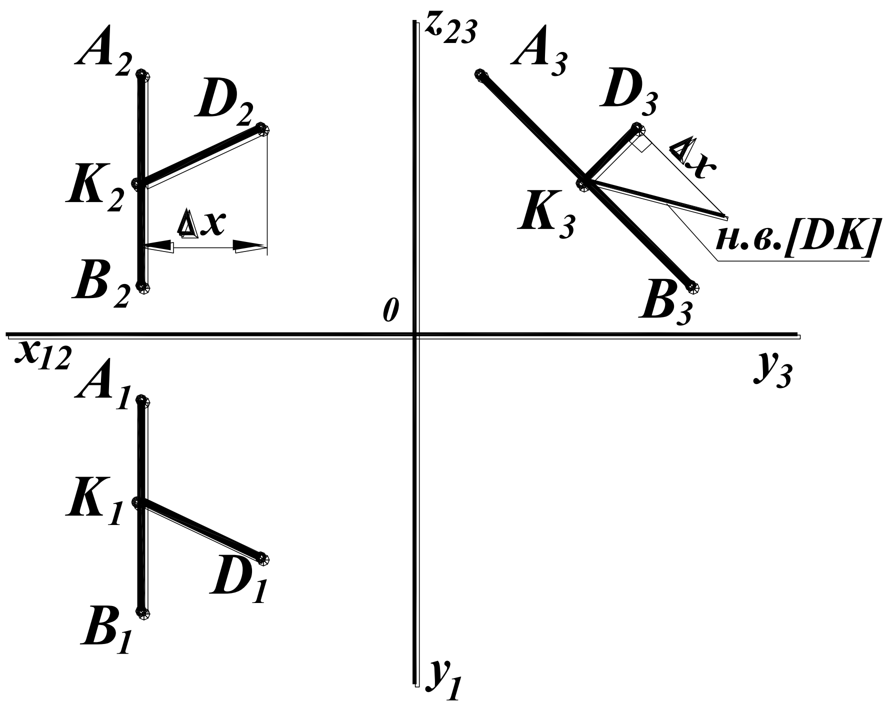
Крок 1. Проводимо осі проекції – *x*, *y*, *z* і знаходимо горизонтальні, фронтальні та профільні проекції точок A, B, D.



Крок 2. Із точки D_3 опускаємо перпендикуляр на A_3B_3 і визначаємо K_3. Проводимо лінії проекційного зв’язку. Знаходимо фронтальну K_2 і горизонтальну K_1 проекції точки K. З'єднавши D_2 і K_2, D_1 і K_1, одержуємо проекції D_2K_2 і D_1K_1 шуканої відстані.



Крок 3. Для знаходження натуральної фігури відрізка DK скористаємось правилом прямокутного трикутника. Одним катетом буде відрізок D_3K_3, другий добудовуємо з точки D_3 довжиною Δx. Довжина гіпотенузи цього трикутника і буде шуканою відстанню від точки D до прямої AB.



3. КОМПЛЕКС ПРОЕКЦІЙ (КП) ПЛОЩИНИ

3.1. Зображення площини на комплексному рисунку.

З елементарної геометрії відомо, що через будь-які три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину і при тому тільки одну. Будь-яка фігура, що належить площині, завжди містить в собі три точки, які не належать одній прямій, тому площину можна ще задавати різним сполученням геометричних фігур (рис.16), наприклад:

- точкою і прямою (рис. 17);
- двома прямими, що перетинаються (рис. 20) ;
- плоскою фігурою-трикутником (рис. 19);
- двома паралельними прямими (рис. 18);

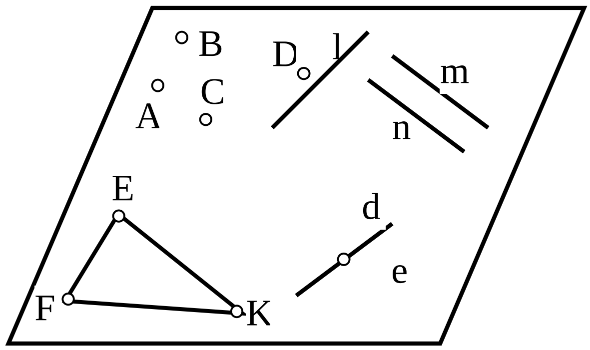


Рис. 16 – Способи завдання площини

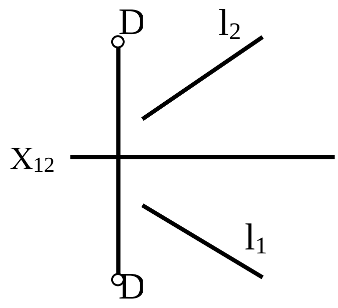


Рис. 17 – Завдання площини точка пряма

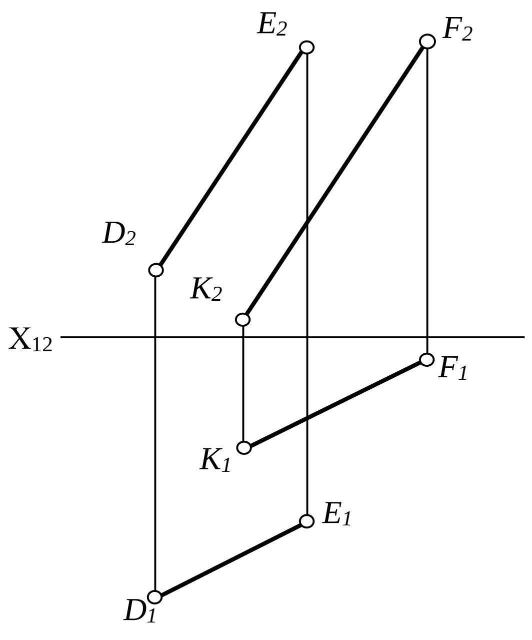


Рис. 18 – Завдання площини двома паралельними прямими

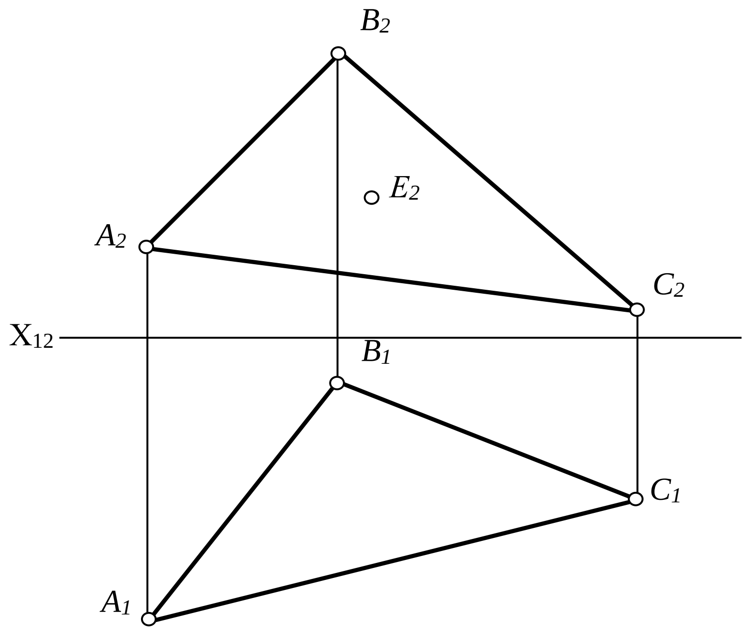


Рис. 19 – Завдання площини трикутником

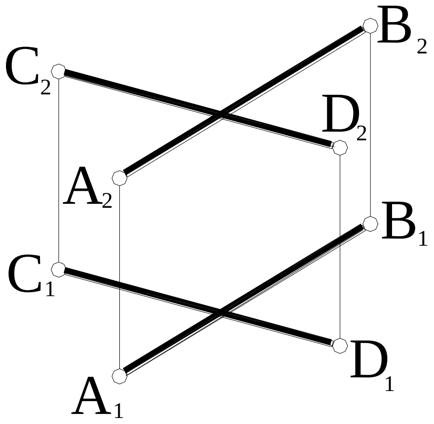


Рис. 20 – Завдання площини прямими, що перетинаються

З рисунків бачимо, що від одного виду зображення площини легко перейти до іншого, так, наприклад, щоб перейти від зображення площини прямою і точкою до зображення її трикутником, треба тільки сполучити точку з кінцями відрізка прямої.

3.2. Положення площин в просторі відносно площин проекцій

За розташуванням у просторі розрізняють площини загального і окремого положення.

Площина загального положення розташована похило до площин проекцій. З площинами проекцій вона створює кути нахилу, які позначаються відповідно α, β, γ.

Площини окремого положення поділяють на проекційні площині і площини рівня.

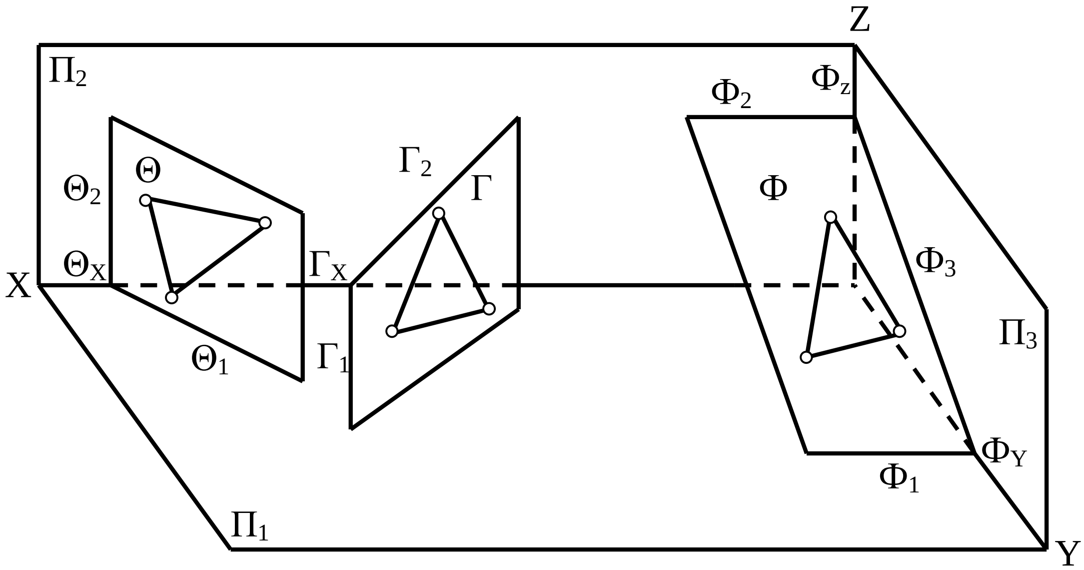
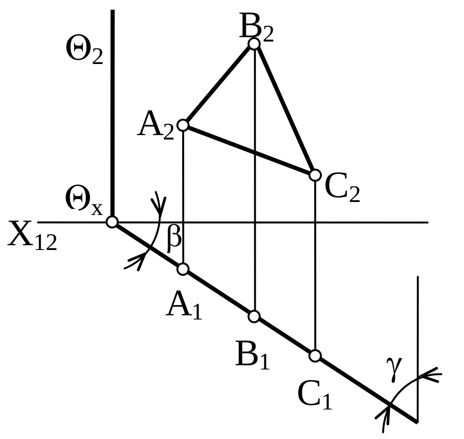


Рис. 21 – Проекційні площини

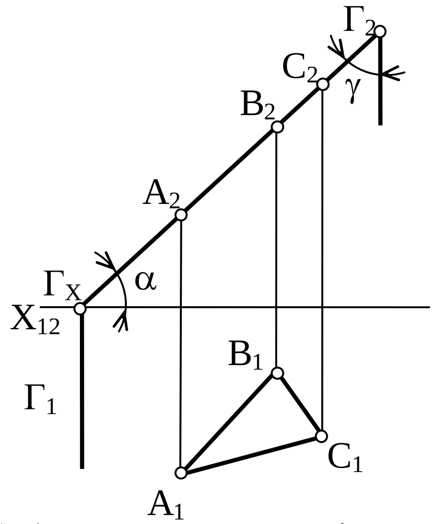
Проекційною називається площина, перпендикулярна до однієї з площин проекцій. Розрізняють три види проекційних площин: горизонтально-проекційну θ, перпендикулярну до горизонтальної площини проекції Π_1 (рис. 21, 22а); фронтально-проекційну Γ , перпендикулярну до фронтальної площини проекцій Π_2 (рис. 21, 22б) і профільно-проекційну Φ, перпендикулярну до профільної площини проекції Π_3 (рис. 21, 22б).

