

ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ТА РУЙНУВАННЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРІДНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ДЕРЕВИНИ

Кульман С.М., к.т.н.
(НПФ «Компанія ІНТЕРДИЗАЙН»)

Конкуренція між тепловим розширенням та підвищенням температури, внаслідок деформування, приводить систему до дисипації вільної енергії, та у цілковитій відповідності із принципом Ле-Шательє до витрачання внутрішньої енергії на подолання зовнішніх термічних та механічних навантажень. Побудована нелінійна динамічна модель деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини що адекватно описує тривалу міцність та може бути покладена в основу методики прогнозування довговічності.

***Ключові слова:** Композиційні матеріали, нелінійна динаміка, довговічність, осцилятор, аттрактор, автоколивання.*

Постановка проблеми. Прогнозування моменту руйнування матеріалів має вирішити два завдання. Перше, це оцінити на стадії проектування довговічність матеріалів, що використовуються у конструкціях за заданих умов експлуатації (довгостроковий прогноз). Друге, встановити момент руйнування, або ймовірність руйнування у заданому проміжку часу за наявності інформації про передісторію навантаження матеріалу. В обох випадках прогнозується час. У даній статті вирішення проблеми прогнозування базується на кінетичній концепції, згідно якої руйнування є процес, що відбувається у часі, починаючи із моменту прикладання навантаження [1].

Ефективність застосування нових композиційних матеріалів багато залежить від їх міцності та жорсткості при заданих режимах експлуатації, протягом усього терміну служби. Тому, розуміння процесу деформування та руйнування, а також прогнозування довговічності цих матеріалів, є одним з найважливіший завдань матеріалознавства, а також важливою частиною завдань проектування виробів з цих матеріалів.

Аналіз останніх досліджень. В результаті досліджень довговічності ламінованих деревостружкових плит (ЛДСП) були отримані залежності у часі величини абсолютної деформації від напруження та температури [2]. Зафіксовано, що ділянки кривої деформації періодично повторюються.

Шляхом фрактального аналізу тимчасового ряду кривої тривалої міцності ЛДСП було визначено [3], що у початковий період деформування, в області пружних деформацій, показник Херста, має значення $H < 0,5$. Це означає, що процес деформації у цей період часу антиперсистентний.

Під час подальших деформаціях, починаючи з ділянки сталої повзучості, показник Херста має значення $H = 0,5$ та його тренд стає все більш персистентним. Наявність фрактальності та збільшення показника Херста $H > 0,5$ показує на спрямованість подій у часі та про те, що подальші процеси, пов'язані з деформацією, залежать від попередніх та носять необоротний характер.

У роботі [4] наведені експериментальні результати основані на кінетичній теорії міцності. Досліджені нелінійні ефекти під час деформування та руйнування, виявлено напрямки ефектів взаємодії внутрішніх факторів під час деформації. Термодинамічний опис процесу деформування та руйнування та її нелінійна динаміка наведена у роботі [5, 6].

У даній статті триває дослідження процесу деформування та руйнування на основі динамічної системи.

Мета дослідження розробити методику прогнозування довговічності композиційних матеріалів на основі деревини, що базується на нелінійній динамічній моделі деформування.

Методика досліджень базувалася на врахуванні ролі зв'язаних явищ під час деформування неоднорідних матеріалів. Таким чином, модель реальної картини деформування структурно-неоднорідних матеріалів повинна бути пов'язаною, тобто повинна описуватися рівняннями які містять як прямі, так і зворотні ефекти.

Результати досліджень. Розглянемо локальний мікрооб'єм нагрітого просторово неоднорідного тіла, що знаходиться під дією постійного зовнішнього навантаження. Стан мікрообсягу у момент часу t визначимо трьома узагальненими координатами, локальної температурою $T(t)$, локальним напруженням $\sigma(t)$ та локальної деформацією $\varepsilon(t)$.

Враховуємо три перехресних ефекту. Виникнення пружних напружень за законом Гука, термопружний ефект Кельвіна, тобто нагрівання тіла під час виникнення в ньому внутрішніх напружень та ефекту теплового розширення. Спочатку розглянемо періодичну зміну внутрішніх напружень та температури що виникають у тілі. Відомо, що швидкість зміни температури при цьому набагато менша, ніж швидкість зміни внутрішніх напружень. Тому для спрощення будемо вважати температуру постійною, та в якості узагальненої координати, що описує процес деформування приймемо величину локальних внутрішніх напружень $\sigma(t)$.

