

УДК 531.3

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ЧАСТИНКИ ПО ВНУТРІШНІЙ ПОВЕРХНІ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛІНДРА, ЯКИЙ ЗДІЙСНЮЄ ОБЕРТАЛЬНИЙ І ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХИ

Пилипака С.Ф., д.т.н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Клендій М.Б., к.т.н.

Бережанський агротехнічний інститут НУБіП України

Складено диференціальні рівняння руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який обертається навколо своєї осі. В свою чергу всі точки осі циліндра здійснюють поступальний коливальний рух, описуючи горизонтальні кола. Рівняння розв'язані чисельними методами. Знайдено відносні швидкості та траєкторії частинок

Постановка проблеми. Найбільш дослідженим є рух частинок по горизонтальній площині, яка здійснює коливальний прямолінійний або коловий рух. Цікавим з теоретичної точки зору і можливості практичного застосування є дослідження руху частинок при їх попаданні в циліндричні отвори такої площини з подовженою вниз бічною поверхнею. При додатковому обертанні циліндра навколо своєї вертикальної осі з різними за величиною і напрямом кутовими швидкостями рух частинки, очевидно, буде ускладнюватися.

Аналіз останніх досліджень. Рух матеріальної частинки по площині, яка здійснює прямолінійний коливальний рух, ґрунтовно розглянув акад. П.М. Василенко у своїй монографії [1]. При цьому розглянуто як горизонтальну площину, так і похилу із горизонтальними коливаннями, поперечними коливаннями і коливаннями в напрямі нахилу площини. Акад. П.М. Заїка розглянув рух сферичної частинки по горизонтальній площині, яка здійснює поступальні коливання по колу [2]. Взагалі задача руху матеріальної частинки по площині, яка здійснює коловий коливальний рух, вперше була розв'язана М.Є. Жуковським в геометричній інтерпретації [3], аналітично вивчена Цзя-Шу-Хуаєм, узагальнена і поширена на випадки еліптичних коливань І.І. Блехманом [4]. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який здійснює планетарний рух, розглянуто в праці [2] при розгляді приводу циліндричних решет для сортування насіння сільськогосподарських культур, а також в [5].

Мета досліджень. Дослідити закономірності руху матеріальних частинок по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який здійснює обертальний рух навколо своєї осі, а точки самої осі в поступальному русі описують горизонтальні кола.

Результати досліджень. При криволінійному поступальному русі площини всяка пряма, проведена в площині, залишається весь час паралельною

своєму початковому положенню. Кожна точка описує однакову криволінійну траєкторію (наприклад, коло при коловому русі) і в кожен момент часу має однакові швидкості і прискорення. Якщо матеріальна частинка попадає на таку площину, то за певних умов вона буде ковзати по ній, тобто перебувати у складному русі. Абсолютна траєкторія частинки запишеться сумою відповідних складових у переносному і відносному рухах:

$$x = x_n + x_e; \quad y = y_n + y_e, \quad (1)$$

де: $x_n = x_n(t); y_n = y_n(t)$ – траєкторія переносного руху у функції часу;
 $x_e = x_e(t); y_e = y_e(t)$ – траєкторія відносного руху у функції часу.

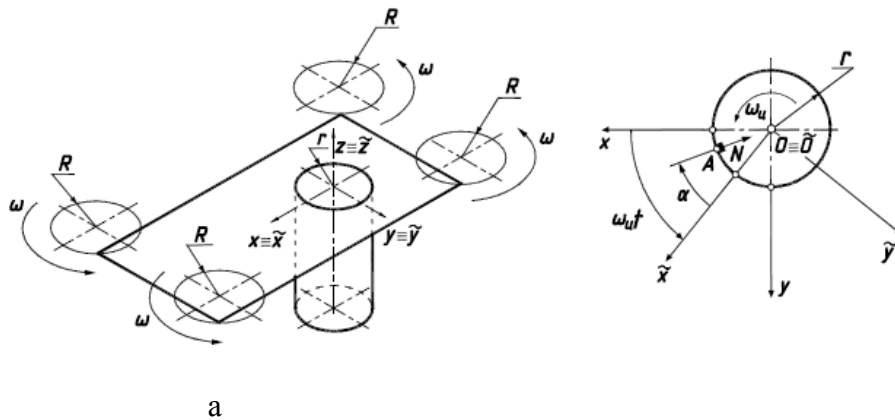


Рис. 1 – До розгляду руху частинки по внутрішній поверхні циліндра, що здійснює поступальні коливання і обертається навколо власної осі: а) схема коливань горизонтальної площини із жорстко прикріпленим до неї вертикальним циліндром; б) положення частинки на поверхні циліндра у випадку додаткового його обертання навколо власної осі (вигляд зверху)