Основні проекційні ознаки цих площин можна сформулювати так:

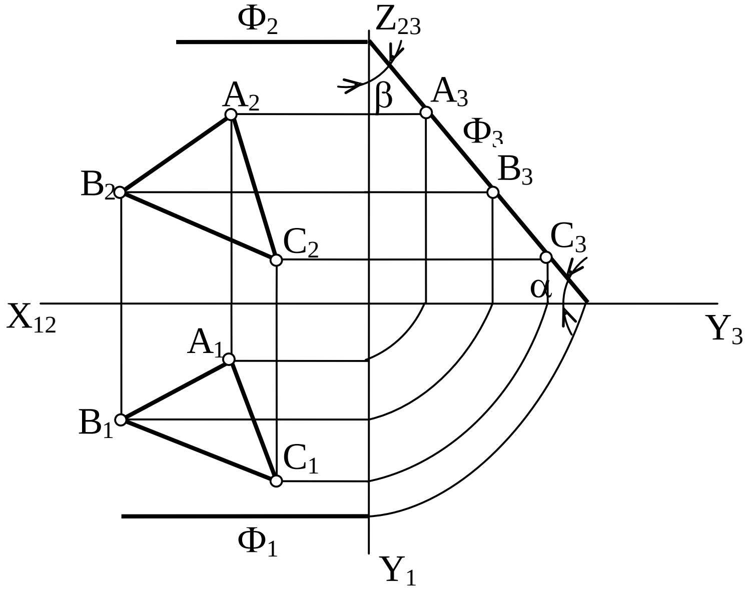
1. Проекційна площина зображується прямою лінією (слідом-проекцією) на перпендикулярній до неї площині проекцій.



а) горизонтально-проекційна площина



б) фронтально-проекційна площина



г) профільно-проекційна п лощина

Рис. 22 – Проекційні площини

2. На двох інших площинах проекцій фігура, що лежить у проекційній площині, зображується спотворено.

3. Одна проекція довільної фігури, розміщеної в проекційній площині, збігається з слідом – проекцією цієї площини, який має збиральні властивості.

Ця властивість полягає в тому, що проекції точок, ліній і фігур, які лежать у цій площині, збігаються в одну пряму, яка розташовується на сліді – проекції площини.

4. Проекційну площину можна задати лише одним слідом-проекцією.

5. За комплексним рисунком можна визначити кути нахилу проекційної площини до площин проекцій. Позначимо кути нахилу заданої площини до площин проекцій $П_1$, $П_2$, $П_3$ відповідно через α, β, γ.

З рис. 22а бачимо, що кут між горизонтально-проекційною площиною θ і площиною проекцій $П_2$ вимірюється лінійним кутом β між слідом-проекцією θ_1 і віссю Ох. Величина кута між цією самою площиною і площиною проекцій $П_3$

вимірюється лінійним кутом γ між слідом θ_1 і віссю Oy_1. Кут α для горизонтально-проекційної площини дорівнює 90^o.

Самостійно проаналізуйте кути, утворені проекційною площиною з площинами проекцій на рис. 22б, 22г.

Площина рівня паралельна одній або перпендикулярна до двох інших площин проекцій. Розрізняють три види площин рівня: горизонтальну λ, тобто паралельну горизонтальній площині проекцій $П_1$ (рис. 23, 24а); фронтальну Σ, паралельну фронтальній площині проекцій $П_2$ (рис. 23, 24б) і профільну Ω, паралельну профільній площині проекцій $П_3$ (рис. 23, 24в).

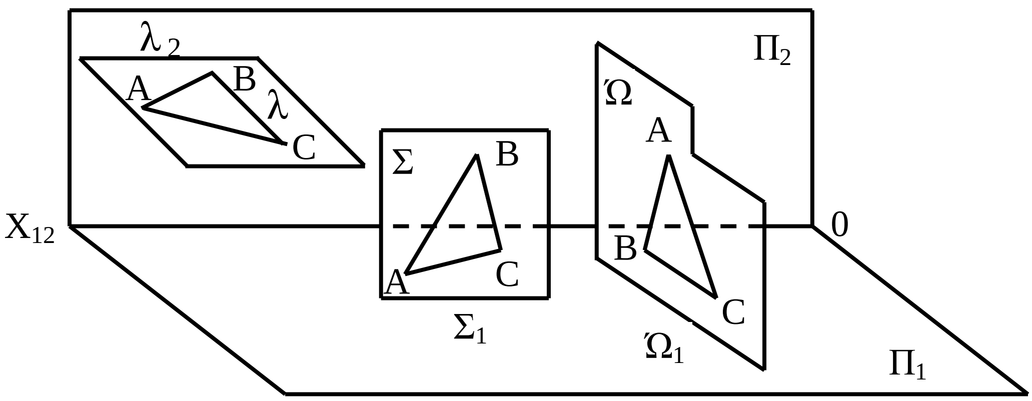
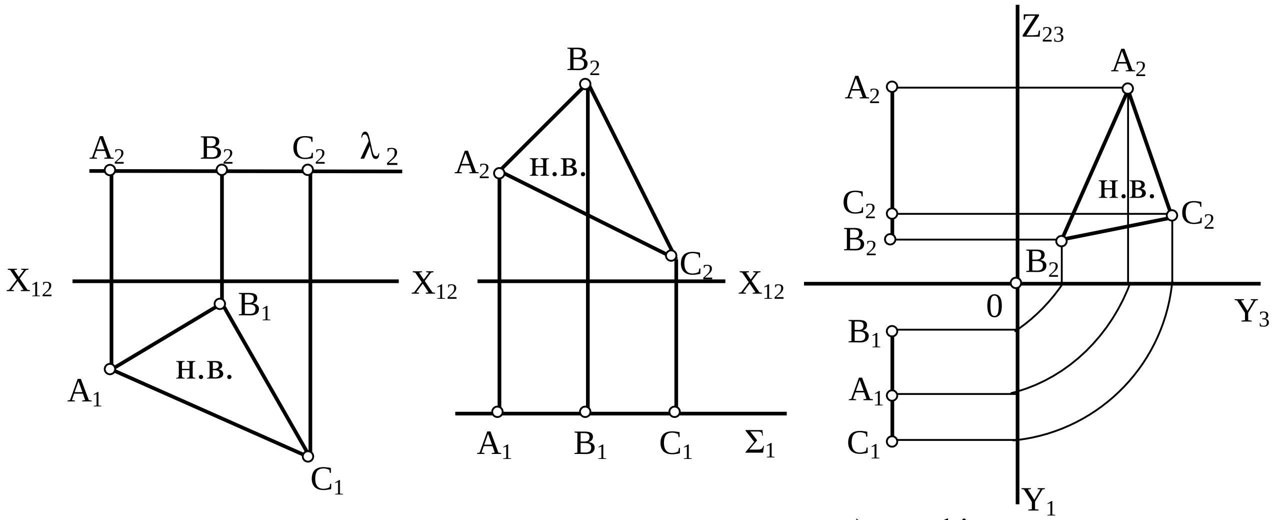


Рис. 23 – Площини рівня



а) горизонтальна площина рівня

б) фронтальна площина рівня

г) профільна площина рівня

Рис. 24 – Площини рівня

Розглянемо проекційні ознаки площин рівня:

1.Довільна фігура, що лежить у площині рівня, проектується натуральною величиною на ту площину проекцій, якій ця площина рівня паралельна. На рис. 24а трикутник АВС проектується в натуральну величину на площину $П_1$, або він лежить у горизонтальній площині рівня λ. Трикутник АВС, що лежить у фронтальній площині рівня Σ проектується справжньою величиною на площину проекцій $П_2$ і трикутник ABC , що лежить у профільній площині рівня Ω проектується в натуральну величину на площину проекцій $П_3$.

2. На дві інші площини проекцій фігура, що лежить у площині рівня, проектується відрізками прямих, які займають вертикальне або горизонтальне положення.

3. Сліди – проекції площин рівня мають збиральну властивість.

4. Не обмежену певною фігурою площину рівня можна задавати лише одним слідом-проекцією.

3.3. Прямі і точки, що лежать у площині.

Пряма лежить у площині, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині (рис. 25а), або через одну її точку паралельно іншій прямій, проведеній на площині (рис. 25б).

а)

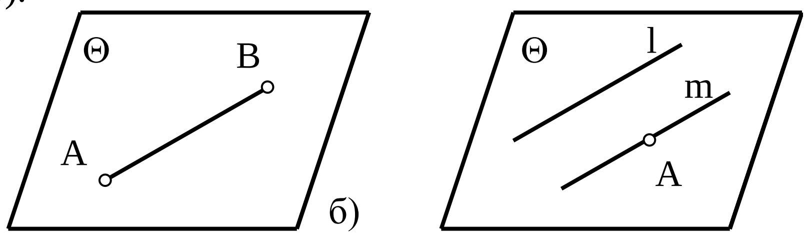


Рис. 25 – Пряма, що належить площині.

Припустимо, що в площині трикутника ABC треба провести довільну пряму ДЕ (рис. 26). Побудову можна почати з будь-якої проекції, наприклад з фронтальної проекції $Д_2E_2$. Ця проекція перетинає сторони трикутника в точках D_2 і E_2. Провівши з цих точок лінії проекційного зв'язку, знайдемо горизонтальні проекції $Д_1$ і E_1 на горизонтальних проекціях тих самих сторін трикутника. Пряма $Д_1E_1$ і є горизонтальною проекцією зображуваної прямої ДЕ загального положення (рис. 26).

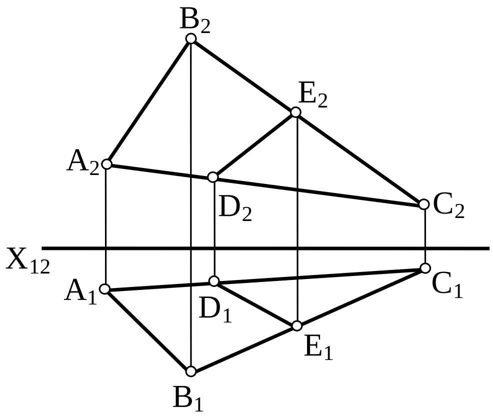


Рис . 26 – Пряма у трикутнику

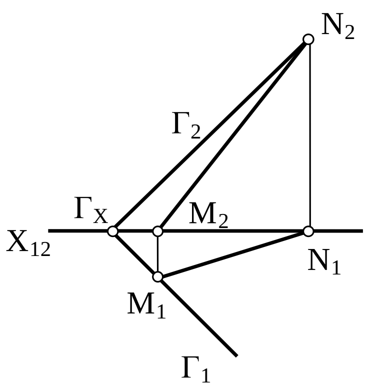


Рис. 27 – Площина задана слідами

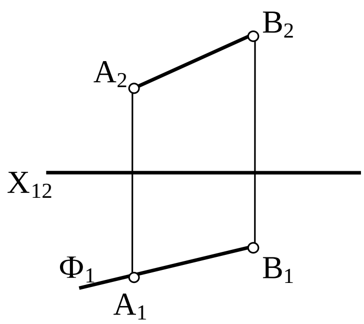


Рис . 28 – AB належить Ф

На рис. 27 побудовано пряму загального положення, розміщену в площині, заданій слідами. У цьому випадку користуються такою проекційною властивістю: якщо пряма лежить у площині, то сліди прямої лежать на однойменних слідах площини. Ця умова в нашому прикладі виконується, бо горизонтальний слід M_1 прямої лежить на горизонтальному сліду $Г_1$ площини Г, а фронтальний N_2- на фронтальному сліду $Г_2$.

