

УДК 631.356.2

## АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СКЛАДНИХ КОНСТРУКТИВНИХ СИСТЕМ З ДОВІЛЬНИМ ЗОВНІШНІМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Довбуш Т.А., Рубінець Н.А., Довбуш А.Д., старший викладач,  
Хомик Н.І., к.т.н., доцент

*(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)*

*У статті розглянуто застосування модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації при визначенні напружено-деформованого стану рамних конструкцій при навантаженні їх нерівномірно-розподіленим навантаженням.*

Рамні конструкції більшості сільськогосподарських машин складаються з замкнутих зварних контурів які мають поздовжню вісь симетрії рис.1. [1]

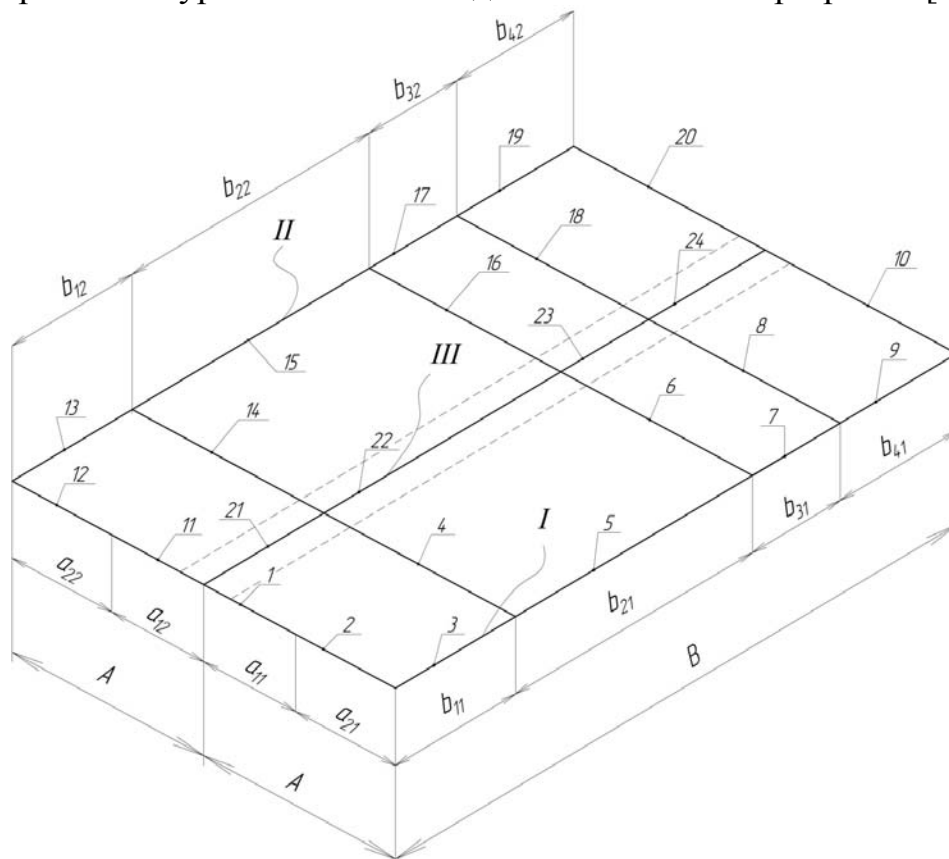


Рисунок 1 – Схематизація конструктивної системи

На рамах кріпляться технологічні механізми, а також кузови для перевезення різноманітних вантажів, а саме коренеплодів, зернових, органічних і мінеральних добрив.

Завантаження сировини на кузов виконується транспортером, або навантажувачем, тому її розподіл в більшості випадків є нерівномірним. На рис.2 показана схематизація розподілу зовнішніх навантажень на несучі елементи рами.