Нехай горизонтальна площина здійснює коливальний поступальний рух так, що кожна її точка описує коло радіуса R . Частинка, рухаючись по площині, може попасти на внутрішню поверхню вертикального циліндра, жорстко прикріпленого до площини (рис.1, а). Очевидно, що вона буде рухатися по внутрішній поверхні циліндра, отже до рівнянь (1) добавиться вертикальна складова $z = z_e(t)$. Закріпимо жорстко на площині декартову систему координат $Oxyz$, а на циліндрі – систему $Oxzy$ (на рис. 1,а вони збігаються). Переносний рух площини опишеться параметричними рівняннями:

$$x_n = R \cos \omega t; \quad y_n = R \sin \omega t, \quad (2)$$

де ω – кутова швидкість обертання кожної точки площини і циліндра по колу радіуса R .

Припустимо, що частинка буде рухатися по внутрішній поверхні циліндра так, що ковзатиме по циліндру в протилежну до кутової швидкості ω сторону. Її траєкторія у системі координат $Oxyz$ запишеться:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= r \cos(-\alpha) = r \cos \alpha; \\ \tilde{y} &= r \sin(-\alpha) = -r \sin \alpha; \\ \tilde{z} &= u,\end{aligned}\tag{3}$$

де: r – радіус циліндра;
 $\alpha = \alpha(t)$ – закономірність повороту частинки при ковзанні її по внутрішній поверхні циліндра – невідома функція часу;
 $u = u(t)$ – закономірність ковзання частинки по внутрішній поверхні циліндра у вертикальному напрямі – теж невідома функція часу.

Ускладнимо рух площини із циліндром. Вважатимемо, що циліндр ще додатково обертається навколо осі Oz із кутовою швидкістю ω_y . Тоді за певний час t циліндр разом із своєю системою $Oxyz$ повернеться на кут $\omega_y t$ по відношенню до нерухомої системи $Oxyz$. Частинка, ковзаючи в протилежну сторону на кут α , буде знаходитися в точці A (рис.1,б). Рухома система по відношенню до нерухомої буде повернута на кут $\omega_y t$, а точка A – на кут $\omega_y t - \alpha$. Отже положення точки в проекціях на нерухому систему координат запишеться:

$$\begin{aligned}x_g &= r \cos(\omega_y t - \alpha); \\ y_g &= r \sin(\omega_y t - \alpha); \\ z_g &= u.\end{aligned}\tag{4}$$

Абсолютна траєкторія буде сумою переносного (2) і відносного (4) рухів:

$$\begin{aligned}x &= R \cos \omega t + r \cos(\omega_y t - \alpha); \\ y &= R \sin \omega t + r \sin(\omega_y t - \alpha); \\ z &= u.\end{aligned}\tag{5}$$

При $\omega_y = 0$ будемо мати частковий випадок, коли циліндр жорстко прикріплений до площини.

Після диференціювання рівнянь (5) по часу t знайдемо проекції абсолютної швидкості частинки на нерухому систему координат $Oxyz$:

$$\begin{aligned}x' &= -R\omega \sin \omega t - r(\omega_y - \alpha') \sin(\omega_y t - \alpha); \\ y' &= R\omega \cos \omega t + r(\omega_y - \alpha') \cos(\omega_y t - \alpha); \\ z' &= u'.\end{aligned}\tag{6}$$

Диференціювання виразів (6) дасть проекції абсолютного прискорення:

$$\begin{aligned}x'' &= -R\omega^2 \cos \omega t - r(\omega_y - \alpha')^2 \cos(\omega_y t - \alpha) + r\alpha'' \sin(\omega_y t - \alpha); \\ y'' &= -R\omega^2 \sin \omega t - r(\omega_y - \alpha')^2 \sin(\omega_y t - \alpha) - r\alpha'' \cos(\omega_y t - \alpha); \\ z'' &= u''.\end{aligned}\tag{7}$$

Складемо рівняння руху у вигляді $m\bar{w} = \bar{F}$, де m – маса частинки, \bar{w} – вектор абсолютного прискорення, \bar{F} – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Такими силами є сила ваги mg ($g=9,81 \text{ м/с}^2$), реакція N поверхні циліндра та сила тертя fN при ковзанні частинки по циліндру (f – коефіцієнт тертя). Всі сили потрібно спроекціювати на осі нерухомої системи координат.