Необхідна і достатня умова належності прямої площині окремого положення полягає в тому, що проекція прямої має збігатися з однойменним слідом – проекцією площини. Наприклад, пряма АВ (рис. 28) лежить у горизонтально-проекційні площині Ф, бо її проекція A_1B_1 зливається з слідом $Ф_1$. Фронтальна проекція A_2B_2 може займати довільне положення.

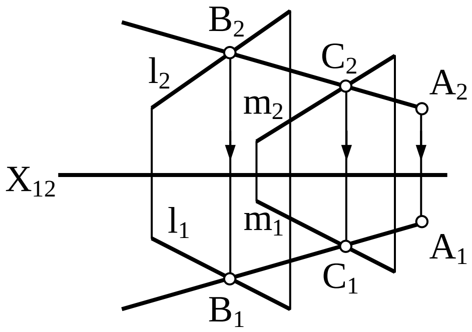


Рис. 29 – Точка, що належить площині

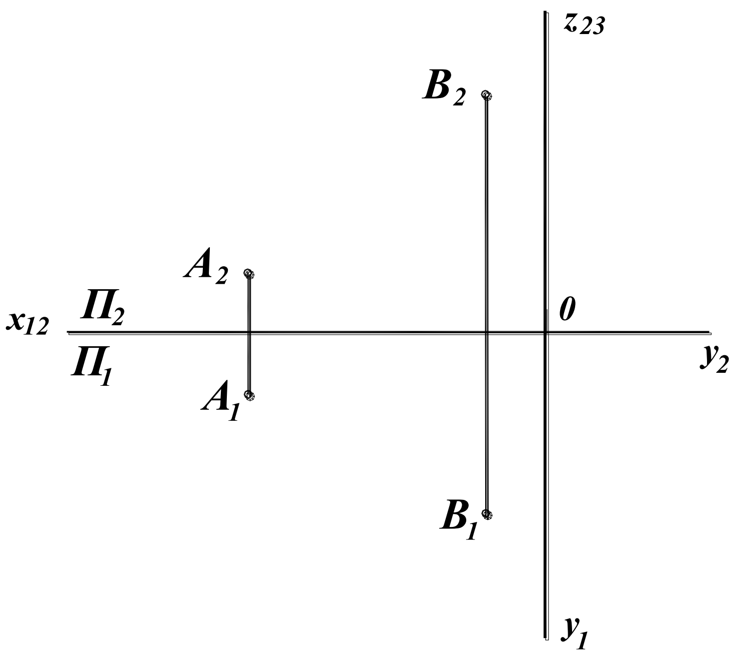
Точка лежить у площині, якщо вона лежить на прямій, що належить цій площині. Отже, проекцію точки, що лежить у площині, будують за допомогою заздалегідь проведеної прямої, яка належить цій площині. На рис. 29 площину задано двома паралельними прямими. Треба знайти горизонтальну проекцію A_1 точки A_1, що лежить у цій площині. Для цього через точку A_2 проводять фронтальну проекцію B_2C_2 довільної прямої ВС, що належить цій площині. Провівши лінії проекційного зв'язку, знаходять горизонтальну проекцію B_1C_1 цієї прямої. Проводять вертикальну лінію зв'язку з точки A_2 до перетину з B_1C_1 і знаходимо горизонтальну проекцію A_1 точки А.

ПРИКЛАД РОЗВЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.

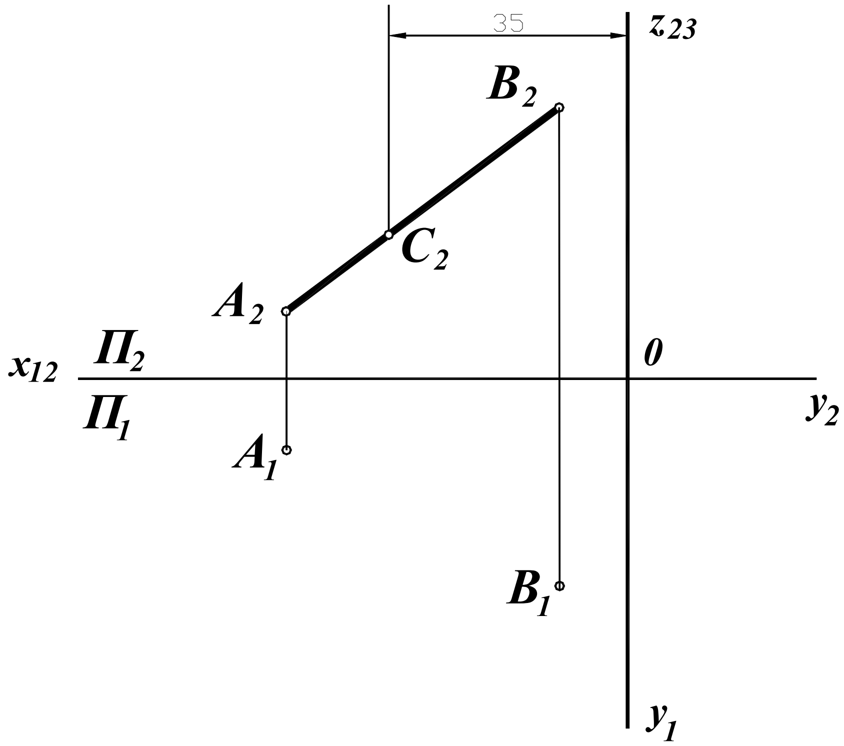
Дано: А(50,10,10) і В(10,30,40).

На двокартинному КП побудувати проекції точки С, що віддалена від профільної площини проекції на 35 мм, і яка належить фронтально-проекційній площині АВС. Глибина точки С дорівнює 60мм.

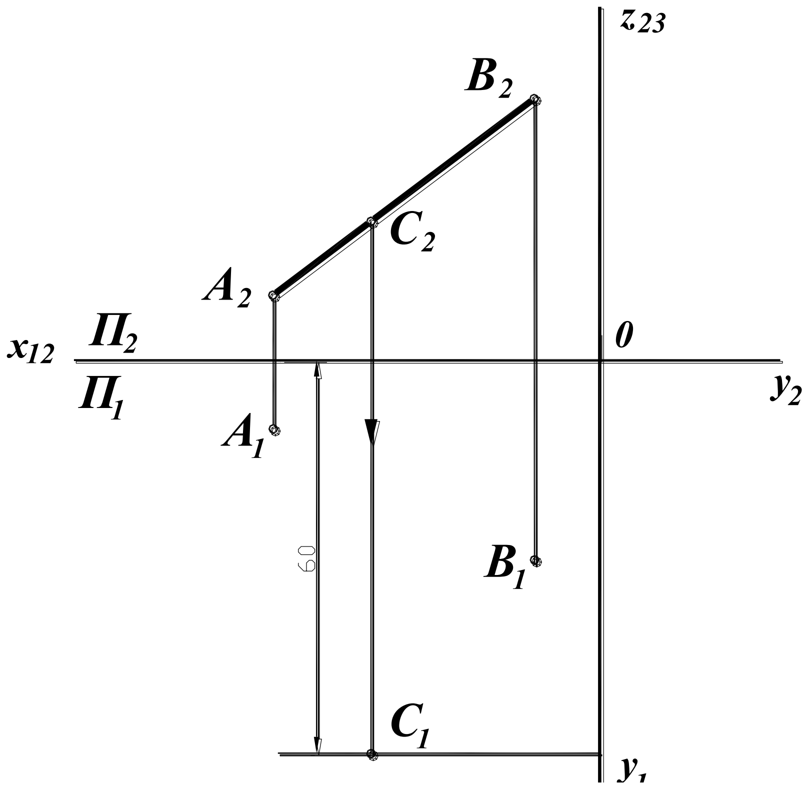
Крок 1. За заданими координатами точок А і В будуємо графічну умову задачі 2.



Крок 2. Оскільки фронтальна проекція фронтально–проекційною площини являє собою пряму лінію, то фронтальна проекція точки C, що належить площині ABC, буде лежати на цій лінії. Для побудови фронтальної проекції точки C_2 проводимо пряму, рівнобіжну осі OZ, на відстані 35 мм від неї. На перетинанні цієї лінії з проекцією відрізка A_2B_2 знаходимо проекцію точки C_2.



Крок 3. Горизонтальна проекція C_1 знаходиться на лінії проекційного зв'язку на відстані 60 мм від осі OX. Три точки A, B, C, які не лежать на одній прямій, однозначно визначають шукану площину.



ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Які ви знаєте способи задання площини на комплексному рисунку?
2. Що таке сліди площини?
3. Які площини називаються площинами рівня?
   Які властивості цих площин?
4. Які площини називаються проекційними?
   Які властивості цих площин?
5. Сформулюйте умови належності прямої площині?
6. Які прямі називаються горизонталями площин?
7. Які прямі називаються фронталями?

КОМПЛЕКС ПРОЕКЦІЙ (КП) ПОВЕРХОНЬ

Загальні положення.

Щоб правильно накреслити складну технічну деталь, треба навчитися будувати проекції окремих геометричних тіл, з яких складаються деталі призм, пірамід, циліндрів, конусів, куль тощо. Тобто нам потрібно розглянути деякі види поверхонь. Зобразити і прочитати рисунок геометричного тіла – це означає не тільки вміти за даними розмірами побудувати його проекції, а й провести повний аналіз тіла, тобто визначити і показати на рисунку ребра, грані, вершини, твірні, взаємне їх розташування, а також розташування їх відносно площин проекцій, визначити видимі і невидимі тіла, знайти проекції точок, що лежать на поверховості, проставити розміри, побудувати розгортку і аксонометричне зображення.

4.1. Завдання і зображення багатогранників.

Багатогранною поверхнею, або багатогранником, називають сукупність кінцевого числа плоских багатокутників, що не лежать в одній площині.

Твірні багатокутники називають гранями, їхні сторони – ребрами, а вершини – вершинами багатогранника. Сукупність ребер та вершин називають сіткою. Для задана багатогранника на комплексному рисунку достатньо задати проекціями його сітки.

Видимість ребер на проекціях багатогранника визначають за допомогою конкурентних точок.

Найбільш поширені багатогранники – це призми та піраміди.

4.1.1. Призма.

Якщо твірна ковзає по довільній напрямній ламаній лінії так, що окремі положення твірної залишаються між собою паралельними, то утворюється замкнена гронова поверхня, яка називається призматичною. Коли площини, що утворюють гронову поверхню, замикають простір з усіх боків, то утворюється багатогранник. Призмою називається многогранник, що утворюється в перерізі призматичної поверхні двома паралельними площинами. Отже, призма – це багатогранник, в якого дві грані (основи) є однаковими многокутниками з відповідно паралельними сторонами, а бічні грані в загальному випадку – паралелограми. Лінії перетину граній називають ребрами. Ребра призми поділяють на бічні і ребра основи точки перетину ребер, або точки, в яких сходяться грані, називаються вершинами многогранника.

Призма називається прямою, коли бічні ребра перпендикулярні до основи, і похилою, коли вони не перпендикулярні. Бічні грані прямої призми – прямокутники; похилої – паралелограми. Призми поділяються на правильні і неправильні.

Правильною називається призма, в основі якої лежить правильний многокутник.

