

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ПУСКУ МЕХАНІЗМА ПОВОРОТУ СТРІЛОВОГО КРАНА ЗА КРИТЕРІЄМ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНОЇ ЗМІНИ РУШІЙНОГО МОМЕНТУ

**В.С. Ловейкін, д.т.н., В.М. Рибалко, к.т.н., В.В. Мельніченко, аспірант**  
*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

*В статті розглянуто спосіб усунення коливань вантажу під час роботи механізму повороту стрілових кранів. Оптимізація режиму пуску механізму повороту крана проводиться за допомогою методів варіаційного числення. В роботі використано критерій середньоквадратичної зміни рушійного моменту приводу, котрий підлягає мінімізації. За керуючий параметр обрано зусилля, яке діє на механізм повороту зі сторони приводного механізму.*

**Обґрунтування проблеми.** Відомо [5], що при роботі стрілових кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух ланок механізмів та створюють додаткові динамічні навантаження, що знижує їхню надійність і приводить до незручностей при їх експлуатації, а також збільшують ризик виникнення аварійних ситуацій.

Вирішення проблеми зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі забезпечить більш ефективну експлуатацію кранового обладнання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемі усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі вже декілька десятків років. Останні дослідження, присвячені даній проблемі, ґрунтуються на використанні математичних теорій оптимальних процесів (принцип максимуму, варіаційне числення). Зауважимо, що сучасні способи усунення коливань вантажу пропонується реалізовувати з допомогою певної керуючої дії на механізм повороту під час перехідних режимів руху (розгін, гальмування).

В роботах [1,2,3] за керуючий параметр обрано силову дію на привідний механізм: для усунення коливань вантажу необхідно керувати моментом на валу електродвигуна механізму повороту. Керуюча дія має релейний характер, що призводить до додаткових динамічних навантажень на кран. Цей підхід є неприйнятним з точки зору виникнення значних динамічних навантажень.

За допомогою використання теорії варіаційного числення, як це зроблено в роботі [6], можна забезпечити плавну зміну кінематичних характеристик механізму повороту і усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі.

**Мета та задачі дослідження.** Метою дослідження є оптимізація режиму руху механізму повороту стрілового крана з вантажем під час перехідних процесів. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- 1) обрати динамічну модель механізму повороту стрілового крана і на її основі побудувати математичну модель;
- 2) обрати критерій оптимізації режиму повороту крана та встановити умови його мінімуму;
- 3) визначити оптимальний режим розгону механізму повороту і провести аналіз отриманих результатів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для проведення досліджень приймемо двомасову модель механізму повороту крана (рис.1), побудова якої передбачає наступні припущення [3]:

- 1) підвішений вантаж подібний до вільно висячого маятника;
- 2) вагою тягового елемента нехтуємо;
- 3) припускаємо відцентрові коливання вантажу в порівнянні з радіальними незначними і їх дію не враховуємо.

Перераховані припущення при дослідженнях дають досить малу похибку, що підтверджується практичними дослідженнями [4]:

Приведена розрахункова схема (рис. 1) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + \frac{mR^2}{l} g (\varphi_1 - \varphi) &= M - M_0; \\ \ddot{\varphi} - \frac{g}{l} (\varphi_1 - \varphi) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де  $I_1$  – момент інерції приводного механізму поворотної колони і стріли, зведений до вісі повороту крана;

$\varphi$  і  $\varphi_1$  – узагальнені кутові координати зведених мас відповідно вантажу та колони;

$m$  – маса вантажу;

$R$  – виліт стріли;

$l$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$M_0$  – статичний момент сил опору, зведений до осі повороту колони;

$M$  – рушійний момент на валу електродвигуна, зведений до осі повороту колони;

$\alpha$  – кут відхилення вантажного каната від вертикалі.

