

ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ В ДОСЛІДЖЕННЯХ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

**БААДІНСЬКА Н.О., СТ. ВИКЛАДАЧ,
ПОЛТАВСЬКА ДЕРЖАВНА АГРАРНА АКАДЕМІЯ**

У статті проаналізовані деякі аспекти використання виробничих функцій для опису та моделювання взаємозв'язків між економічними показниками.

In article some aspects of use of production functions for the description and modeling of interrelations between economic indicators were analyzed.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Серед актуальних проблем сучасної економіки однією з найбільш важливих є проблема удосконалення управління на всіх рівнях господарювання. Ефективно керувати економічними процесами в ринкових умовах означає насамперед прогнозувати їх розвиток із визначеним рівнем надійності на певний період.

Одним із шляхів розв'язання задач економічного прогнозування є використання кількісних методів аналізу та моделювання взаємозв'язків між економічними показниками, серед яких вирізняється регресійний аналіз на основі виробничих функцій. Використання виробничих функцій дозволяє вирішувати цілий ряд дослідницьких задач, серед яких визначення зміни залежного показника від зміни одного або декількох факторів, а також визначення тісноти зв'язку як між факторними ознаками, так і між ними та залежним від них показником.

Досвід практичного використання виробничих функцій свідчить про те, що удосконалення на їх основі аналізу, прогнозування, планування та управління виробництвом забезпечує підвищення його економічної ефективності.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Значний вклад у розвиток досліджень виробничих функцій внесли В. М. Обухов, Б. С. Ястремський, В. С. Немчинов. Можна також відмітити пізніші роботи Г.Б.Клейнера, О. П. Крастиня, Л. Л. Терехова, М. О. Браславця, К. Г. Трегубова, І. П. Товму, О. Ф. Гришина та інших авторів, які працювали над проблемами використання

виробничих функцій для планової та для пострадянської перехідної економіки. З розвитком ринкової економіки в Україні все більш актуальним стає удосконалення апарату виробничих функцій для дослідження та прогнозування економічних тенденцій.

Метою статті є аналіз особливостей використання виробничих функцій для опису та моделювання взаємозв'язків між економічними показниками.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для того, щоб правильно охарактеризувати явище або процес, необхідно дослідити його у взаємозв'язку з іншими явищами та процесами. Загальна особливість різноманітних взаємозв'язків полягає в тому, що всі вони носять характер причинності, залежності або взаємодії. Необхідність пізнання цих зв'язків потребує дослідження як впливу окремо взятого явища на інше, так і загального взаємовпливу множини явищ. Вивчення взаємозв'язків економічних показників – це основна задача економічних досліджень.

В наш час в науці та практиці використовується велика кількість економічних показників. В залежності від мети дослідження їх можна розділити на планові та аналітичні. Показники можна класифікувати за змістом (якісні та кількісні) та за формою (абсолютні, відносні та середні). За кількістю об'єктів їх розділяють на загальні, групові та індивідуальні, а за повнотою сукупності на генеральні та вибіркові. За такою характеристикою, як сталість, розрізняють статичні та динамічні показники, а за складністю їх розділяють на прості та складні. [1]

З розвитком економічної науки кількість економічних показників постійно збільшується, тому наведену їх класифікацію можна вважати умовною. Кожний клас показників при необхідності може бути в свою чергу розділений на підкласи, групи та окремі види.

В конкретному зв'язку одні показники виступають в ролі факторних, а інші – в ролі результатів їх дії. Виробнича функція являє собою математичну модель досліджуваного явища або процесу, яка має форму рівняння або системи рівнянь та описує залежність результативного показника від одного або ряду виробничих факторів. [1]

У загальному вигляді виробнича функція має такий вигляд:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (1)$$

де x_i – виробничі фактори.

Серед напрямків практичного використання виробничих функцій можна відмітити наступні:

— визначення впливу окремих виробничих факторів на результативний залежний показник;

— розрахунок оптимального поєднання виробничих факторів з метою досягнення екстремального результату (максимуму або мінімуму);

— виконання поглибленого економічного аналізу;

— прогнозування та планування основних економічних показників;

— підготовка інформації для оптимізаційних аналітично-планових задач;

— оцінка результатів господарської діяльності підприємства, його підрозділів;

— вдосконалення матеріального стимулювання трудової діяльності.

Існує велика множина виробничих функцій, до якої постійно додаються нові функції. Отримати певне уявлення про цю множину можна за допомогою певної класифікації функцій за змістом.

Так, за такою класифікаційною ознакою, як тіснота зв'язку, виробничі функції розділяють на функціональні та кореляційні. За напрямом дії функції поділяють на прямі, обернені та комбіновані, а за видом рівняння – на лінійні та криволінійні. За числом факторів виробничі функції поділяють на однофакторні та множинні (багатофакторні), а за кількістю рівнянь – на одно модельні та системні. За способом відбору одиниць спостереження виробничі функції класифікують як генеральні та вибіркові, а за часом – як одноперіодні та багатоперіодні.