Побудова проекції призми на комплексному рисунку (рис. 30) треба побудувати проекції прямої трикутної призми, що стоїть на площині $П_1$. На площину проекцій $П_1$ призма проектується рівностороннім трикутником, який є проекцією нижньої і верхньої основ призми. Сторони трикутника є проекціями бічних граней призми, а його вершини – проекціями бічних ребер. На площині проекцій $П_2$ призма зобразиться у вигляді прямокутника, величина якою дорівнює грані, паралельній площині $П_2$.

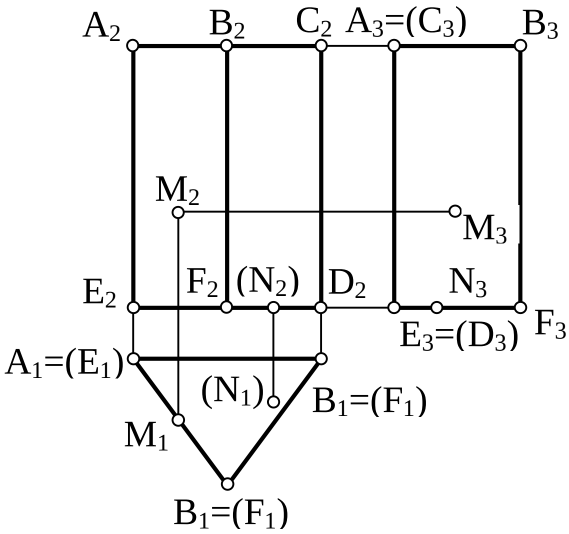


Рис. 30 – Проекції призми

Проекція переднього ребра призми ділить прямокутник на дві частини. На площину $П_3$ призма проектується у вигляді прямокутника, величина якого дорівнює ширині призми по осі Оу.

Видимість елементів призми

Горизонтальна проекція – це зображення призми в напрямі стрілки І. Тому на горизонтальній площині проекцій $П_1$ видимою буде лише верхня основа призми. На фронтальній проекції призми грані ABF і BFД видимі, а грань АЕСД – невидима. На профільній проекції призми видимою буде лише грань AEBF.

Визначення проекцій точок, що лежать на поверхні призми.

Задано фронтальну проекцію M_2 точки M, яка лежить на лівій бічній грані призми. Ця грань проектується на горизонтальну площину проекцій $П_1$ відрізком A_1B_1, тому горизонтальна проекція M_1 точки M лежить на цьому відрізку. Проекцію M_3 знайдено за допомогою координати $y_м$. На рис. 31 показано побудову точки N.

4.1.2. Піраміда.

Якщо твірна лінія, що проходить через сталу точку, ковзає по замкненій ламаної лінії, то утворюється багатогранний кут або пірамідальна поверхня.

Отже, пірамідою називається багатогранник, одна грань якого (основа) є многокутником, а бічні грані – трикутниками, що мають спільну точку – вершину піраміди. (рис. 31). Оскільки всі бічні грані піраміди є трикутниками піраміди цілком визначається завданням її основи та вершини. За формою основи піраміди бувають трикутні, чотирикутні, п'ятикутні і т.д. Піраміда називається правильною, коли в її основі лежить правильний багатогранник і вісь проходить через центр основи. Найкоротша відстань від вершини до основи називається висотою піраміди. Якщо піраміду розсікти площиною, паралельною її основі, то частина піраміди між основою і січною площиною називається зрізаною пірамідою.

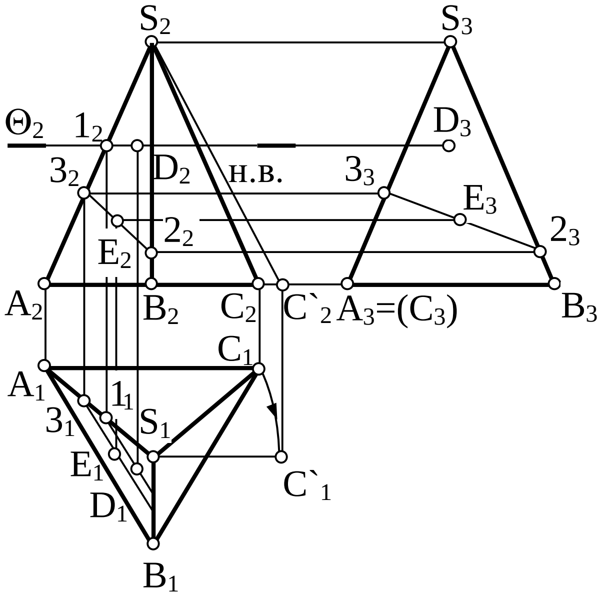


Рис. 31 – Побудова проекції піраміди

Побудова проекцій піраміди на комплексному рисунку.

Треба побудувати проекції трикутної піраміди. Горизонтальна проекція піраміди є трикутник, який за формою і розмірами дорівнює основі піраміди. Трикутники є проекціями бічних граней піраміди. На горизонтальній площині проекцій $П_2$ піраміда зображується двома трикутниками, які являються проекціями двох бічних граней ASB і B SC . На профільну площину проекції $П_3$ піраміда також зображується трикутником $A_3S_3B_3$ – це проекція лівої бічної грані.

Видимість елементів піраміди

На горизонтальній проекції піраміди видимими будуть усі три бічні грані, на фронтальній площини проекцій $П_2$ видимими будуть дві бічні грані ASB і BSC, а на профільній площині проекцій $П_3$ – грань ASB.

Визначення проекцій точок, що лежать на поверхні піраміди.

1.Задано фронтальну проекцію $Д_2$ точки Д. Знайдемо горизонтальну проекцію $Д_1$ першим способом – проведенням допоміжної січної площини рівня θ. Вона розсікає піраміду по трикутнику, паралельними основі піраміди. Знайдемо фронтальну проекцію 1_2 точки 1 перетину ребра AS з площиною θ, потім горизонтальну проекцію 1_1 і побудуємо трикутник точки 1_1 паралельно ребрам основи тобто фігуру перерізу. Провівши лінію зв'язку на відповідну сторону трикутника, одержимо горизонтальну проекцію $Д_1$ точки Д. За двома проекціями $Д_2$ і $Д_1$ знаходять третю – $Д_3$.

2. Задано профільну проекцію E_3 точки Е. треба визначити дві другі проекції. При другому способі через задану точку в площині грані ASB проводять допоміжну пряму $2_3 – 3_3$.

Потім знаходять фронтальну проекцію 2_23_2 прямої і на ній точку E_2 і аналогічно горизонтальну проекцію 2_13_1 лінії 2-3 і на ній горизонтальну проекцію E_1 точки Е.

4.2. Завдання та комплекс проекцій поверхонь обертання

Широке застосування в техніці мають поверхні обертання, які можуть бути утворені прямолінійними або криволінійними твірними, які обертаються навколо якої – набудь осі. Приклад поверхні обертанні показано на рис. 32.

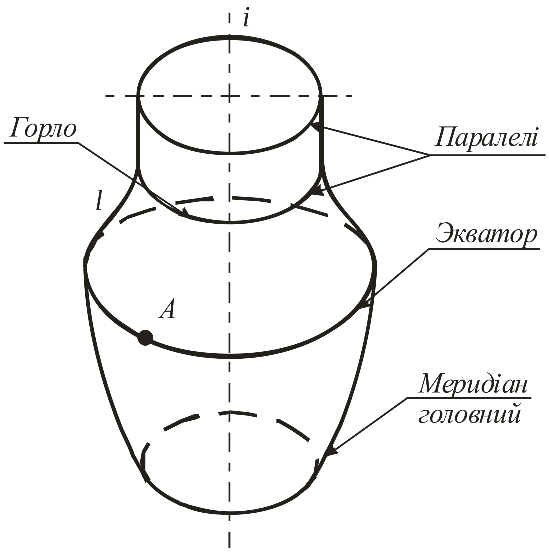


Рис. 32 – Поверхня обертання

При утворенні поверхні обертання будь – яка точка твірної описує в просторі коло, наприклад точка А. Ці кола називаються паралелями. Площини паралелей завжди перпендикулярні до осі обертання. Паралель найменшого діаметра називається горлом, а найбільшого діаметра – екватором.

Лінія перетину поверхні обертання з площиною, яка проходить через вісь обертання називається меридіаном. Площина, розташована паралельно фронтальній площині проекцій $П_2$ і яка проходить через вісь, перетинає поверхню по головному меридіану.

Якщо у поверхні обертання твірна – пряма лінія, то одержуємо ліній часту поверхню обертання, наприклад циліндричну або конічну, а якщо крива – то нелінійчату, наприклад кулю (сферу).

4.2.1. Циліндрична поверхня обертання – поверхня, утворена обертанням прямолінійної твірної навколо паралельній їй прямі – осі. В окремому випадку, якщо твірна перпендикулярна площині напрямній , одержимо поверхню, яка називається циліндром.

4.3. Конус обертання можна вважати окремим випадком поверхні обертання, утвореною твірною прямою по напрямній кола, причому твірна повинна мати спільну точку з віссю обертання. Конуси поділяють на прямі і похилі.

Прямим круговим називається конус, в основі якого лежить круг, а висота проходить через центр основи.

4.3.1. Побудова проекцій конуса на комплексному рисунку (Рис. 33)

Вісь конуса перпендикулярна до горизонтальної площини проекцій $П_1$. На горизонтальну площину проекцій $П_1$ конус проектується у вигляді круга, центр якого є проекцією вершини конуса. На площинах $П_2$ і $П_3$ конус зобразиться рівнобедреним трикутником, основа якого дорівнює діаметру кола, а висота – висоті конуса.

Видимість елементів рисунка. На площині $П_1$ видимою буде вся бічна поверхня конуса. На фронтальній площині проекцій видимою є передня частина, конічної поверхні. Межею, що відокремлює видиму частину поверхні від невидимої є проекції обрис них твірних. На профільній площині видимою є ліва частина конуса.

4.3.2. Знаходження проекцій точок, що лежать на поверхні конуса

Для цього використовують твірні або кола, що лежать на поверхні конуса. Наприклад, треба знайти горизонтальну проекцію точки А, якщо відома її фронтальна проекція A_2. Проводимо через A_2 допоміжну січну горизонтальну площину рівня θ. Фігурою перерізу буде круг радіусом *r* - відстань від осі конуса до абрисної твірної.

Провівши на горизонтальній проекції з точки S_1 коло радіусом r, а також лінію проекційного зв'язку з точки A_2 на це коло + одержимо горизонтальну проекцію A_1.

Горизонтальну проекцію B_1 точки B знайдемо іншим способом. Через фронтальну проекції S_2 і S_2 проводять фронтальну проекцію $S_2З_2$ твірної конуса S3. Знаходять її горизонтальну проекцію $S_1З_1$ і на перетині цієї проекції з лінією зв'язку, проведеною з точки B_2, знаходять шукану горизонтальну проекцію B_1.

Побудову профільних проекцій A_3 та B_3 точок A і B показано на рисунку.