Сила тяжіння спрямована вниз, отже її проекції запишуться:

$$\{0; \quad 0; \quad -mg\}. \quad (8)$$

Реакція циліндра N перпендикулярна до його поверхні (рис. 1,б) і має проекції:

$$\{-N \cos(\omega_y t - \alpha); \quad -N \sin(\omega_y t - \alpha); \quad 0\}. \quad (9)$$

Оскільки сила тертя спрямована по дотичній до траєкторії відносного руху частинки в протилежну сторону, знайдемо проекції вектора дотичної. Вони визначаються першими похідними рівнянь (3):

$$\begin{aligned} \tilde{x}' &= -r\alpha' \sin \alpha; \\ \tilde{y}' &= -r\alpha' \cos \alpha; \\ \tilde{z}' &= u'. \end{aligned} \quad (10)$$

Геометрична сума складових (10) дасть величину швидкості ковзання частинки по поверхні циліндра у відносному русі:

$$v_g = \sqrt{\tilde{x}'^2 + \tilde{y}'^2 + \tilde{z}'^2} = \sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}. \quad (11)$$

Одиничний вектор дотичної в проекціях на осі рухомої системи $Oxuz$ одержимо діленням проекцій (10) на величину вектора (11):

$$\left\{ -\frac{r\alpha' \sin \alpha}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}}; \quad -\frac{r\alpha' \cos \alpha}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}}; \quad \frac{u'}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}} \right\}. \quad (12)$$

Спроеціюємо вектор (12) на осі нерухомої системи координат $Oxuz$, зважаючи на те, що вони повернуті одна відносно другої навколо спільної осі $Oz \equiv Oz$ на кут $\omega_y t$:

$$\left\{ \frac{r\alpha' \sin(\omega_y t - \alpha)}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}}; \quad -\frac{r\alpha' \cos(\omega_y t - \alpha)}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}}; \quad \frac{u'}{\sqrt{r^2 \alpha'^2 + u'^2}} \right\}. \quad (13)$$

Розпишемо векторне рівняння $m\bar{w} = \bar{F}$ в проекціях на осі нерухомої системи координат, взявши до уваги, що сила тертя fN спрямована вздовж одиничного вектора (13) в протилежну до нього сторону:

$$\begin{aligned}
mx'' &= -N \cos(\omega_y t - \alpha) - fN \frac{r\alpha'}{\sqrt{r^2\alpha'^2 + u'^2}} \sin(\omega_y t - \alpha); \\
my'' &= -N \sin(\omega_y t - \alpha) + fN \frac{r\alpha'}{\sqrt{r^2\alpha'^2 + u'^2}} \cos(\omega_y t - \alpha); \\
mz'' &= -mg - fN \frac{u'}{\sqrt{r^2\alpha'^2 + u'^2}}.
\end{aligned} \tag{14}$$

Підставимо в рівняння (14) другі похідні (проекції абсолютного прискорення) із (7). До отриманої системи із трьох рівнянь входить три невідомі функції: $N=N(t)$, $\alpha=\alpha(t)$ і $u=u(t)$. Із перших двох рівнянь (14) знайдемо вирази для $N=N(\alpha',t)$ і $\alpha''=\alpha''(\alpha',t)$, розв'язавши їх як систему відносно вказаних функцій. Вираз для сили тиску має вигляд:

$$N = m \left[r(\omega_y - \alpha')^2 + R\omega^2 \cos(\omega_y t - \omega t - \alpha) \right]. \tag{15}$$

Вираз $\alpha''=\alpha''(\alpha',t)$ описується залежністю:

$$\begin{aligned}
\alpha'' &= \frac{R}{r} \omega^2 \sin(\omega_y t - \omega t - \alpha) - \\
&\quad - \frac{f\alpha'}{\sqrt{r^2\alpha'^2 + u'^2}} \left[R\omega^2 \cos(\omega_y t - \omega t - \alpha) + r(\omega_y - \alpha')^2 \right].
\end{aligned} \tag{16}$$

Після підстановки (15) і $z''=u''$ згідно (7) в останнє рівняння системи (14) одержимо диференціальне рівняння для знаходження залежності $u=u(t)$:

$$u'' = -g - \frac{fu'}{\sqrt{r^2\alpha'^2 + u'^2}} \left[R\omega^2 \cos(\omega_y t - \omega t - \alpha) + r(\omega_y - \alpha')^2 \right]. \tag{17}$$

Залежності (16) і (17) утворюють систему диференціальних рівнянь, які описують рух частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який обертається навколо власної осі і додатково здійснює поступальний коливальний рух по колу в горизонтальній площині. Для її розв'язання було застосовано чисельні методи інтегрування в з допомогою пакета *Simulink* системи *MatLab*.