Описуючи зміни системи у часі застосуємо принцип найменшої дії (принцип Гамільтона). При цьому система буде характеризуватися функцією $L(\sigma, \dot{\sigma}, t)$. Причому, при зміні системи у часі, вона повинна змінюватися таким чином, щоб інтеграл, $\int_{t_1}^{t_2} L(\sigma, \dot{\sigma}, t) dt$ мав найменше можливе значення.

Оскільки раніше у роботах [2,4] було визначено, що в процесі встановленої повзучості відбувається періодична зміна узагальненої координати, а саме локального внутрішнього напруження σ , у часі, то опишемо її стан як малі коливання, які система робить поблизу свого локального положення стійкої рівноваги.

Як відомо, під час стійкої рівноваги є таке положення системи, у якому її потенційна енергія $U(q)$ має мінімум. Відхилення від цього положення

призводить до виникнення сили, $-\frac{dU}{dq}$, яка прагне повернути систему назад. Позначимо відповідне значення узагальненої координати q_0 . При малих відхиленнях від положення рівноваги, у розкладанні $U(q) - U(q_0)$ за степенями $(q - q_0)$ зберігається перший неznикаючий член [7]:

$$U(q) - U(q_0) \cong \frac{k}{2} (q - q_0)^2$$

де k – позитивний коефіцієнт, значення $\frac{d^2U(q)}{dq^2}$ при $(q - q_0)$.

Визначив $U(q_0) = 0$ та введемо позначення: $\sigma = (q - q_0)$ для відхилення узагальненої координати від її положення рівноваги. Таким чином отримуємо:

$$U(q) = \frac{k}{2} \sigma^2. \quad (1)$$

Кінетична енергія системи з одним ступенем свободи має узагальнений вигляд:

$$W(q) = \frac{1}{2} a(q) \dot{q}^2 = \frac{1}{2} a(q) \dot{\sigma}^2.$$

У першому наближенні можна замінити функцію $a(q)$ її значенням при $q = q_0$. Якщо ввести позначення $a(q_0) = m$, то остаточно отримаємо:

$$L = W(q) + U(q) = \frac{1}{2} m \dot{\sigma}^2 + \frac{k}{2} \sigma^2. \quad (2)$$

Відповідно цієї функції рівняння руху буде:

$$m \ddot{\sigma}^2 + k \sigma = 0 \quad \text{або} \quad \ddot{\sigma}^2 + \omega^2 \sigma = 0, \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Тут потрібно враховувати, що величина m співпадає з масою тільки, якщо q є декартова координата [7]. У нашому випадку значення m та k матимуть інший фізичний зміст. А саме, при порівнянні виду потенційної енергії деформування у формулі (1) з формулою для енергії деформації: $U(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2E}$, можна бачити, що в нашому випадку $k = \frac{1}{E}$. Значенням величини m можна приписати величину коефіцієнта при σ у формулі, яка описує термопружний ефект. Уявімо її у вигляді, зміни величини питомої теплової енергії від дії внутрішніх напружень:

$$dW = dT \cdot C = \alpha \cdot T \cdot \sigma,$$

де абсолютна температура T є узагальнена міра кінетичної енергії коливань молекул, а C – теплоємність одиниці об'єму тіла. Таким чином, визначимо, що $m = \alpha \cdot T$ у разі врахування термопружного ефекту під час деформації. Відомо, що рішення рівняння (3) може бути записано у вигляді:

$$\sigma = A \cos(\omega t + \varphi),$$

де $A = \sigma_0$, амплітуда коливань;

ω – циклічна частота коливань;

φ – початкове значення фази, що залежить від вибору початку відліку часу.

Як відомо, частота ω є основною характеристикою коливань, що не залежить від початкових умов. Вона цілком визначає властивості механічної системи. У

нашому випадку
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{E\alpha T}}$$

Таким чином, при умові $T = const$, система здійснюватиме вільні одномірні

коливання з частотою
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{E\alpha T}}$$
 та амплітудою $A = \sigma_0$.