З другого рівняння системи (1) знаходимо:

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}; \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi} + \frac{l}{g} \dot{\ddot{\varphi}}; \quad \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi} + \frac{l}{g} \dot{\ddot{\varphi}}; \quad \ddot{\ddot{\varphi}}_1 = \ddot{\ddot{\varphi}} + \frac{l}{g} \dot{\ddot{\ddot{\varphi}}}. \quad (2)$$

За критерій оптимізації процесу пуску приймемо середньоквадратичне значення зміни рушійного моменту[6]:

$$\dot{I}_{\dot{M}} = \left( \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{M}^2 dt \right)^{1/2} \rightarrow \min, \quad (3)$$

де  $t$  – час;

$t_1$  – тривалість пуску механізму повороту крана.

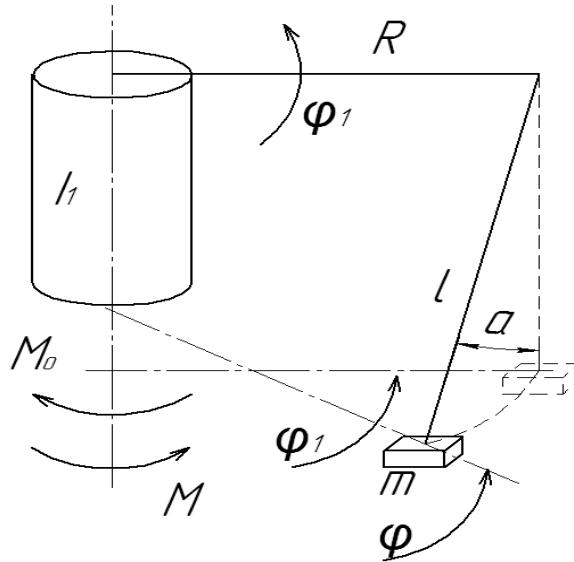


Рис. 1 – Розрахункова модель системи «колона-вантаж»

З першого рівняння системи (1) шляхом диференціювання за часом рушійного моменту і з урахуванням залежностей (2) отримуємо:

$$\dot{M} = \frac{dM}{dt} = I_1 \ddot{\varphi}_1 + \frac{mR^2}{l} g (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}) = I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi} + (I_1 + mR^2) \ddot{\varphi};$$

$$\dot{M}^2 = \left[ I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi} + (I_1 + mR^2) \ddot{\varphi} \right]^2. \quad (4)$$

Умова мінімуму критерію (3) визначається із рівняння Ейлера-Пуассона [9]:

$$\frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \varphi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \dot{\varphi}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \ddot{\varphi}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \ddot{\varphi}} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \ddot{\varphi}} - \frac{d^5}{dt^5} \frac{\partial \dot{M}^2}{\partial \ddot{\varphi}} = 0. \quad (5)$$

яке в даному випадку з урахуванням виразу (4) запишеться таким чином:

$$\varphi + 2 \frac{I_1 (I_1 + mR^2) \frac{l}{g}}{\left( I_1 \cdot \frac{l}{g} \right)^2} \varphi + \frac{(I_1 + mR^2)}{\left( I_1 \cdot \frac{l}{g} \right)^2} \varphi = 0. \quad (6)$$

Введемо наступну заміну для частоти власних коливань прийнятої моделі механізму повороту крана:

$$k = \sqrt{\frac{I_1 + mR^2}{I_1 l/g}}. \quad (7)$$

В результаті чого отримаємо диференціальне рівняння, яке відповідає мінімуму критерію (3) з урахуванням виразу (4):

$$\varphi + 2k^2 \overset{VIII}{\varphi} + k^4 \overset{VI}{\varphi} = 0. \quad (8)$$

Для процесу пуску крайові умови мають вигляд:

$$\begin{cases} t = 0: \varphi_1 = \varphi = 0, \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi} = 0, \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}; \\ t = t_1: \varphi_1 = \varphi, \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi} = \omega_y, \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}, \overset{IV}{\ddot{\varphi}_1} = \overset{V}{\ddot{\varphi}}. \end{cases} \quad (9)$$