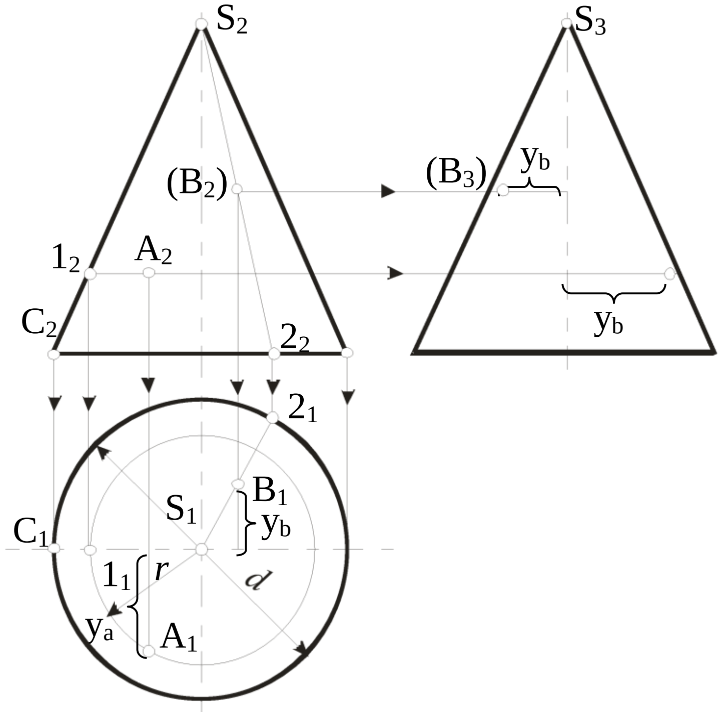


Рис. 33 – Побудова проекцій конусу

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

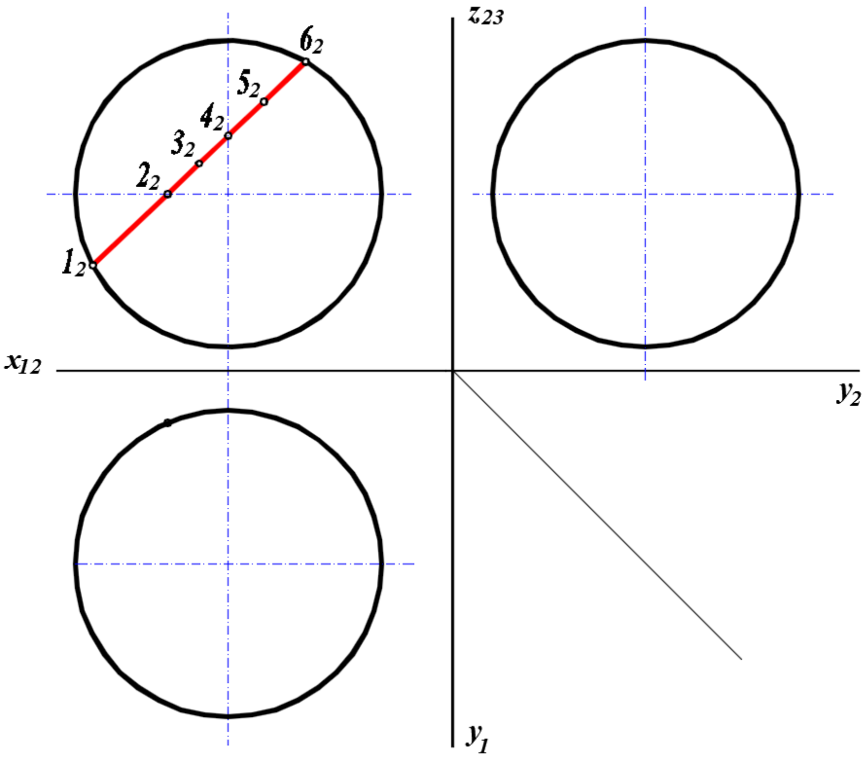
1. Що називається призмою і як поділяють призми?
2. Як побудувати розгортку трикутної прямої призми?
3. Що називається пірамідою і як поділяють піраміди?
4. Назвіть основні елементи піраміди.
5. Як побудувати розгортку чотирикутної піраміди?
6. Як визначити проекції точок, що лежать на поверхні піраміди?

ПРИКЛАД РОЗВЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.

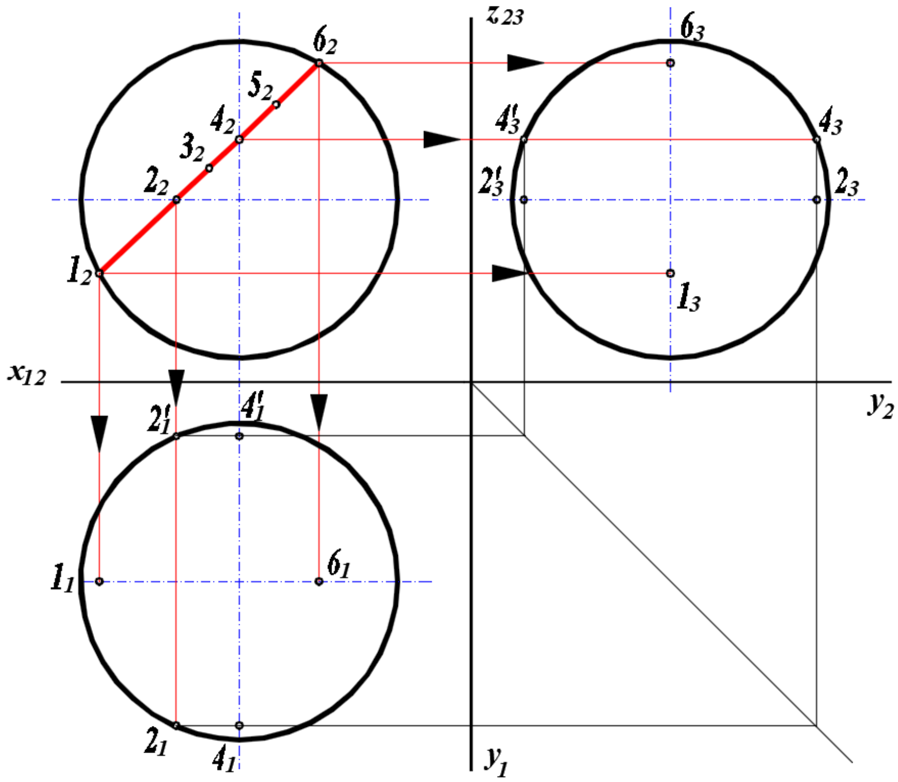
Визначити переріз кулі фронтально-проекційною площиною.

1. У перерізі кулі будь-якою площиною завжди матимемо коло. Залежно від розміщення площини перерізу це коло проектується або в натуральну величину, якщо площина перерізу паралельна площині проекцій, або в пряму лінію, якщо ця площина перпендикулярна до площини проекцій, або, нарешті, у вигляді еліпса, якщо площина перерізу нахилена до площини проекцій.

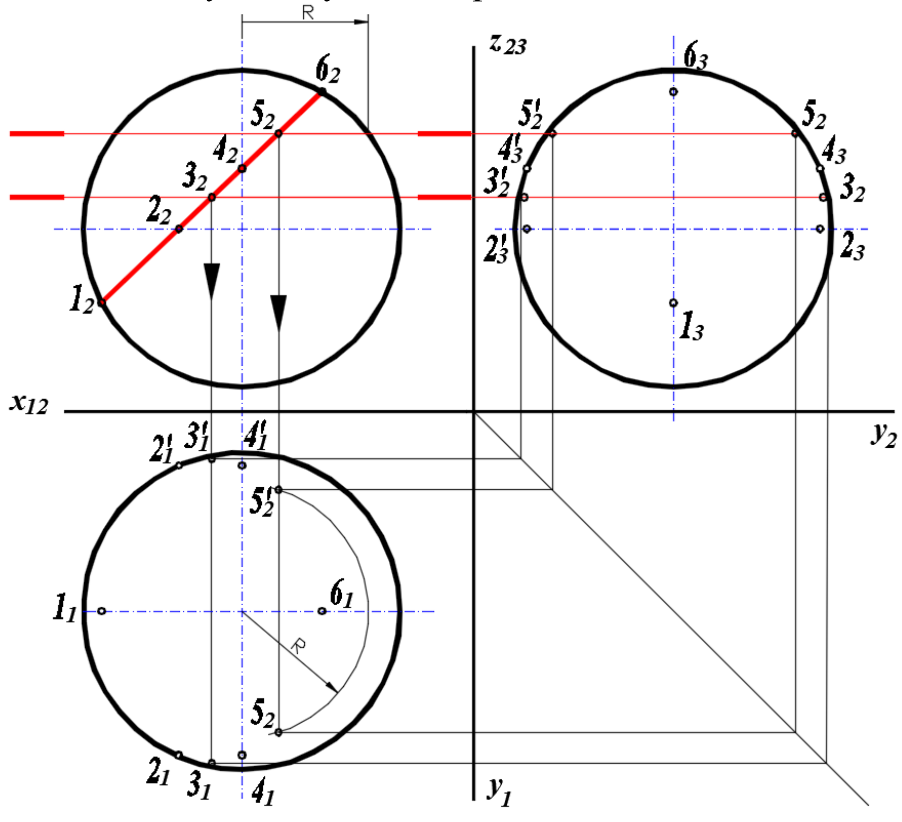
2. Розглянемо переріз кулі фронтально-проекційною площиною γ. Фігурою перерізу є коло, фронтальна проекція якого $1_2 6_2$ збігається зі слідом площини γ_2 . На площину проекцій Π_1 це коло проектується у еліпс. Мала вісь еліпса $1_1 6_1$ утворюється внаслідок проведення з точок 1_2 і 6_2 вертикальних ліній зв'язку до перетину з горизонтальною віссю кола, що є проекцією головного фронтального меридіану кулі. Велика вісь $3_1 7_1$ еліпса проходить через середину малої осі перпендикулярно до неї і за величиною дорівнює відрізку $1_2 6_2$, тобто діаметру кола фігури перерізу.



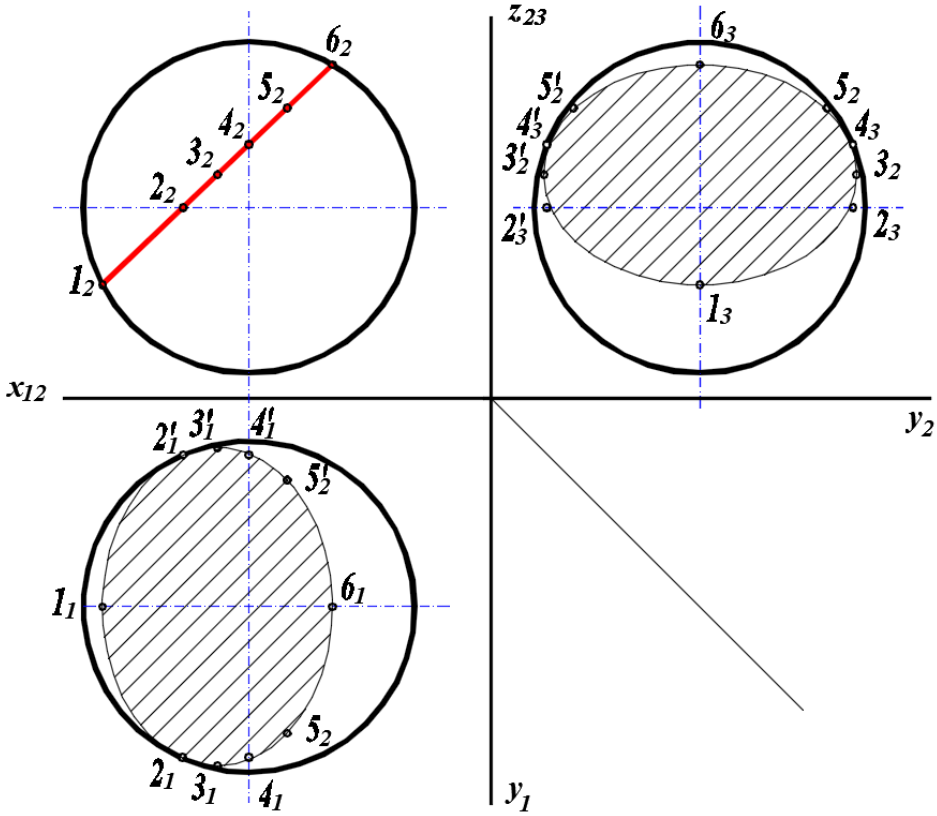
3. Характерними точками перерізу на площині Π_1 є також точки 2 і 2', по яких площина γ перетинає екватор кулі. Горизонтальні проекції цих точок знаходимо, проводячи лінії зв'язку з 2_2 і $2'_2$ до перетину з горизонтальною проекцією екватора кулі.