Результати комп'ютерного моделювання за методом Рунге-Кута 4-го порядку для ЛДСП щільністю 700 кг/м^3 , $E = 2600 \text{ МПа}$ та $\alpha = 0.00005 \text{ К}^{-1}$ при температурі $T = 300\text{К}$, та різних навантаженнях, що створюють початкові внутрішні напруження рівні $A1 = 2 \text{ МПа}$ і $A2 = 4 \text{ МПа}$ наведено на Рис.1.

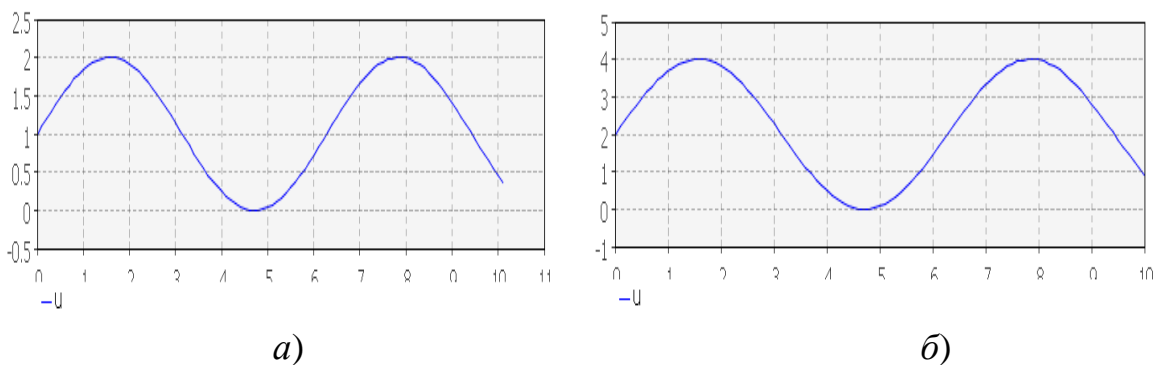


Рис. 1. Графіки коливань локальних напруг протягом перших 10 одиниць часу навантажування при початковому напруженні $A1 = 2 \text{ МПа}$ і $A2 = 4 \text{ МПа}$ (u – напруження)

Як впливає з графіків, частоти коливань в обох випадках однакові й становлять $\omega = 0,158 = 1/6,4$ для періоду коливань рівного 6,4 умовних одиниці часу. Оскільки реальна, нагріта до температури деформування система володіє певним обсягом, введемо ще дві її узагальнені координати, а саме, локальну температуру T та локальну деформацію ε .

При цьому також будемо враховувати перехресні ефекти що виникають під час деформування композиційних матеріалів, а саме ефект теплового розширення та термопружний ефект зміни локальної температури від локального напруження.

Це дозволяє побудувати динамічну модель еволюції системи у вигляді термоупругого осцилятора диференціальних рівнянь [6]:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x + \alpha(T - T_0)E, \tag{4}$$

$$\Delta T = -\frac{\alpha T}{C} \sigma, \quad \Delta W(\sigma) = \int_0^\sigma \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad \Delta Q(\sigma) = C\Delta T = -\alpha T \sigma. \tag{5}$$

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(X_1, X_2, \dots, X_N), \quad i=1,2,3, \dots, N. \tag{6}$$

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \alpha(T - T_0)\sigma - \frac{1}{2}(\sigma - \sigma_0)\varepsilon \\ \frac{d\sigma}{dt} = (\varepsilon - \varepsilon_0)E + \alpha(T - T_0)E - \delta \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \alpha(T - T_0) - (\sigma - \sigma_0)/E \end{cases} \quad (7)$$

Відмінність термопружної осцилятора, що описується системою диференціальних рівнянь (7), від осцилятора, наведеного у роботі [6] у тому, що мікрометрична флуктуаційна добавка δ представлена у вигляді затухаючої осцилюючої величини. Тобто її вплив на еволюцію системи з часом зменшується від початкового значення δ_0 до 0.

Еволюція системи (7) повністю визначається конкуренцією деформації, викликаними тепловим розширенням та пружними деформаціями від зовнішніх сил, що визначають знаком мінус між цими величинами у третьому диференціальному рівнянні системи (7).