Враховуючи залежності (2), виразимо крайові умови координати  $\varphi_1$  та її похідних через координату  $\varphi$  та її похідні. В результаті чого, будемо мати:

$$\begin{cases} t = 0: \varphi = 0, \dot{\varphi} = 0, \ddot{\varphi} = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}} = 0, \overset{V}{\ddot{\varphi}} = 0; \\ t = t_1: \dot{\varphi} = \omega_y, \ddot{\varphi} = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}} = 0, \overset{V}{\ddot{\varphi}} = 0, \varphi = 0, \varphi = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Для розв'язування отриманого диференціального рівняння (8) з урахуванням крайових умов (10) зручно використати програму WolframMathematica v.8, яка дозволяє шукати символічні розв'язки диференціальних рівнянь [0].

В результаті розв'язку диференціального рівняння (8) для крайових умов пуску механізму повороту (10) і його конструктивних, кінематичних і динамічних параметрів:  $J_1=832000 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;  $m=10000\text{кг}$ ;  $R=8\text{м}$ ;  $l=5\text{м}$ ;  $g=9.8\text{м}/\text{с}^2$ ;  $M_0=75814\text{Н}\cdot\text{м}$ ;  $\omega_{nom}=0,11\text{рад}/\text{с}$ ;  $t_1=2,3\text{с}$ - час розгону, який відповідає часу розгону на природній механічній характеристиці, побудовані графіки кінематичних характеристик пуску колони і вантажу (рис.2,3). Суцільними лініями зображені кінематичні характеристики руху вантажу. Штриховими лініями зображені кінематичні характеристики руху колони крана.

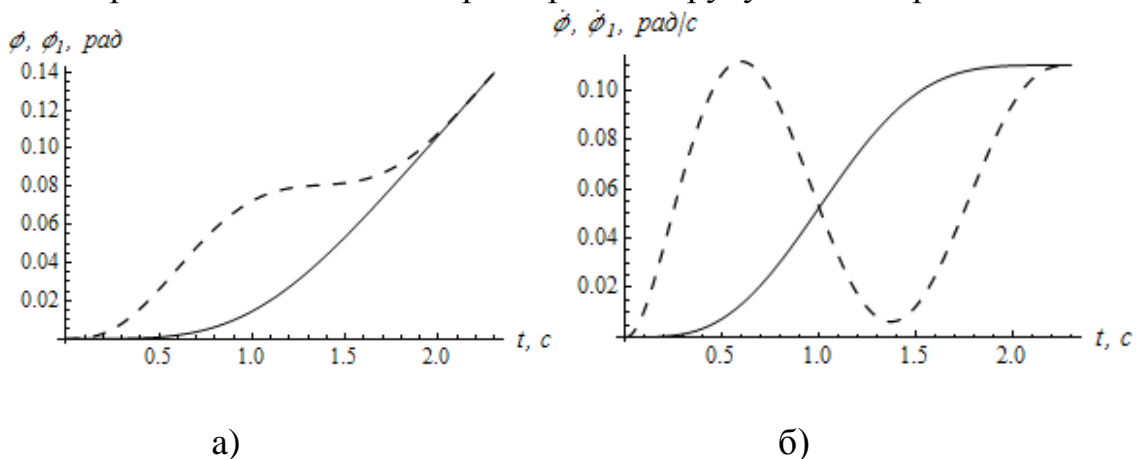


Рис. 2 – Графіки функцій кутового переміщення (а) та швидкості (б) колони і вантажу