Якщо циліндр не обертається навколо власної осі (тобто $\omega_y=0$), то після стабілізації руху відносна швидкість частинки прямує до сталої величини, а траєкторією є гвинтова лінія на внутрішній поверхні циліндра, яка перетворюється у пряму на його розгортці. На рис.2 побудовані траєкторії руху частинки на розгортці циліндра для різних кутових швидкостей ω протягом 2 секунд і рівних радіусах $R=r=0,1$ м.

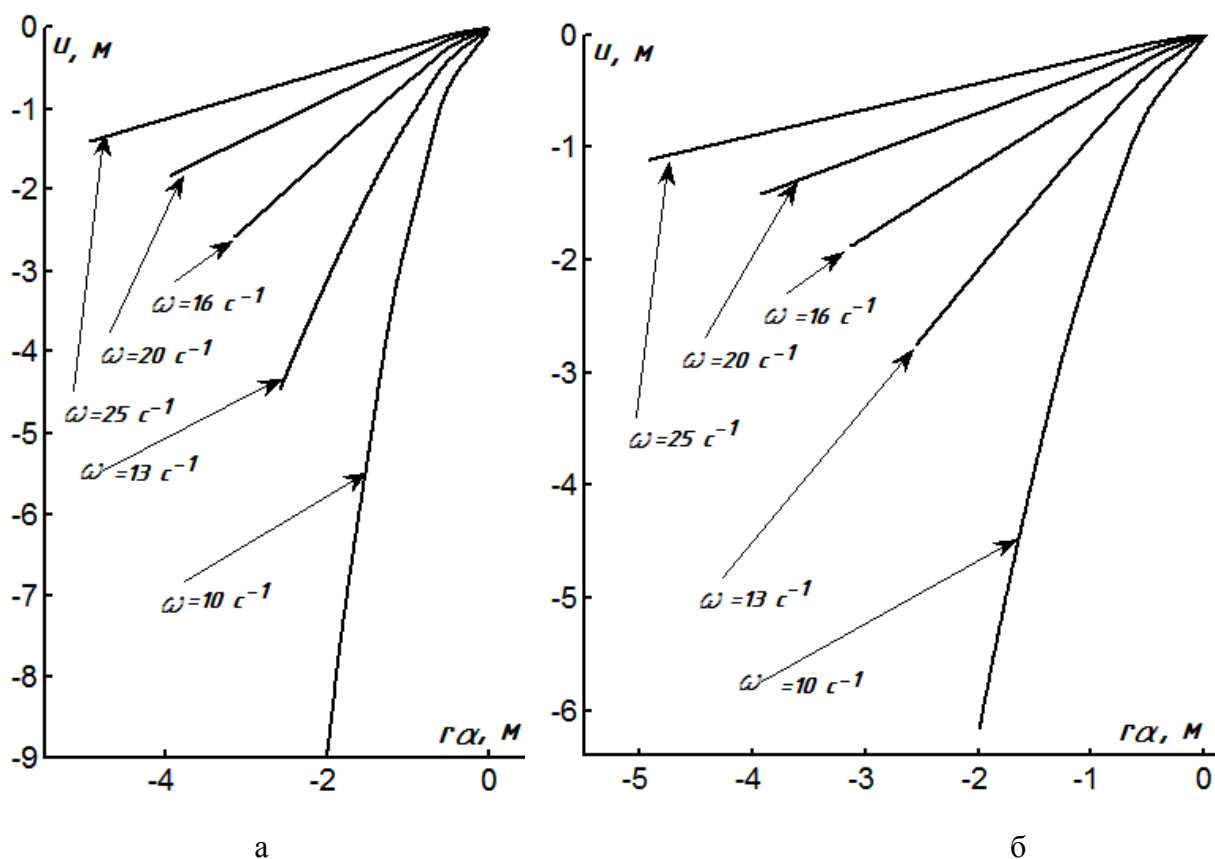


Рис. 2 – Траєкторії відносного руху на розгортці циліндра при його коливальному русі по колах із різними кутовими швидкостями ω : а) $f=0,3$; б) $f=0,4$.

Якщо надати циліндру обертального руху навколо власної осі, то характер руху частинки зміниться. Відносна швидкість ковзання набуде періодичного характеру із зростанням і зменшенням аж до „залипання”. Відповідно зміниться і траєкторія руху, причому ці особливості проявляються в більшій мірі, коли кутова швидкість коливального руху площини за напрямом протилежна кутовій швидкості обертання циліндра. На рис. 3 показані траєкторії відносного руху частинки по внутрішній поверхні циліндра при протилежних напрямках кутових швидкостей $\omega_{ц}$ і ω та різних їх співвідношеннях.