Прийmemo в якості об'єкта дослідження ЛДСП виробництва ТОВ «Кроно-Україна». Заводські характеристики матеріалу: модуль пружності $E = 2600$ МПа, межа міцності на згин $[\sigma] = 18$ МПа, щільність 700 кг/м³, $\alpha = 0,00005$ К⁻¹. При початкових умовах: $t = t_0 = 0$; $T_0 = 300$ К; $\sigma_0 = 10$ МПа; $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$.

Розв'язання системи (7) методом Рунге-Кутта четвертого порядку наведено на Рис. 5 у вигляді фазових траєкторій у режимі безперервного часу, що дозволяє простежити еволюцію системи.

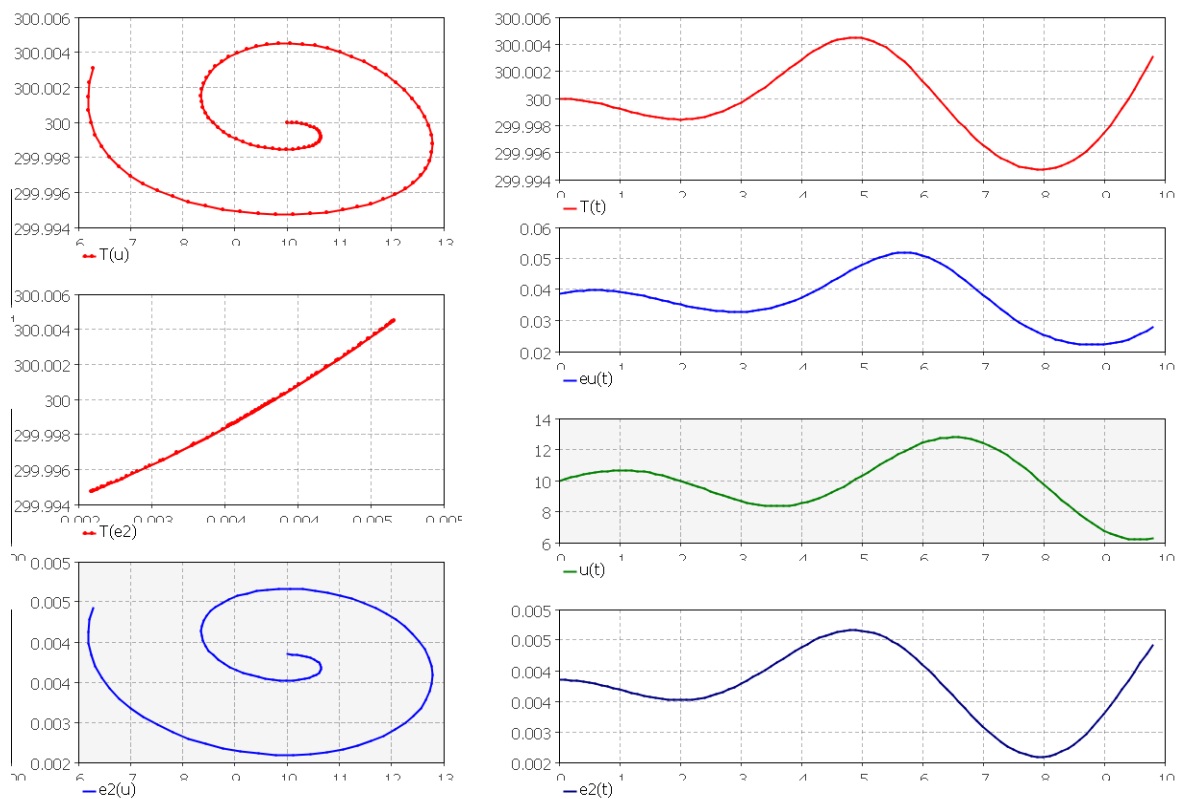


Рис.5. Розрахунок нелінійної моделі деформування ЛДСП у перших десять умовних одиниць часу (u – напруження; e_2 – деформація; T – температура; eu –

робота деформації; фазові діаграми залежності деформації $e_2(u)$ та локальної температури $T(u)$ у зоні локальної деформації від напруження u)

Наведений на Рис. 5 розрахунок моделі, показує, що динамічна система у режимі безперервного часу описує деякий коливальний процес періодичної зміни внутрішнього напруження, деформації та температури.