За такою класифікаційною ознакою як рівні управління функції поділяють на міжгалузеві, галузеві, регіональні, міжгосподарські та господарські. В свою чергу за призначенням виробничі функції класифікують як аналітичні, планові та дослідницькі. [2]

За видом математичного рівняння, що використовується в якості математичної моделі, множину виробничих функцій можна умовно розділити на певні групи. Розглянемо дев'ять таких груп виробничих функцій, що, на наш погляд, є основними.

До першої групи можна віднести лінійні функції, що моделюють лінійні зв'язки:

$$y = a_1x \quad (2)$$

$$y = a_0 + a_1x, \quad (3)$$

де a_1 – параметр регресії (нахил), що характеризує ту частину впливу фактора x , яка викликає рівномірну зміну результативного показника і a_0 – параметр регресії (перетин), який характеризує в основному усереднений вплив тих неврахованих факторів, які знаходяться в кореляційних зв'язках з фактором x . [1]

За допомогою цієї функції можна математично описати, наприклад, залежність оплати праці (y) від виробітку (x).

До другої групи функцій належать параболи. Так парабола другого порядку (квадратична) має такий вигляд:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad (4)$$

де a_0 , a_1 та a_2 – параметри регресії, причому a_2 характеризує ту частину впливу фактора x , яка викликає прискорену або уповільнену зміну результативного показника. [1]

Квадратичну модель використовують у випадках, коли рівномірне збільшення фактора призводить до рівномірно прискореної (уповільненої) зміни результативного показника.

При необхідності більш точного опису таких залежностей використовують параболу n -го порядку:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (5)$$

Така функція може моделювати досить складні економіко-статистичні зв'язки, однією з її переваг є те, що вона містить декілька екстремумів.[3]

Третю групу складають зворотні функції (гіперболи), які також можуть набувати різних форм:

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x}, \quad y = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} \quad (6)$$

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_n}{x^n}. \quad (7)$$

Прикладом зворотного зв'язку між фактором і показником можуть виступати такі взаємозалежності, як трудоемність продукції від числа працюючих при фіксованому об'ємі виробництва продукції або залежність собівартості одиниці продукції від обсягів виробництва.

Яскравим прикладом використання зворотних моделей є відома крива Філіпса, яку він побудував базуючись на даних норми процента зміни заробітної плати і процента безробіття.[3] Крива Філіпса дає змогу розрахувати мінімальну заробітну плату, компенсацію за безробіття тощо. Інший, не менш відомий випадок використання зворотної кривої – це крива витрат Енгеля, яка пов'язує споживчі витрати на товари із загальними витратами або доходом.[3]

До четвертої групи виробничих функцій можна віднести експоненційні функції, які можуть набирати різних чисельних еквівалентних форм:

$$y = a_0 \cdot a_1^x \quad (a_1 > 0), \quad (8)$$

де a_0 – параметр, що дорівнює вихідному або базовому рівню результативного показника, a_1 – параметр регресії, який характеризує середній темп росту показника.[3]

$$y = a_0 \cdot e^{a_1 x}, y = e^{a_0 + a_1 x}, y = 10^{a_0 + a_1 x} \quad (9)$$

$$y = a_0 (1 - r)^x. \quad (10)$$

Усі ці форми використовуються на практиці для опису різних економічних процесів. Так, форма (10) вважається основною формою експоненційної функції, яка застосовується, наприклад, для опису зростання виробничих фондів господарства, джерелом збільшення яких є прибуток від функціонування фондів в попередньому році. В свою чергу форма (12) найчастіше використовується у фінансах, і в цьому разі змінна r інтерпретується як норма річного відсотка. [3]

Для більш повного опису явищ використовуються логарифмічні параболи вищого порядку. Логарифмічні параболи

2-го порядку та n -го порядку відповідно мають такий вигляд:

$$y = a_0 \cdot a_1^x \cdot a_2^{x^2}, \quad y = a_0 \cdot a_1^x \cdot a_2^{x^2} \cdot \dots \cdot a_n^{x^n} \quad (11)$$

До цієї групи можна також віднести експоненційну модифіковану криву, яка використовується для опису економічних процесів, що обмежені знизу:

$$y = a_0 \cdot a_1^x + \gamma, \quad (12)$$

де γ – нижнє обмеження функції. Цю функцію широко використовують для дослідження ринку.[3]

П'яту групу складають степеневі (мультиплікативні) функції, які є одними з найпоширеніших у практиці виробничих функцій. Основна форма має такий вигляд:

$$y = a_0 \cdot x^{a_1} \quad (13)$$

Степеневими функціями можна описувати дуже широкий спектр економічних процесів.

Множинні степеневі та показові функції широко використовують при вирішенні різних питань аналітично-планової роботи. Наприклад, при аналізі рівня виробництва валової продукції (y) залежно від забезпеченості земельними (x_1), трудовими (x_2) та іншими ресурсами.