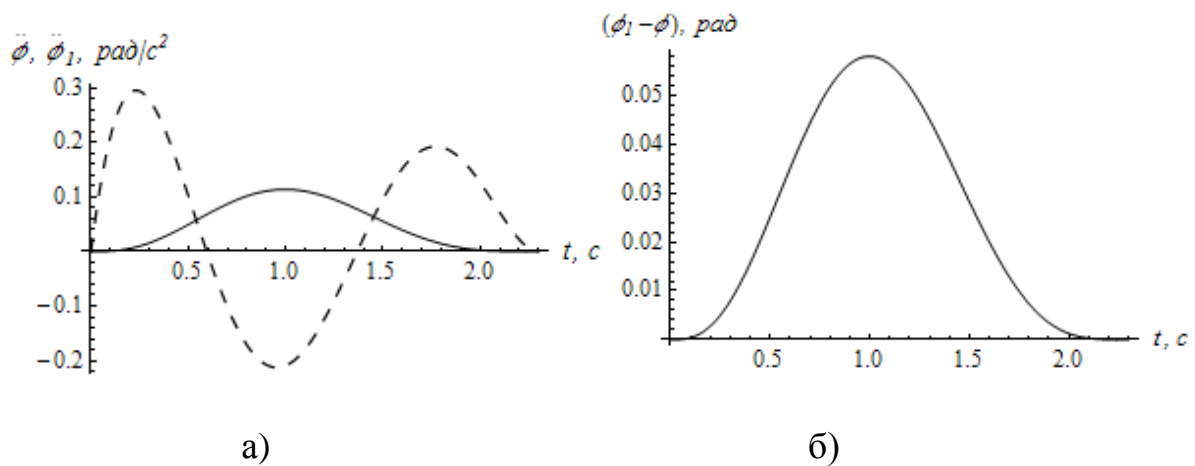


Рис. 3 – Графіки функцій кутового прискорення колони і вантажу (а) та кута відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі (б)

На рис.4,5 зображені графіки отриманих кінематичних характеристик колони і вантажу при часі пуску  $t_1 = \frac{2\pi}{k} = 3,25$  с, який дорівнює періоду власних коливань вантажу на гнучкому підвісі. Як і раніше суцільними лініями зображені кінематичні характеристики руху вантажу, а штриховими кінематичні характеристики руху колони крана.

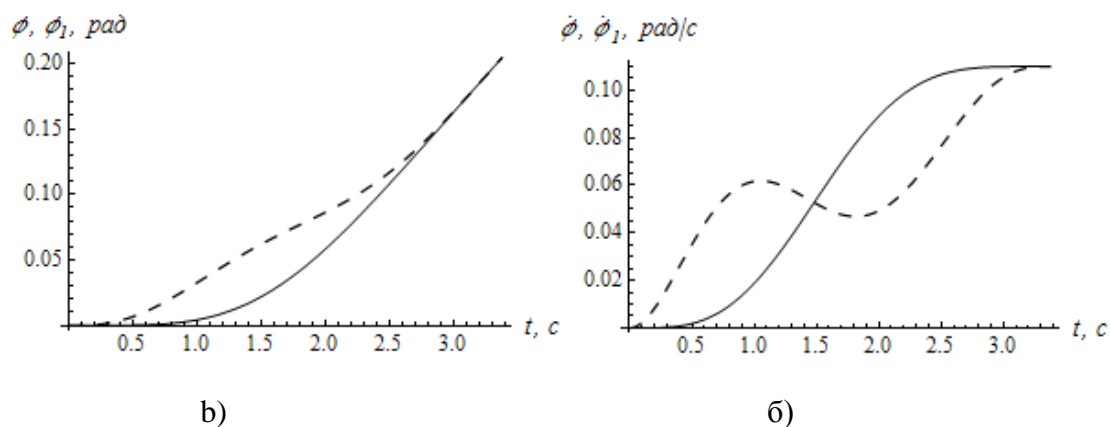


Рис. 4 – Графіки функцій кутового переміщення (а) та швидкості (б) колони і вантажу