При цьому коливання всіх параметрів системи відбувається із-за постійного збільшення їх амплітуди. Діаграма роботи показує постійну витрату внутрішньої енергії у процесі деформування.

Динаміка процесу протікає із запізненням деформації та температури від напруження, що наведено на Рис. 6.

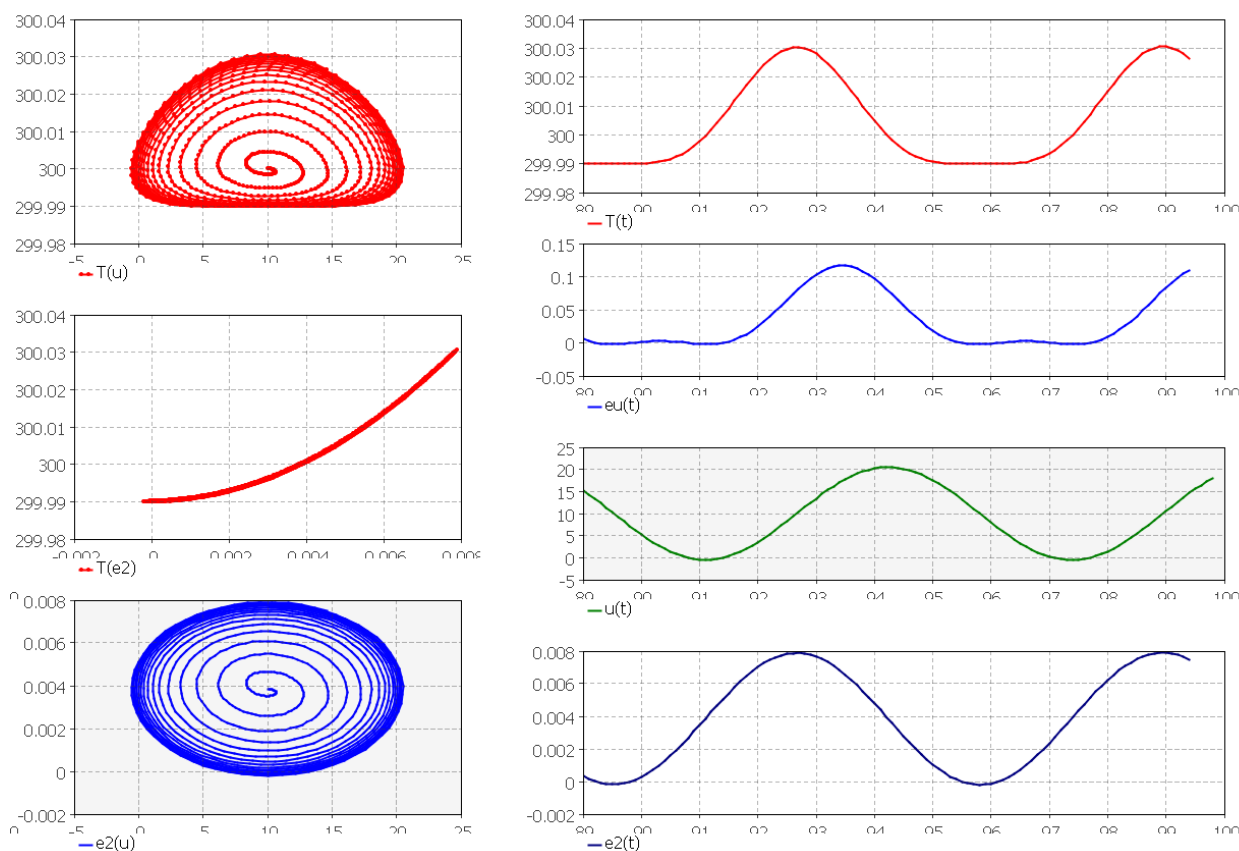


Рис. 6. Фазовий портрет динамічної системи через 100 умовних одиниць часу

Аналіз еволюції динамічної системи свідчить про те, що у результаті поступового збільшення амплітуд σ та ε при одночасному збереженні зрушення фаз між ними, робота деформації збільшується і поступово подвоює частоту, що наведено на Рис. 6.