Як видно із рис. 3,а, збільшення кутової швидкості обертання циліндра навколо власної осі суттєво впливає на форму траєкторії ковзання. Такий же результат отримано в праці [5], хоча там абсолютний рух точки циліндра розглядається, як сума двох обертальних, а у нашому випадку – як сума поступального і обертального рухів. Проте можна показати, що при певних вихідних умовах абсолютний рух точки циліндра в обох випадках буде однаковим.

Для нашої моделі (рис. 1) всі точки площини описують коло радіуса R , отже і точка осі обертання циліндра теж рухатиметься по колу, тобто вісь циліндра обертатиметься навколо певної вертикальної осі із кутовою швидкістю ω на відстані R від неї. Для того, щоб вона була на максимальній відстані $R+r$ від осі обертання, необхідно надати циліндру обертального руху

навколо своєї осі із такою ж самою кутовою швидкістю однакового напрямку, тобто $\omega_u = \omega$. Це відповідатиме планетарному руху циліндра, розглянутому в [5] при відсутності його обертання навколо власної осі. При таких вихідних умовах абсолютний рух точки циліндра в обох випадках буде однаковим. Якщо ми при планетарному русі циліндра дамо йому ще і кутову швидкість обертання ω_r (згідно прийнятому позначенню в [5]), то для того, щоб абсолютний рух точки циліндра нашої моделі був таким же, його кутову швидкість потрібно збільшити на цю ж величину, тобто $\omega_u = \omega + \omega_r$, де ω – кутова швидкість обертання осі циліндра навколо вертикальної осі для обох моделей. При такому переході з'явиться можливість порівнювати отримані результати, адже підходи для розв'язання цієї задачі застосовані різні.