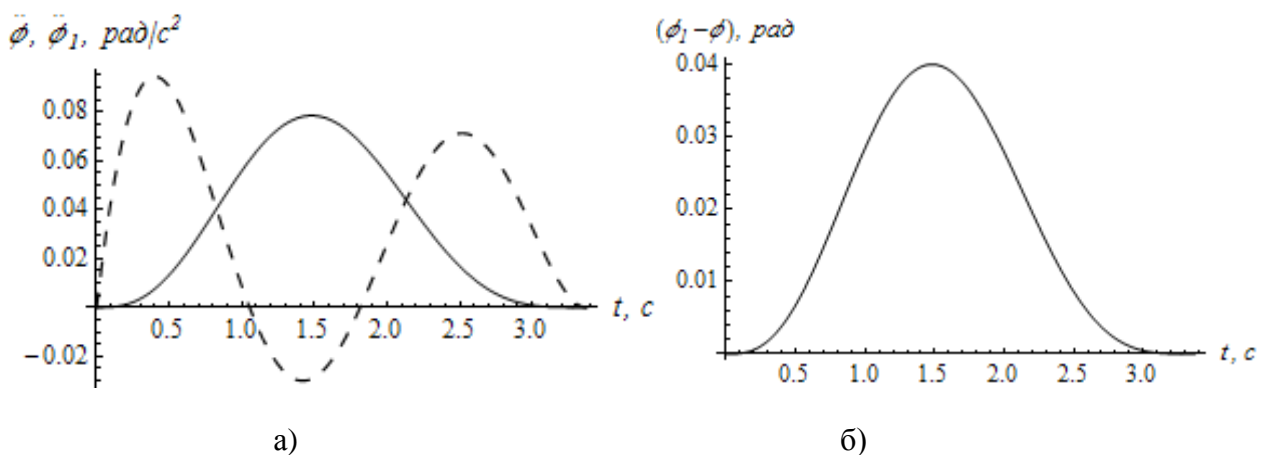


Рис. 5 – Графіки функцій кутового прискорення колони і вантажу (а) та кута відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі (б)

Крім того, на рис. 6 зображено графіки зміни рушійного моменту при  $t_1=2,3\text{с}$  (суцільна крива) і  $t_1=3,37\text{с}$  (штрихова лінія).

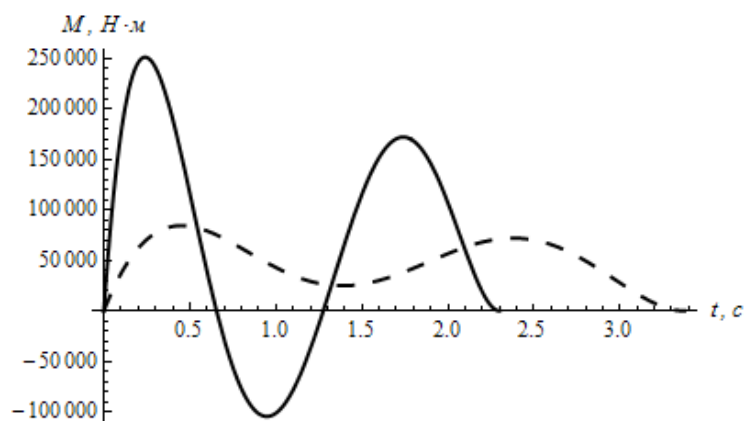


Рис. 6 – Графік рушійного моменту:----- при  $t_1=3.37\text{с}$ , — при  $t_1=2.3\text{с}$