Це призводить до подвоєння частоти коливань температури. Подальше підвищення амплітуд коливань параметрів системи веде до збільшення частки негативних напруг і деформацій, що наведено на Рис. 7.

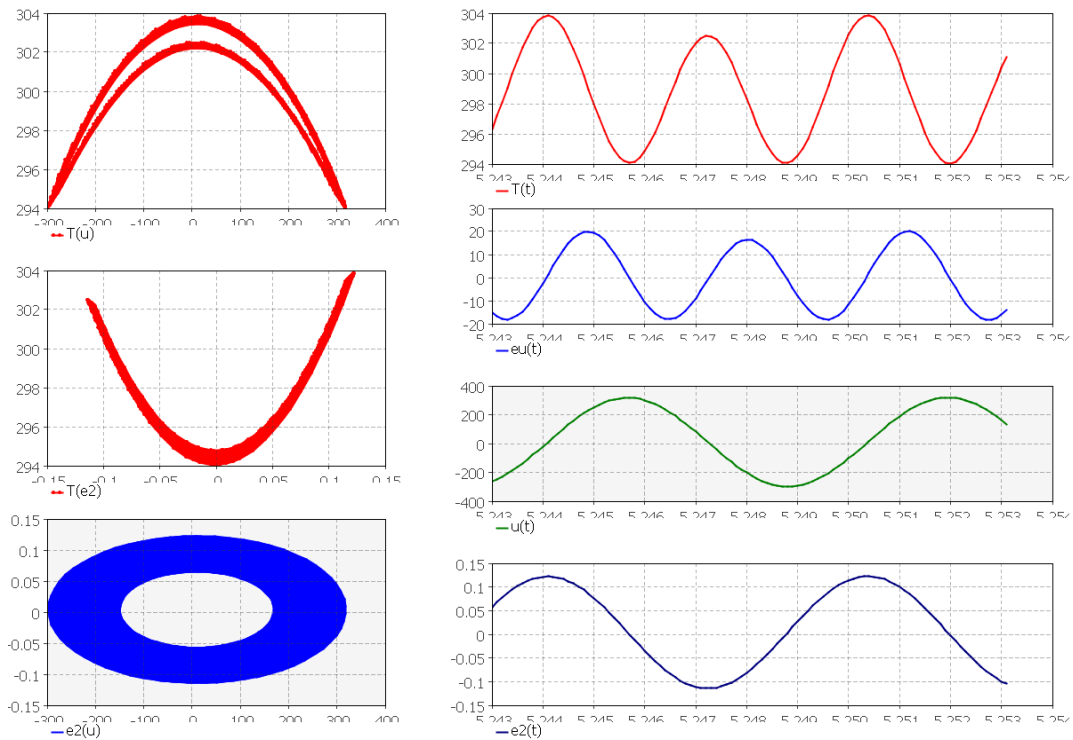


Рис. 7. Фазовий портрет динамічної системи через 5253 умовних одиниць часу

На початку еволюції системи форма коливань майже гармонійна, частота коливань визначається в основному частотою коливальної системи що задається.

Перехресний вплив ефекту термічного розширення та термопружного ефекту, у полі зовнішніх теплових та силових навантажень, призводить до виникнення автоколивань динамічної системи, яка визначається як термопружний осцилятор.

Ортогональність функцій локального внутрішнього напруження та локальних внутрішніх деформацій, є причиною збільшення амплітуд їх коливань. Що у свою чергу приводить до подвоєння частоти коливань локальної температури.

Враховуючи той факт, що модель описує еволюцію системи під час деформування у режимі безперервного часу, використовуємо її для прогнозування моменту під час яких локальні внутрішні напруження досягнуть межі міцності. Тобто визначимо час до руйнування, або довговічність матеріалу.

У таблиці 1 наведені експериментально отримані величини довговічності ЛДСП характеристики яких вказані раніше за текстом.