4. Крім побудованих шести опорних точок, знаходимо ряд проміжних, використовуючи допоміжні горизонтальні площини рівня. Так, наприклад, щоб побудувати горизонтальні проекції точок 5 і 5’ проводимо допоміжну площину σ, яка перерізає кулю по колу радіуса R. Перетин горизонтальної проекції цього кола з вертикальною лінією зв’язку дає шукаємо проекції 5_1 і $5’_1$.



5. З’єднуємо послідовно отримані точки і визначаємо горизонтальну проекцію перерізу. За двома проекціями будують профільну проекцію фігури перерізу.



5. ПЕРЕТИН ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

5.1. Переріз багатогранників проекційними площинами

При перерізі багатогранника площиною утворюється плоский багатокутник (рис. 34), який лежить у січній площини. Вершини кутника – це точки перетину ребер багатогранника, а сторони – лінії перетину його граней із січною площиною.

Переріз призми

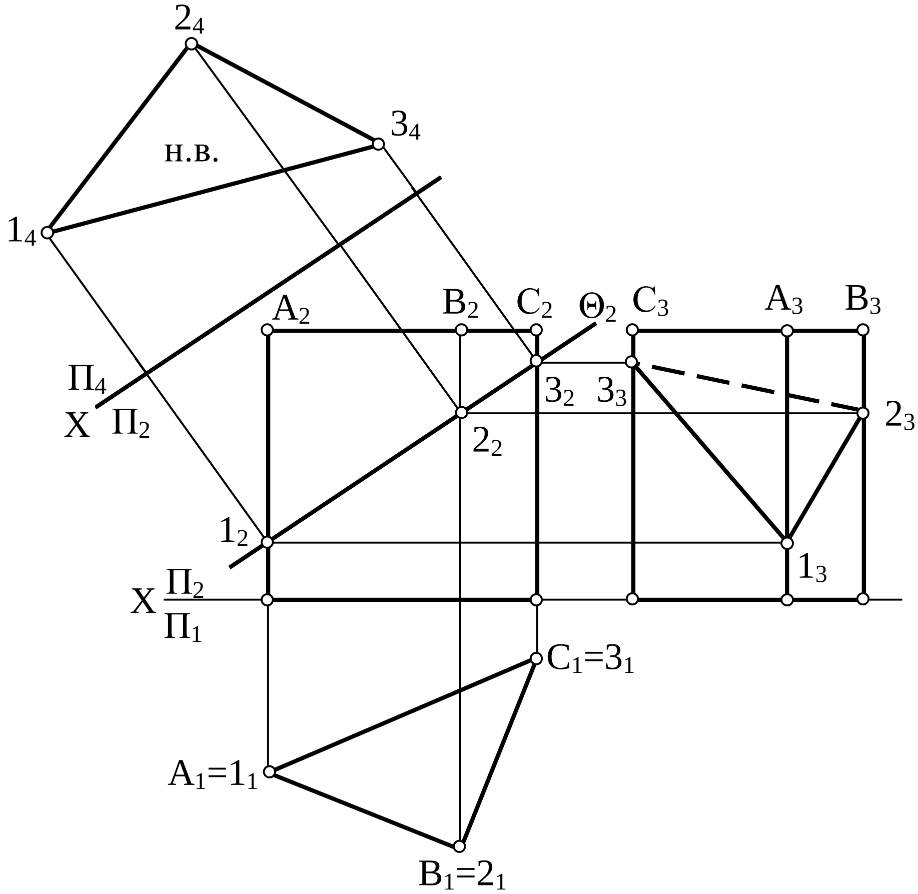


Рис. 34 – Переріз призми фронтально-проекційною прямою

На комплексному рисунку показано правильну трикутну призму, перерізану фронтально проекційною площиною θ. Фронтальна проекція фігури перерізу збігається з фронтальним слідом θ_2, який має збиральну властивість. Проекції вершин фігури перерізу трикутника точки 1_2, 2_2 і 3_2 – визначаються на перетині проекцій бічних ребер призми із слідом θ_2. Горизонтальні проекції точок перерізу 1_1 2_1 і 3_1 збігаються з горизонтальними проекціями відповідних ребер. Профільну проекцію фігури перерізу дістаємо, якщо через точки 1_2 2_2 3_2 провести горизонтальні лінії зв'язку до перетину з профільними проекціями відповідних бічних ребер.

Сполучаємо точки 1_3, 2_3,3_3 з урахованому видимості.

Натуральну величину фігури перерізу знаходимо способом заміни площин проекцій.

Переріз піраміди

Трикутна піраміда розсічена фронтально-проекційною площиною θ (рис. 35). Фронтальна проекція фігури перерізу збігається з фронтальним слідом θ_2. Точки 1_2 2_2 3_2 визначаються на перетині сліду θ_2 з проекціями ребер S_2A_2 ,S_2B_2 , S_2C_2. Через ці точки проводять вертикальні лінії зв'язку до перетину з горизонтальними проекціями відповідних ребер.

Сполучивши точки $1_1 2_1 3_1$ одержимо горизонтальну проекцію фігури перерізу – трикутника $1_1 2_1 3_1$. За двома відомими проекціями фігури перерізу звичайним способом знаходять профільну її проекцію 1_3 2_3 3_3.

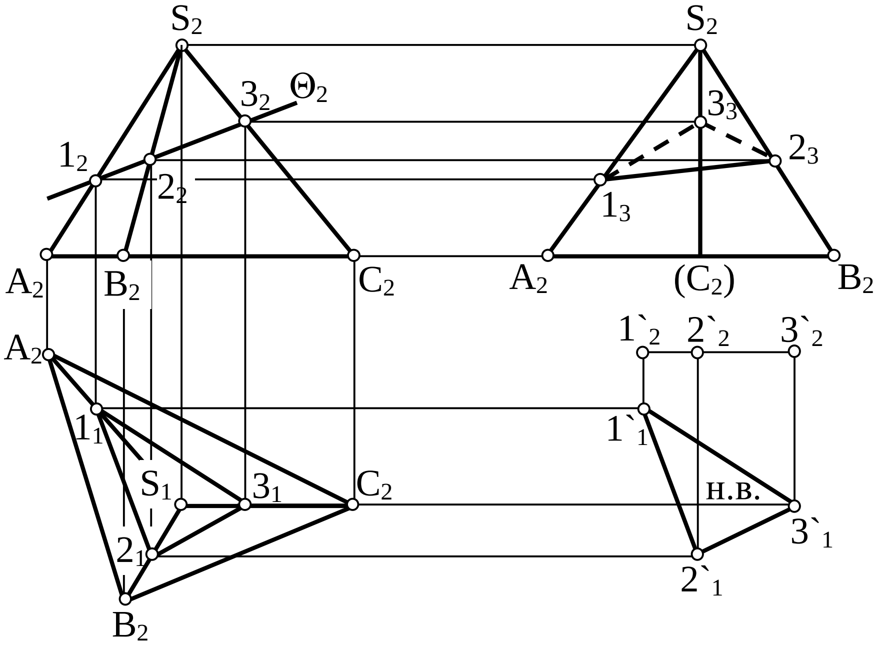


Рис. 35 – Переріз піраміди

Натуральну величину трикутника 1 2 3 знаходимо способом плоско – паралельного переміщення.

5.2. Перетин багатогранників прямою лінією

При перетині багатогранників прямою лінією одержимо дві точки (точки входу і виходу прямої). Щоб одержати ці точки, потрібно через дану пряму провести допоміжну площину і знайти лінії перетину цієї площини з гранями (рис. 36). Ці лінії на гранях виявляються розташованими в одній площині з даною прямою і в перетині дають точки, в яких дана пряма перетинає поверхню.

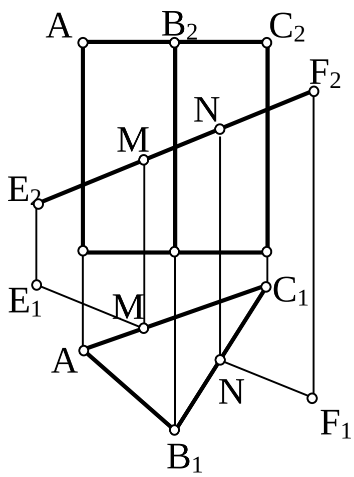


Рис. 36 – Перетин призми і прямої

Допоміжну січну площину слід проводити пряму таким чином, щоб одержати самий простий переріз поверхні.

Перетин піраміди прямою лінією (рис. 37).

Через пряму ДЕ проводимо допоміжну фронтально – проектуючи площину θ. Знаходимо проекції фігури перерізу піраміди цією площиною – трикутника 1 2 3 . Точку 2 знайдемо за допомогою ще однієї допоміжної площини рівня Г. Точка M_1 визначається на перетині $Д_1E_1$ зі стороною $1_1 2_1$, точка N_1 – на перетині сторони $2_1\ 3_1$ з $Д_1E_1$. Фронтальні проекції M_2 і N_2 точок входу і виходу знаходимо по вертикальним лініям зв'язку.

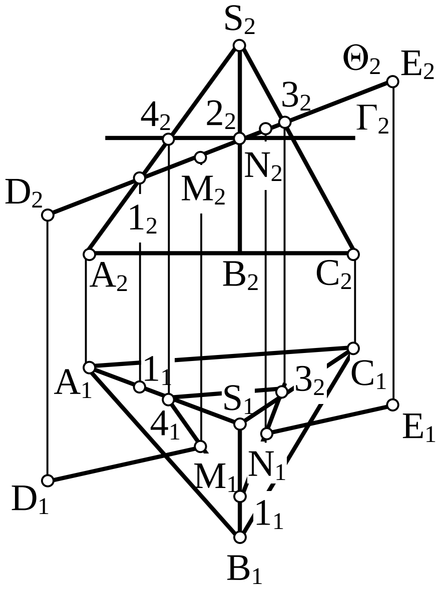


Рис. 37 – Перетин піраміди і прямої

Перетин призми прямою лінією (рис. 38).

Точки перетину прямої з проекційною поверхнею можуть бути визначені без допомоги допоміжних січних площин, використовуючи збиральні властивості проектуючи площин.

Так, наприклад, якщо пряма EF перетинає пряму тригранну призму, розташовану своєю основою на площині проекцій $П_1$, то на цій площині фігура перерізу буде збігатися з горизонтальною проекцією основи, точки перетину M і N цих же проекцій прямої і основи призми визначають точки перетину прямої з поверхнею призми. Видимість прямої EF на фронтальній площині проекцій визначається за допомогою конкурентних точок.

5.3. Переріз циліндра проекційними площинами

У перерізі прямого кругового циліндра площиною можуть утворитися таки фігури:

а) прямокутник, якщо площина перерізу паралельна осі циліндра;

б) коло, якщо площина перпендикулярна до осі;

в) еліпс, коли площина нахилена до осі (рис. 38), причому еліпс буде повний, якщо площина перетинає всі твірні циліндра, і неповний, якщо площина перетинає одну або обидві основи циліндра.

На рис. 38 зображено прямий круговий циліндр, розсічений фронтально-проекційною площиною θ . Спочатку тонкими лініями будують три проекції повного циліндра і слід $θ_2$ січної площини. Поділяють коло основи – горизонтальну проекцію циліндра – на певну кількість рівних частин, наприклад на вісім. Точки поділу кола 1_1,.... 8_1 є водночас і горизонтальними проекціями твірних циліндра. Керуючись цими точками, будують фронтальні і профільні проекції твірних.