Проаналізуємо отримані графіки кінематичних характеристик при тривалості пуску  $t_1=2.3\text{с}$  (рис.2-3) та тривалості пуску  $t_1=3.37\text{с}$  (рис.4-5). З графіків переміщень колони і вантажу (рис.2,а і 4,а) видно, що в першому випадку усталений рух механізму повороту починається з координат  $\varphi_I=\varphi=0,14\text{рад}$ , а в другому  $\varphi_I=\varphi=0,2\text{рад}$ , що вказує на переваги першого режиму пуску в порівнянні з другим. При цьому максимальне відхилення координат  $\varphi_I-\varphi$  в першому випадку становить  $0,06\text{рад}$ , а в другому  $0,04\text{рад}$ . Цей показник вказує на перевагу другого режиму пуску. З графіків кутових швидкостей (рис.2,б і 4,б) можна побачити, що зміна швидкості повороту колони є досить плавною як в першому, так і в другому випадках процесу пуску. Однак, швидкість повороту вантажу в першому випадку має значну амплітуду коливань (рис.3,б), чого не можна сказати про другий режим пуску (рис.5,б). Тут мають місце коливання вантажу, але вони незначні в порівнянні з першим режимом пуску. Аналогічна картина спостерігається при порівнянні прискорень повороту стріли і вантажу (рис.3,а і 5,а). З цих графіків видно, що прискорення стріли як при першому, так і при другому режимах пуску змінюються досить плавно і їхні максимальні значення не перевищують  $0,3\text{рад/с}^2$ . В обох режимах пуску прискорення колони приймають як додатні, так і від'ємні значення (має місце процес гальмування колони). Також, при першому режимі пуску максимальне значення прискорення вантажу (рис.3,а) досягає  $\ddot{\varphi}_{\text{max}}=1,2\delta\ddot{\alpha}/\tilde{n}^2$ , а при другому режимі пуску  $\ddot{\varphi}_{\text{max}}=0,8\delta\ddot{\alpha}/\tilde{n}^2$ \*\*\* (рис.5,а). Це дало можливість при другому режимі пуску значно зменшити максимальне значення рушійного моменту  $M_{\text{max}}=90000\text{Нм}$  в порівнянні з першим режимом  $M_{\text{max}}=250000\text{Нм}$  (рис.6).

Таким чином, використання оптимального за критерієм середньоквадратичного значення зміни рушійного моменту режиму пуску механізму повороту стрілового крана при тривалості пуску рівному періоду власних коливань вантажу дає можливість значно зменшити дію динамічних навантажень і енергетичних витрат в порівнянні з іншим оптимальним режимом за цим же критерієм, але при іншій тривалості пуску.

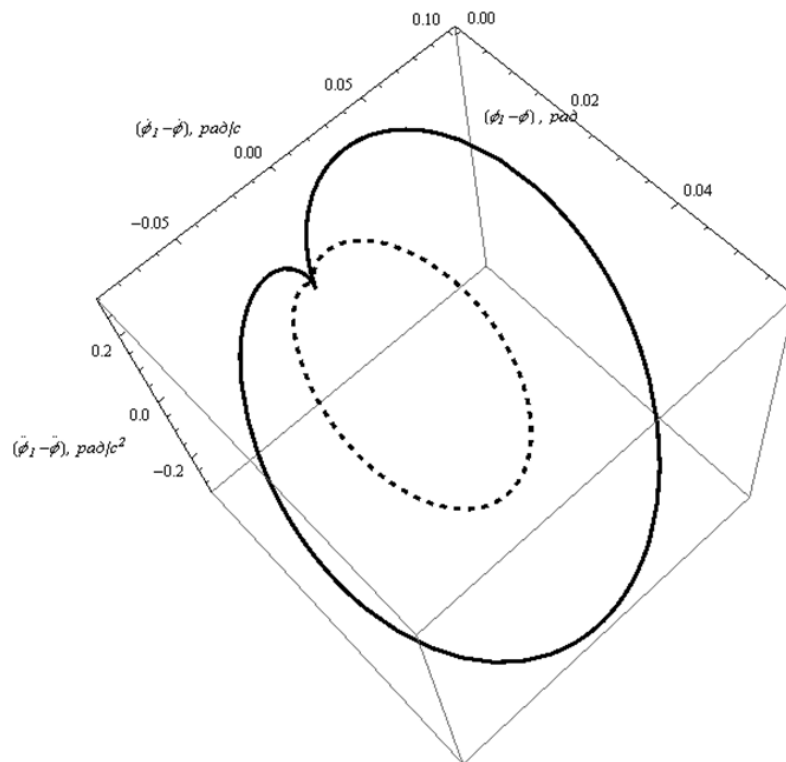


Рис. 7 – Фазовий тримірний динамічний портрет системи «колона-вантаж»  
 ----- при  $T=3.37\text{c}$ , — при  $T=2.3\text{c}$

На рис. 7 показано тривимірний фазовий портрет для оптимальних режимів пуску тривалістю 2,3с (відповідає тривалості пуску на природній механічній характеристиці, зображено суцільною лінією) та тривалістю 3,37с (відповідає періоду власних коливань вантажу на гнучкому підвісі, зображено штриховою лінією).