Величини експериментальної та розрахункової довговічності для ЛДСП за різних термомеханічних умов в нормованих одиницях часу

№ досліду	Матеріал	Напруження, МПа	Температура °С	Вологість %	Нормована довговічність шести експериментів, $\tau = \tau_{\text{експ}} / \tau_{\text{max e}}$	Нормована довговічність розрахункова за моделлю (6), $\tau = \tau_{\text{розр}} / \tau_{\text{max p}}$
7	ЛДСП	14	60	60	0,0008	0,00005
8	ЛДСП	14	18	60	0,0032	0,0093
9	ЛДСП	10	60	60	0,0033	0,0020
10	ЛДСП	10	20	60	1,0	1,00
11	ЛДСП	12	60	60	0,0010	0,0015
12	ЛДСП	12	20	60	0,19	0,29
37	ЛДСП	12	10	60	0,38	0,45
38	ЛДСП	12	20	60	0,035	0,046
39	ЛДСП	12	30	60	0,010	0,011
40	ЛДСП	12	40	60	0,0029	0,0044
41	ЛДСП	12	50	60	0,0008	0,00085

Як впливає з таблиці результати експериментальних та розрахункових даних збігаються.

Висновки. Отже, конкуренція між тепловим розширенням та підвищенням температури, внаслідок деформування ЛДСП, призводить систему до дисипації вільної енергії, та у повній відповідності із принципом Ле-Шательє до витрачання внутрішньої енергії на подолання зовнішніх термічних та механічних навантажень і в кінцевому підсумку до руйнування.

Побудована нелінійна динамічна модель деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини адекватно описує тривалу міцність, та може бути покладена в основу методики прогнозування довговічності.

Список літератури

1. Петров В.А. Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов. / В.А. Петров, А.Я. Башкарев, В.И. Веттергенъ. – СПб.: Политехникак, 1993. – 475 с.
2. Кульман С.М. Кінетика тривалої міцності композиційних матеріалів на основі деревини / С.М. Кульман // Збірник наукових праць Подільського державного аграрно-технічного університету. Спеціальний випуск до VI науково-практичної конференції «Сучасні проблеми збалансованого природокористування». – Кам'янець-Подільський: ПДАТУ, 2011. – С. 196 – 206.

3. Кульман С.М. Фрактальний аналіз тимчасового ряду кривої тривалої міцності кутового з'єднання корпусних меблів (КЗКМ) / С.М. Кульман, Л.М. Бойко // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – Житомир, 2010. – Вип. 4 (55). – С. 21–24.
4. Кульман С.М. Нелінійні ефекти деформування і руйнування композиційних матеріалів на основі деревини / Кульман С.М. // Науковий вісник НУБіП України / Серія “Лісівництво та декоративне садівництво. – 2011. – Вип. 164, ч. 1. – С. 250 – 255.
5. Кульман С.М. Нелінійна динаміка деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини / Кульман С.М. // Науковий вісник НУБіП України / Серія “Лісівництво та декоративне садівництво. – 2012. – Вип. 171, ч. 2. – С. 200 – 207.
6. Кульман С.М. Нелінійна динамічна модель деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини / Кульман С.М. // Науковий вісник НУБіП України / Серія “Лісівництво та декоративне садівництво. – 2013. – Вип. 185, ч. 2. – С. 312 – 319.
7. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Учебное пособие / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – Т. I. Механика [5-е издание]. - 204 с.

Аннотация

ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ДРЕВЕСИНЫ

Кульман С.Н., к.т.н.

Конкуренция между тепловым расширением и повышением температуры, вследствие деформирования, приводит систему к диссипации свободной энергии, и в полном соответствии с принципом Ле-Шателье к расходованию внутренней энергии на преодоление внешних термических и механических воздействий. Построенная нелинейная динамическая модель деформирования и разрушения композиционных материалов на основе древесины адекватно описывает длительную прочность и может быть положена в основу методики прогнозирования долговечности.

Abstract

FEATURES OF DEFORMATION AND FRACTURE STRUCTURALLY INHOMOGENEOUS COMPOSITE MATERIALS BASED ON WOOD

Kulman S.N.

Competition between thermal expansion and temperature rise due to deformation leads to dissipation of the system free energy, and in full accordance with the Le Chatelier's principle to the spending of the internal energy to overcome the external thermal and mechanical effects. Construction of nonlinear dynamic model of the

deformation and fracture of composite materials based on wood adequately describes the long-term strength and can be the basis for forecasting techniques durability.