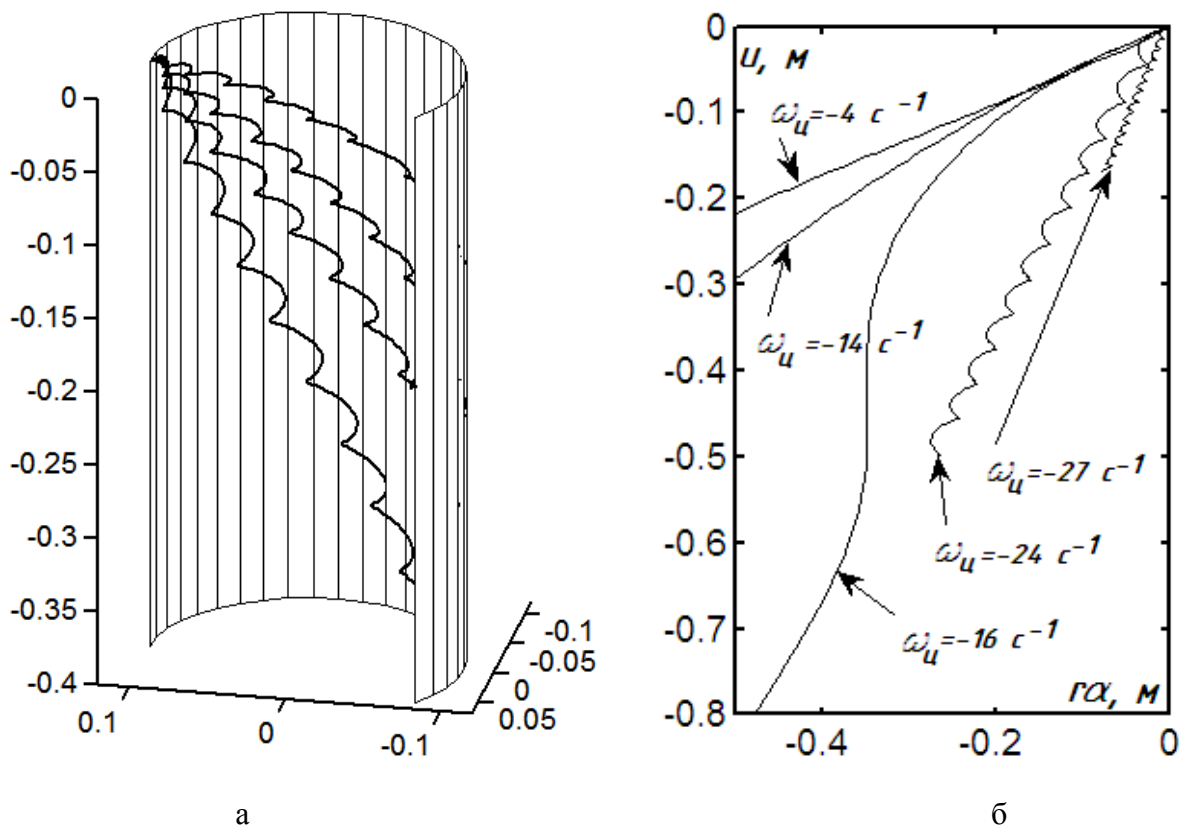


Рис. 3 – Траєкторії відносного руху частинки по внутрішній поверхні циліндра при $f=0,3$ $R=r=0,1$ м і різних напрямках кутових швидкостей ω і ω_u : а) співвідношення ω_u до ω становить $-1,5$. Нижня траєкторія побудована при $\omega_u = -24$ рад/с і $\omega = 16$ рад/с; б) трансформація траєкторій на розгортці циліндра по мірі зростання співвідношення ω_u до ω .

В [5] показано, що для певних вихідних умов після стабілізації руху можна знайти аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь із лінійною залежністю кута α і лінійної відстані вздовж вертикальної твірної циліндра u . Це відповідає траєкторії ковзання частинки по гвинтовій лінії на внутрішній поверхні циліндра, тобто прямій на його розгортці.

При лінійній залежності $\alpha = \alpha(t)$ її друга похідна буде дорівнювати нулю. До диференціального рівняння (16) входить синус і косинус однакового кута: $\omega_\delta t - \omega t - \alpha$. Позначимо його через φ і вважатимемо сталим, тому що тільки в

такому випадку ми зможемо перетворити рівняння (16) в тотожність: $0=0$. Отже, запишемо:

$$\varphi = \omega_y t - \omega t - \alpha, \text{ звідки } \alpha = \omega_y t - \omega t - \varphi. \quad (18)$$

Залежність $u=u(t)$ запишемо у вигляді $u=bt$, де b – невідома покищо стала. Диференціюючи залежність (18) і $u=bt$ по параметру t , одержимо:

$$\alpha' = \omega_y - \omega; \quad \alpha'' = 0; \quad u' = b; \quad u'' = 0. \quad (19)$$

Підстановка виразів (19) і кута $\varphi=const$ замість його виразу у (16) і (17) приводить до системи двох рівнянь із двома невідомими сталими φ і b :

$$\begin{aligned} \frac{R}{r} \sin \varphi - \frac{f(\omega_y - \omega)}{\sqrt{r^2(\omega_y - \omega)^2 + b^2}} (R \cos \varphi + r) &= 0; \\ g + \frac{fb\omega^2}{\sqrt{r^2(\omega_y - \omega)^2 + b^2}} (R \cos \varphi + r) &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Розв'язком системи (20) є наступні вирази:

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{Arc cos} \frac{-rf^2\omega^2 + \sqrt{g^2(1+f^2) + \omega^4[R^2 + f^2(R^2 - r^2)]}}{R\omega^2(1+f^2)}; \\ b &= -\frac{gr(\omega_y - \omega)}{\sqrt{f^2\omega^4(r + R \cos \varphi)^2 - g^2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Порівняємо отримані результати із результатами, одержаними в праці [5]. Вихідними даними в праці [5] було взято: $k=2$; $r=0,25$; $f=0,3$; $\omega=6,7$; $\omega_r=2$, що для нашої моделі відповідно буде: $R=0,5$; $r=0,25$; $f=0,3$; $\omega=6,7$; $\omega_y=8,7$. Підстановка цих даних в (21) дає: $\varphi=0,1$; $b=-2,17$. Згідно другого рівняння (18) і другого виразу $u=bt$ отримаємо аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (16), (17):

$$\alpha = 2t - 0,1; \quad u = -2,17t. \quad (22)$$

В праці [5] ми маємо інші сталі в залежностях (22), однак вони є функціями не часу t , а довжини дуги s кола радіуса R . Між змінними t і s існує зв'язок через ω і $k=1/R$: $s = \omega t/k = \omega R t$. Наприклад, в праці [5] знайдена залежність $u = -0,648s$. Здійснюємо перехід: $u = -0,648s = -0,648 \cdot \omega R t = -0,648 \cdot 6,7 \cdot 0,5 t = -2,17t$, що повністю збігається із нашим результатом.

За залежностями (22) відносного руху частинки можна визначити її швидкість за формулою (11) із врахуванням (19). Неважко знайти, що $v_s = 2,23$ м/с, що теж збігається із результатом, отриманим в [5], але за іншою формулою.