З отриманих фазових портретів видно, що в першому та другому випадках процесу пуску до початку усталеного руху коливання вантажу усуваються. Однак в першому випадку мають місце значно більші відхилення швидкостей та прискорень повороту колони та вантажу в порівнянні з другим випадком процесу пуску. Разом з тим, в першому випадку менша тривалість розгону, що дає можливість підвищити продуктивність роботи крана за рахунок зменшення тривалості всього циклу роботи механізму повороту.

## Висновки

Результати проведених досліджень дають змогу зробити наступні висновки:

1. Вирішення задачі усунення коливань на гнучкому підвісі шляхом використання варіаційного числення є виправданим, оскільки знайдена керуюча дія на механізм повороту задовольняє умовам поставленої задачі;
2. Використання обраного критерію оптимальності руху механізму повороту дає змогу отримати закони керування, які забезпечують усунення

- коливань вантажу та покращують перехідні режими його руху;
3. Вля здійснення керування системою «колона-вантаж» необхідно обрати привідне зусилля, на яке накладаються певні обмеження;
  4. Реалізувати отримані оптимальні закони можна шляхом використання автоматизованої системи керування механізмом повороту.

### Список використаних джерел

1. Герасимьяк Р.П. Электроприводы крановых механизмов / Герасимьяк Р.П., Параил В.А. – М.: Энергия, 1970. – 136 с.
2. Григоров О.В. Вантажопідйомні машини: навч. посібник / О.В. Григоров, Н.О. Петренко. – Х.: НТУ „ХПІ”, 2006. – 304 с.
3. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах / Дьяконов В. П. – М.: СОЛОН - Пресс, 2004. –696 с.
4. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / Комаров М.С. – М.: Машиностроение, 1953. – 187 с.
5. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Лобов Н. А. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
6. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
7. Ловейкін В. С. Оптимізація перехідних режимів руху механізма пересування візка вантажопідйомних машин / Ловейкін В. С., Ярошенко В.Ф., Ромасевич Ю. О. // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2007. – №59, том 2. – С. 452-460.
8. Смехов А. А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / Смехов А. А., Ерофеев Н. И. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
9. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Эльсгольц Л. Э. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

### Аннотация

#### **КОЛЕБАНИЯ ГРУЗА, ОПТИМИЗАЦИЯ, ПЕРЕХОДНЫЙ РЕЖИМ ДВИЖЕНИЯ**

Ловейкін В.С., Рибалко В.М., Мельніченко В.В.

*В статье рассмотрены способы устранения колебаний груза при работе подъемно-транспортных машин. Оптимизация режима пуска механизма поворота крана производится с помощью вариационного исчисления. Использован критерий среднеквадратического изменения движущего момента, который подлежит минимизации. В качестве управляющего параметра выбрано усилие, которое действует на механизм поворота со стороны приводного механизма.*



## **Abstract**

### **FLUCTUATIONS OF THE CARGO, OPTIMIZATION, CONNECTING MODE OF THE MOTION**

V. Loveykin, V. Ribalko, V. Melnichenko

*The method of cargo oscillation reduction, during the lifting machines operation, has been considered in the article. The start-up mode of the crane swinging mechanism optimization has been carried out by means of variational calculation. The criterion of standard deviation of torque moment change has been used. And this criterion has been subject to minimization. The torque moment of the driving mechanism, acting towards the crane swinging mechanism, has been selected as a control parameter.*