Фронтальні проекції 1_2......8_2 точок еліптичного перерізу циліндра збігаються з фронтальним слідом $θ_2$. Отже, відрізок $1_2\ 2_2$ є фронтальною проекцією фігури перерізу, а горизонтальна проекція еліпса збігається з колом.

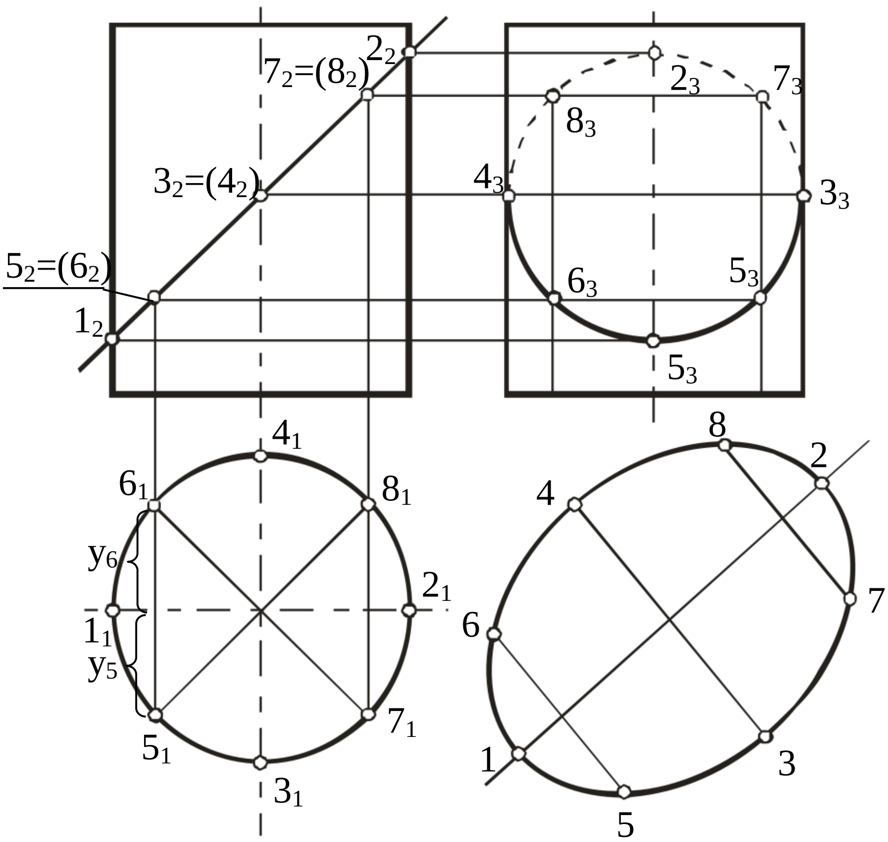


Рис. 38 Перетин циліндра фронтально-проекційною площиною

Провівши з точок 1_2.....8_2 горизонтальні лінії зв'язку до перетину з профільними проекціями відповідних твірних, знаходять профільні проекції цих точок 1_3....8_3... За допомогою лекала сполучають ці точки в плавну криву – еліпс.

Великою віссю еліпса є відрізок 1_2 2_2, а малою 3_1 4_1, тобто діаметр циліндра. Точки 1,2,3,4 називаються опорними, а ті, що розподіляються між ними – проміжними. Звичайно побудову лінії перерізу починають з визначення опорних точок.

На профільну площину проекцій мала вісь еліпса проектується без спотворення, а величина проекції великої осі залежить від кута нахилу сліду θ до осі OX.

Натуральну величину фігури перерізу знайдемо за великою 1-2 малої 3-4 осями способом, відомим з геометричного креслення.

5.4. Переріз конуса проекційними площинами.

Залежно від напряму січної площини в перерізі конуса можуть утворюватись:

а) коло, якщо січна площина θ паралельна основі конуса, (рис. 39а);

б) трикутник, якщо січна площина Г проходить через вершину S конуса, (рис. 46б);

в) еліпс повний або неповний, якщо січна площина Ф нахилена до осі під кутом, більшим за кут нахилу твірної до осі. Неповний еліпс утвориться в тому разі, коли січна площина перетне основу конуса, (рис. 39в);

г) парабола, якщо січна площина Ω паралельна твірній конуса, тобто нахилена до осі конуса під кутом, що дорівнює куту нахилу твірної до осі і не проходить через вершину, (рис. 39г);

д) гіпербола, якщо січна площина Σ паралельна двом твірним або осі конуса, (рис. 46д);

На рис. 46е показано побудову проекцій перерізу конуса січною площиною θ, паралельною основі конуса (переріз - коло);

На рис. 46ж показано побудову проекцій перерізу конуса січною площиною Г, що проходить через вершину S конуса – в перерізі буде трикутник S12, а також визначена натуральна величина його.

ПЕРЕРІЗ - ЕЛІПС

Розглянемо переріз прямого кругового конуса фронтально-проекційною площиною Ф (рис. 40).

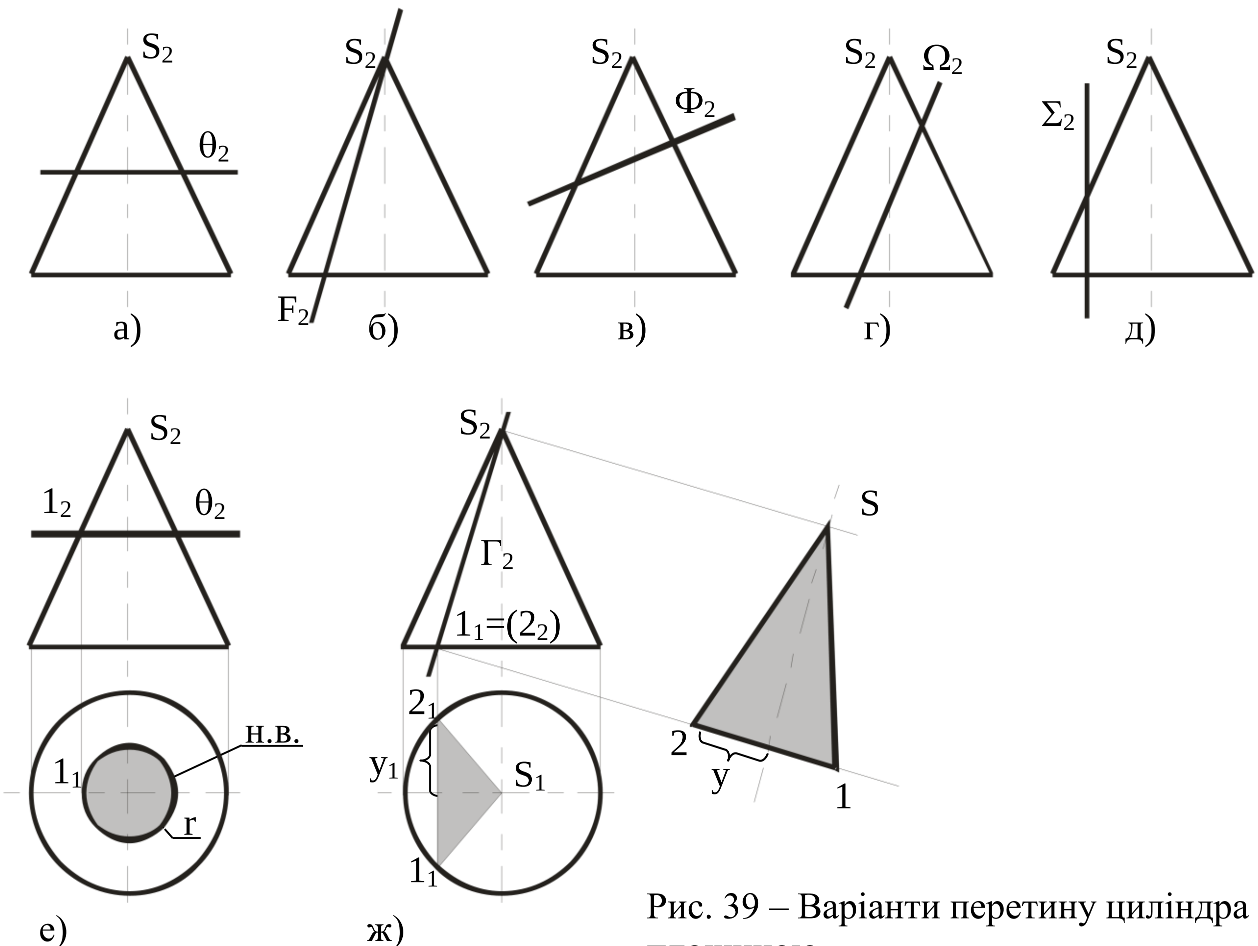


Рис. 39 – Варіанти перетину циліндра площиною

Оскільки площина Ф нахилена до осі конуса і перетинає всі його твірні, то фігурою перерізу буде повний еліпс.

Фронтальна проекція еліпса збігається з фронтальним слідом $Ф_2$. Отже, відрізок 1_2 2_2 є фронтальною проекцією еліпса. Провівши з точок 1_2 і 2_2 вертикальні лінії зв'язку , знаходимо горизонтальні проекції 1_1 і 2_1 точок 1 і 2, які знаходяться на обрис них твірних 1 – 2 – велика вісь еліпса.

Поділивши велику вісь пополам в точці О, знайдемо малу вісь еліпсу 3 – 4, Проводимо через точку O_2 допоміжну січну площину рівня θ - слід θ_2. Фігурою перерізу буде круг радіусом (від осі конуса до абрисної твірної). Проводимо на горизонтальній проекції конуса коло радіусом r з центром в точці S_1 і на перетину ліній проекційного зв'язку з точкою O_2 і кола одержимо горизонтальну проекцію малої осі еліпса $3_1 4_1$.

Аналогічно за допомогою допоміжних площин Г і Ω знаходимо ще чотири

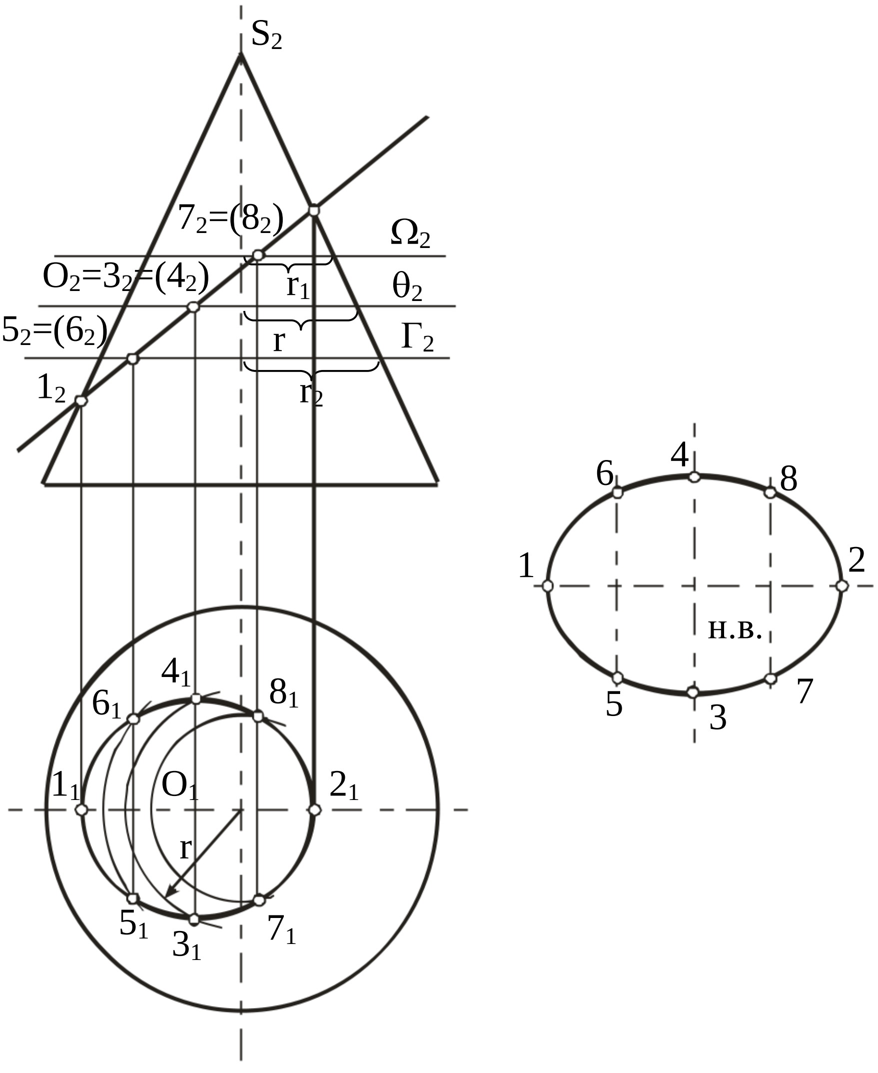


Рис. 40 – Переріз конуса
фронтально-проекційною площиною

проміжні точки 5,6,7,8, які належать еліпсу.