Слід зазначити, що аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (16), (17) забезпечить рух частинки по гвинтовій лінії із постійною відносною швидкістю, якщо будуть забезпечені початкові умови (22), тобто

попадання частинки в потрібну точку циліндра із необхідним значенням величини і напрямку відносної швидкості. Якщо ці умови забезпечені не будуть, то частинка буде рухатися по траєкторіях, зображених на рис. 3 із змінною відносною швидкістю. Для прикладу наведемо графіки траєкторій і відносних швидкостей, отриманих чисельним інтегруванням системи диференціальних рівнянь (16), (17), включаючи і частковий випадок руху частинки по гвинтовій лінії. На рис. 4 ці графіки отримано при $R=r=0,1$; $f=0,3$; $\omega=16$; $\omega_u=24$. Частковий випадок отримано як аналітичним шляхом із виразів (21) у вигляді $\alpha = 8t - 0,438$; $u = -0,723t$, так і підтверджено чисельним інтегруванням із забезпеченням відповідних початкових умов інтегрування.

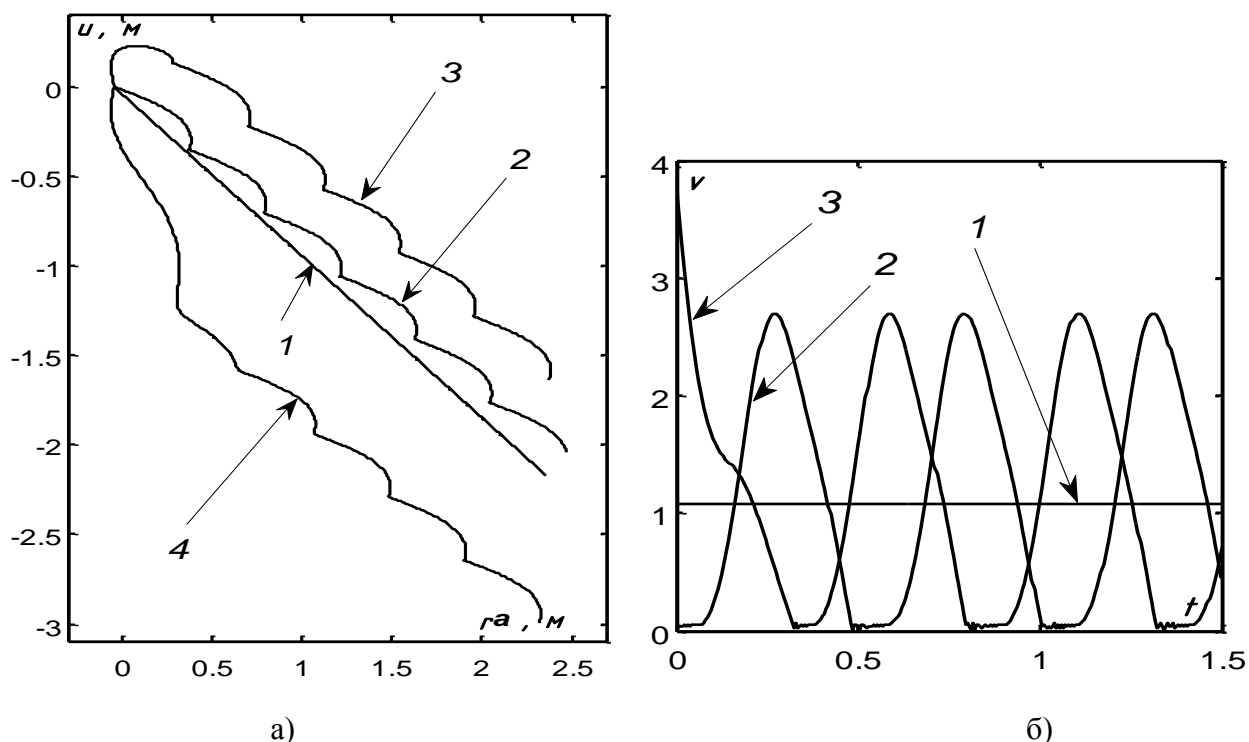


Рис. 4 – Траєкторії та графіки відповідних відносних швидкостей руху частинки по внутрішній поверхні циліндра при $f=0,3$ $R=r=0,1$ м, $\omega=16$; $\omega_u=24$ і різних початкових умовах попадання частинки на поверхню: а) траєкторії ковзання по поверхні (під номером 1 показано частковий випадок руху по гвинтовій лінії); б) графіки відповідних відносних швидкостей.