До шостої групи віднесемо так звану Криву Гомперця, яка використовується, в основному, для опису процесів з насиченням і дуже поширена в демографії, маркетингу, дослідженні ринку збуту продукції:

$$y = e^{a_0 a_1^x + \gamma}, \quad 0 < a_1 < 1 \quad (14)$$

До сьомої групи віднесемо логістичну функцію та її модифікації. Вона використовується для опису залежності зміни показників, приріст яких можна вважати пропорційним як до досягнутого рівня, так і до різниці між ним та деякою верхньою межею:

$$y = \frac{P}{1 + a_0 \cdot e^{-a_1 x}}, \quad (15)$$

де P – значення верхньої межі рівня досліджуваного показника (y), e – константа – основа натурального логарифму, x – фактор, який зазвичай являє собою порядковий номер місяця або року, a_0 , a_1 – параметри функції.[1]

Восьму групу складають напівогарифмічні функції, які використовують у випадках, коли із збільшенням значення виробничого фактора його вплив на результативний показник зменшується:

$$y = a_0 + a_1 \cdot \ln x \quad (16)$$

Наприклад, наведену функцію можна використовувати при дослідженні залежності ефективності праці від розмірів виробництва. З розширенням виробництва зростає і ефективність праці, темпи росту якої, як правило, при подальшому збільшенні виробництва уповільнюються. [3]

До дев'ятої групи можна віднести множину тригонометричних функцій. Ці функції використовують для характеристики явищ та процесів, що описуються показниками, варіювання рівня яких характеризується різко вираженими періодичними коливаннями. Серед них, наприклад, такі:

$$y = \sin x; \quad y = a_1 \cdot \sin x; \quad y = a_0 + a_1 \cdot \sin x \quad (17)$$

$$y = a_0 + d \cdot \sin\left(\frac{360^\circ x}{T} + a_1\right), \quad (18)$$

де d – амплітуда (розмах) коливань досліджуваного показника; T – період часу, за який вивчається зміна показника; a_1 – параметр, який враховує відхилення хвилеподібних змін показника у порівнянні з коливаннями синусоїди, що проходить через нульову точку.[1]

Так, наприклад, до показників, які мають явні сезонні коливання, відносяться помісячна кількість працівників сільськогосподарського підприємства, помісячне виробництво продукції і т.п.

Щоб одержати виробничу функцію, треба виконати значний об'єм роботи.

На останок можна навести декілька спеціальних виробничих функцій. Знаходять використання удосконаленні модифікації функції Кобба-Дугласа. Наприклад, кінематична виробнича функція, в якій знято умову про те, що $a_1 + a_2 = 1$, і уведено фактор часу:

$$y = a_0 \cdot L^{a_1} \cdot K^{a_2} \cdot e^{a_3 t}, \quad (19)$$

де y – індекс промислового виробництва; L, K – відповідно індекси

робочої сили та основного капіталу; a_0 , a_1 , a_2 – параметри виробничої функції.[1]

Цікавими при дослідженнях ринків товарів можуть бути функції Торнквіста:

$$y = \frac{a_0 x}{a_1 + x}, \quad y = \frac{a_0(x - a_1)}{a_2 + x}, \quad y = \frac{a_0 x(x - a_1)}{a_2 + x} \quad (20)$$

Так перша з цих функцій моделює вплив доходу на рівень споживання продуктів харчування. Залежність забезпеченості предметами відносної необхідності (одяг, меблі і т. д.) від суми доходу та предметами розкоші від того ж показника доцільно моделювати за допомогою другої та третьої функцій відповідно.[1]

Множина виробничих функцій на практиці є набагато більшою, ніж розглянута в даній роботі, де наведені основні найбільш поширені виробничі функції. При виборі виробничої функції необхідно обов'язково враховувати як зміст, складність та динаміку в часі й просторі досліджуваного показника, так і зв'язки та залежності його від інших процесів.

Висновки. Широкий спектр видів виробничих функцій і можливостей опису ними різноманітних та різнохарактерних взаємозв'язків економічних показників дає змогу широкого їх використання в планово-аналітичних дослідженнях в економіці. Побудова економічних моделей з використанням виробничих функцій дозволяє ефективно прогнозувати, на основі прогнозів приймати управлінські рішення щодо планування та контролю економічних процесів.

Література.

1. Гришин А. Ф., Бисултанов К. З., Товма И. П., Богданова О. В. Научные основы корреляционного анализа агросистем. – М.: МГУЛ, 2000. – 225 с.

2. Гайдар Н. П. Економічний аналіз у виробничому підприємстві / Н. П. Гайдар, І. П. Товма. – К., 1998. – 140 с.

3. Лук'яненко І.Г. Економетрика: підручник / І.Г. Лук'яненко, Л.І. Краснікова. - К.: Товариство "Знання", ККО, 1998. - 494 с.