Натуральну величину фігури перерізу можна побудувати за його головними осями – великою $1_2 2_2$ і малою $3_1 4_1$.

ПЕРЕРІЗ – ПАРАБОЛА

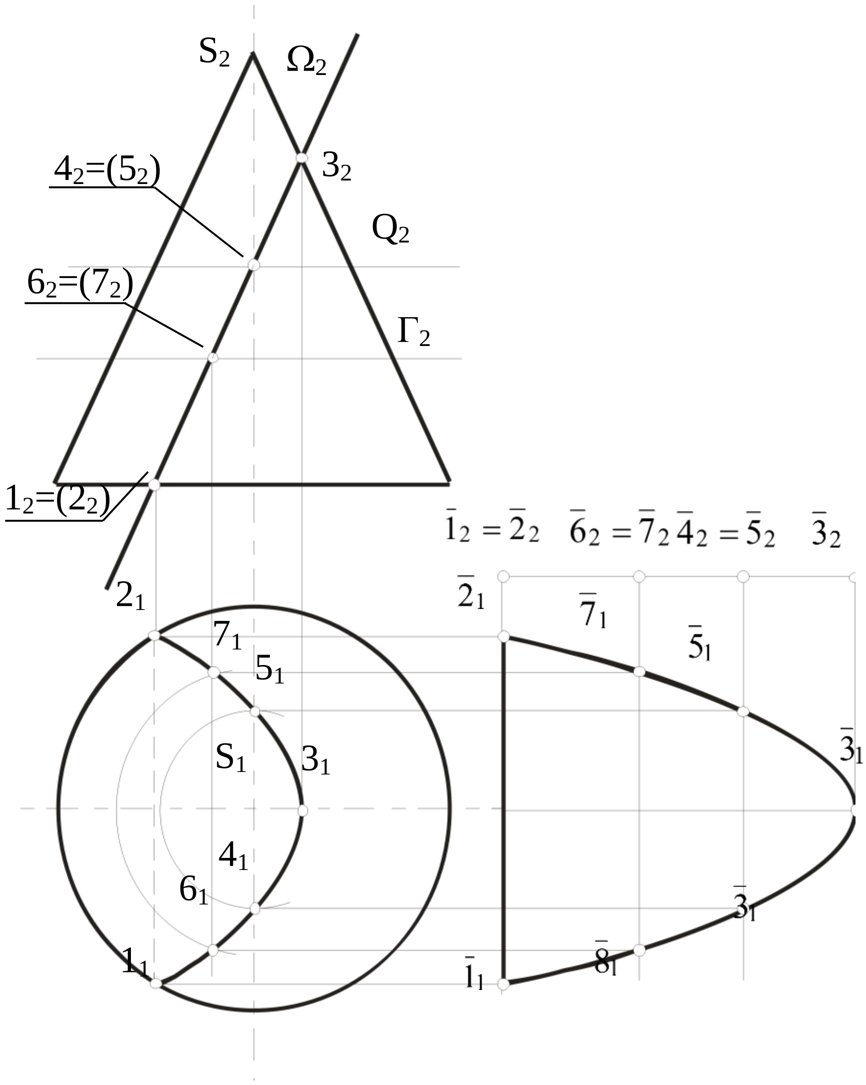


Рис. 41 – Переріз конуса фронтально-проекційною площиною

На рис. 41 показано переріз конуса фронтально-проекціючоюплощиною Ω, паралельній лівій твірній конуса. Фігура перерізу буде парабола. Фронтальна проекція перерізу збігається з фронтальним слідом $Ω_2$. Горизонтальна проекція 3_1 вершини 3 параболи і основи 1,2, параболи знаходяться при проведенні ліній зв’язку на праву крайню твірну конуса і на основу конуса. Для побудови довільних проміжних точок, які належать контурній лінії перерізу проводимо, допоміжні січні площини рівня, наприклад θ і Г. Ці площині перерізають поверхню конуса по колам відповідних радіусів. Тому що точки належать кривій перерізу і колам, то горизонтальної проекції точок 4-7 одержуємо в точках перетину відповідного кола з лініями проекційного зв’язку з точок 4_2 – 7_2. Сполучивши точки 1_1 – 7_1 плавною кривою, одержимо горизонтальну проекцію параболи. Натуральна величина фігури перерізу побудована способом плоско – паралельного переміщення.

ПЕРЕРІЗ – ГІПЕРБОЛА

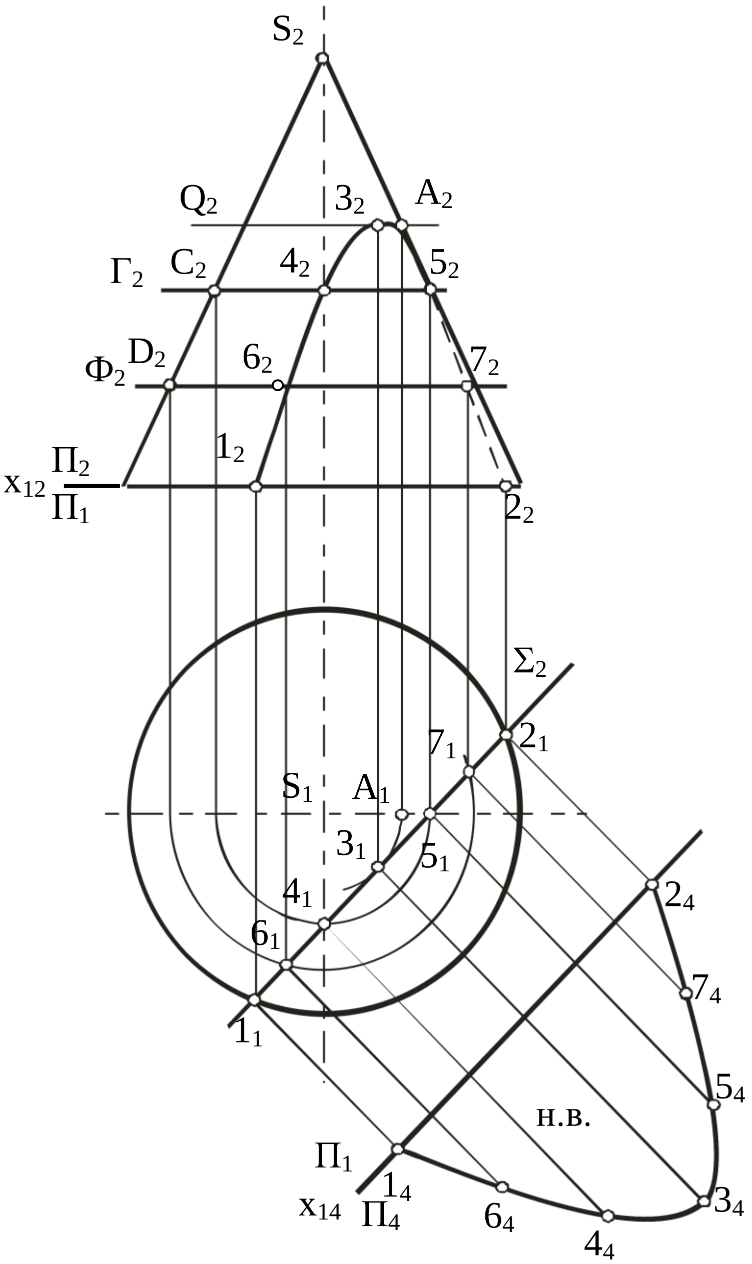


Рис. 42 – Переріз конуса горизонтально-проекційною площиною

На рис. 42 показано переріз конуса горизонтально-проекційною площиною Σ.

Площина перерізає конічну поверхню по гіперболі. Горизонтальна проекція перерізу збігається з горизонтальним слідом Σ_1. Горизонтальні проекції 1_1 і 2_1 точок 1і 2 визначаються на перетині горизонтального сліду Σ_1 і кола основи конуса. Фронтальні проекції 1_2 2_2 знаходяться по лініям проекційного зв'язку на фронтальній проекції основи конуса.

Щоб побудувати фронтальну проекцію 3_2 вершини гіперболи 3, проводимо з горизонтальної проекції S_1 вершини конуса S, як із центра, коло радіусом від точки S_1 до горизонтального сліду Σ. Це коло являється горизонтальною проекцією переріза конуса горизонтальною площиною рівня θ, яка проходить через вершину 3 гіперболи. Для побудови фронтальної проекції цього кола проводимо з точки A_1

лінію проекційного зв'язку до правої абрисної твірної – точка A_2. Відрізок прямої, проведеної через цю точку паралельно основі конуса і обмежений між фронтальними проекціями лівої і правої твірної, з'являється фронтальною проекцією кола перерізу. Точки 3_1 і 3_2 являється горизонтальною і фронтальною проекціями вершини 3 гіперболи.

Фронтальні проекції точок 4, 5, 6, 7, які належать гіперболі визначаються за допомогою допоміжних січних площин – горизонтальних площин рівня Г і Ф.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Полещук Н. Н. Самоучитель AutoCAD 2014 / Н. Н. Полещук. – СПб., 2014. – 464 с.

2. Тормосов Ю. М. Комп’ютерна графіка : навч. посібник / Ю. М. Тормосов, І. В. Нечипоренко, С. Ю. Саєнко. – Харків : ХДУХТ, 2005. – 111 с.

3. Михайленко В. Є. Інженерна та комп’ютерна графіка : [підруч. для студ. вищ. навч. закл.] / В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов. – К. : Каравела, 2004. – 344 с.

4. Ванін В. В. Комп’ютерна інженерна графіка в середовищі AutoCAD : навч. посібник / В. В. Ванін, В. В. Перевертун, Т. О. Надкернична. – К. : Каравела, 2005. – 336 с.

5. AutoCAD Architecture 2012. Руководство пользователя. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.twirpx.com/file/729133/.

Навчальне електронне видання комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимах

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА
розділ «Інженерна графіка»
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
для самостійної роботи
для студентів спеціальності 181 «Харчові технології»

Укладачі:
ТОРМОСОВ Юрій Михайлович
САЄНКО Сергій Юрійович
НЕЧИПОРЕНКО Ірина Володимирівна

Відповідальний за випуск завідувач кафедри проф. Потапов В.О.

План 2018 р., поз. 51

Підп. до друку 19.12.18 р. Один електронний оптичний диск (CD-ROM); супровідна документація.
Об'єм даних 1,8 Мб. Тираж 10 прим.

Видавець і виготівник
Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська, 333, Харків, 61051.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4417 від 10.10.2012 р.