Таким чином, знайдений аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (16), (17) є частковим і відображає характер руху частинки для окремого випадку при забезпеченні необхідних початкових умов. Проте знайдені залежності (21) не придатні для випадку, коли поверхня циліндра абсолютно гладенька, тобто коефіцієнт тертя $f=0$. В цьому випадку система диференціальних рівнянь (16), (17) значно спрощується, перетворившись в два незалежних рівняння:

$$\alpha'' = \frac{R}{r} \omega^2 \sin(\omega_u t - \omega t - \alpha); \quad (23)$$

$$u'' = -g.$$

Друге рівняння (23) може бути проінтегроване і воно показує, що частинка в цьому випадку у вертикальному напрямі рухається рівноприскорено. Отже, рівняння (21) в цьому випадку не працюють, оскільки вони дають результат тільки для руху із сталою відносною швидкістю. Однак із них можна знайти граничні значення конструктивних параметрів та режимів руху, при яких відносний рух частинки по внутрішній поверхні циліндра можливий із сталою швидкістю. Виходячи із того, що косинус кута φ в (21) не може бути більшим від одиниці, знаходимо мінімально можливе значення кутової швидкості ω :

$$\omega > \sqrt{\frac{g}{f}(R+r)}. \quad (24)$$

Отже мінімальне значення кутової швидкості ω коливального руху не залежить від кутової швидкості ω_y обертання циліндра навколо власної осі, а тільки від коефіцієнта тертя f і радіусів R і r .

Висновки. В статті розв'язана задача по знаходженню кінематичних характеристик відносного руху частинки по внутрішній поверхні циліндра, що одночасно перебуває у двох рухах: поступальному і обертальному. Циліндр обертається навколо власної вертикальної осі, а сама вісь здійснює поступальний рух таким чином, що кожна її точка описує коло в горизонтальній площині. Якщо обертальний рух циліндра відсутній, то такі ж кола описує кожна точка циліндра. Показано, що при збільшенні кутової швидкості ω_y обертання циліндра навколо вертикальної осі на величину ω (кутова швидкість поступального переміщення точок осі по колу) можна перейти до планетарного руху циліндра, розглянутого в праці [5]. При абсолютно різних підходах при складанні диференціальних рівнянь (додавання поступального і обертального рухів у нашому випадку і додавання двох обертальних рухів у праці [5], а також при різних незалежних змінних в цих рівняннях) отримано однакові результати для однакових абсолютних рухів точок циліндра. В статті також доведено, що за певних початкових умов (попадання частинки в потрібну початкову точку з необхідною величиною і напрямом відносної швидкості) вона рухатиметься із сталою відносною швидкістю ковзання по гвинтовій лінії циліндра. Отримано аналітичний опис цього руху, як частковий розв'язок системи диференціальних рівнянь. При недотриманні описаних початкових умов частинка рухатиметься по інших траєкторіях, отриманих в даній статті і детально розглянутих в [5] із змінною швидкістю ковзання і з можливим тимчасовим «залипанням» в окремих точках траєкторії.

Список використаних джерел

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. - К.:УАСХН, 1960.-283 с.

2. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. – К.: Изд-во УСХА, 1992. –507 с.
3. Гортинский В.В. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / В.В. Гортинский, А.Б. Демский, М.А. Борискин. -2-е изд., перераб. и доп. -М.:Колос, 1980. -304 с.
4. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. -М.: Наука, 1964. -410 с.
5. Лінник М.К. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який здійснює планетарний рух / М.К. Лінник, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Механізація та електрифікація сільського господарства. Міжвідомчий тематичний науковий збірник. - Глеваха, 2008. –Вип. 92. –С. 49 – 62.

Аннотация

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ ПО ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА, КОТОРЫЙ ОСУЩЕСТВЛЯЕТ ВРАЩАТЕЛЬНОЕ И ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ.

Пилипака С., Клендий Н.

Составлены дифференциальные уравнения движения материальной частицы по внутренней поверхности вертикального цилиндра, который вращается вокруг собственной оси. В свою очередь все точки оси цилиндра осуществляют поступательное колебательное вращение, описывая при этом горизонтальные окружности. Уравнения решены численными методами. Найдены относительные скорости и траектории частиц.

Abstract

RESEARCH OF MOVEMENT OF A PARTICLE ON AN INTERNAL SURFACE OF THE VERTICAL CYLINDER WHICH CARRIES OUT ROTARY AND FORWARD MOVEMENTS

S. Pylypaka, M. Klendiy

The differential equations of movement of a particle on an internal surface of the vertical cylinder which rotates round own axis are worked out. In turn all points of an axis of the cylinder carry out forward oscillatory rotation, describing thus horizontal circles. The equations are solved by numerical methods. Relative speeds and trajectories of particles are found.