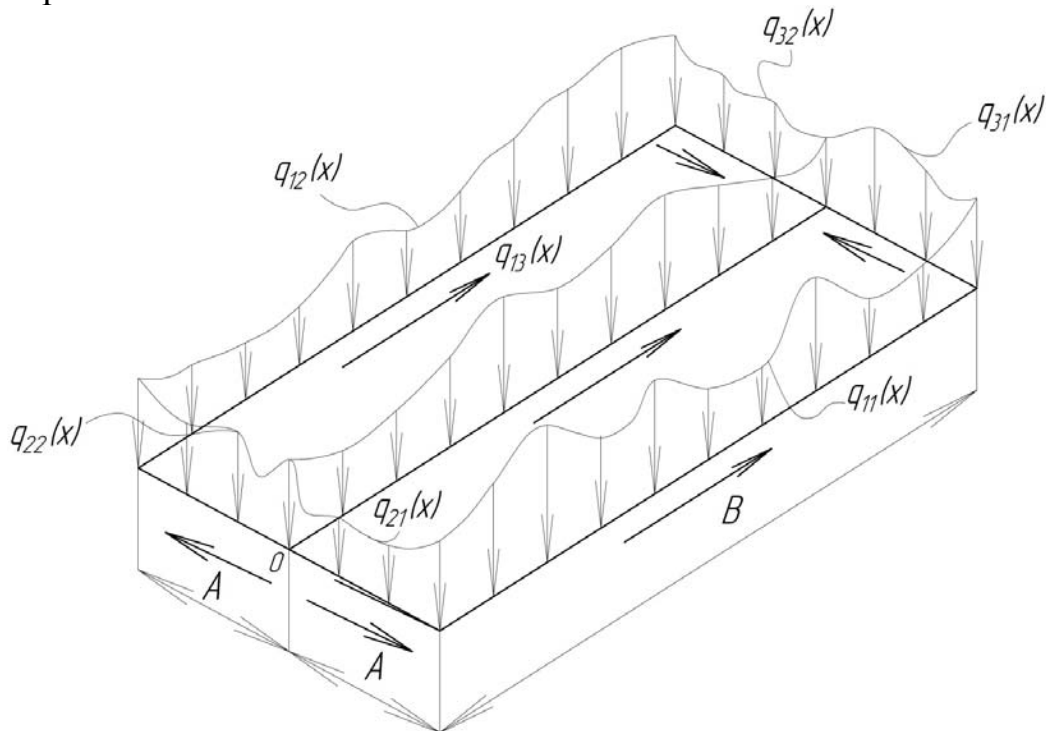


Рисунок 2 – Схематизація розподілу зовнішніх навантажень на несучі елементи рами

Загальне зовнішнє навантаження  $Q_0$ , що діє на конструкцію рами, складається з ваги сировини  $Q_C$  та ваги металоконструкцій з механізмами  $Q_M$ . Таким чином:

$$Q_0 = Q_C + Q_M = \int_0^B q_{11}(x)dx + \int_0^A q_{21}(x)dx + \int_0^A q_{31}(x)dx + \int_0^B q_{12}(x)dx + \int_0^A q_{22}(x)dx + \int_0^B q_{31}(x)dx + \int_0^B q_{32}(x)dx + \int_0^B q_{13}(x)dx, \quad (1)$$

де  $\int_0^B q_{11}(x)dx$  – зовнішнє навантаження від дії розподіленого

навантаження  $q_{11}(x)$ , на ділянці B;

$q_{11}(x)$ ,  $q_{21}(x)$ ,  $q_{31}(x)$ ,  $q_{12}(x)$ ,  $q_{22}(x)$ ,  $q_{32}(x)$ ,  $q_{31}(x)$ ,  $q_{32}(x)$ ,

$q_{13}(x)$  – функції інтенсивності навантаження, що розподіляються на несучих елементах, записаних в напрямках вказаних на рис.2;

$A$ ,  $B$  – лінії контакту кузова з рамною конструкцією.

Крім сил ваги сировини та металоконструкцій, що діють на раму, вона опирається на механізми поздовжнього руху (колеса, тягові елементи), в яких виникають сили реакцій. Таким чином, для дослідження НДС рамної конструкції слід визначити внутрішні силові фактори, а також сили реакцій.

На даний час визначення внутрішніх силових факторів, сил реакцій можна проводити за допомогою ППП Ліра 9.2. та інших, хоча деякі джерела [2,3] показують значну розбіжність з експериментальними дослідженнями. Для достовірності отримання кінцевого результату доцільно використати аналітичний метод розрахунку – модифікований метод мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД). На відміну від громіздких графоаналітичних розрахунків [4], модифікований метод мінімуму потенціальної енергії деформації базується на аналітичних записах функції потенціальної енергії деформації без будь-яких графічних побудов [5].

Для прикладу розглянемо раму (рис.3), яка опирається в шістьох точках, в яких виникають реакції  $R_{11}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{31}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{32}$ .

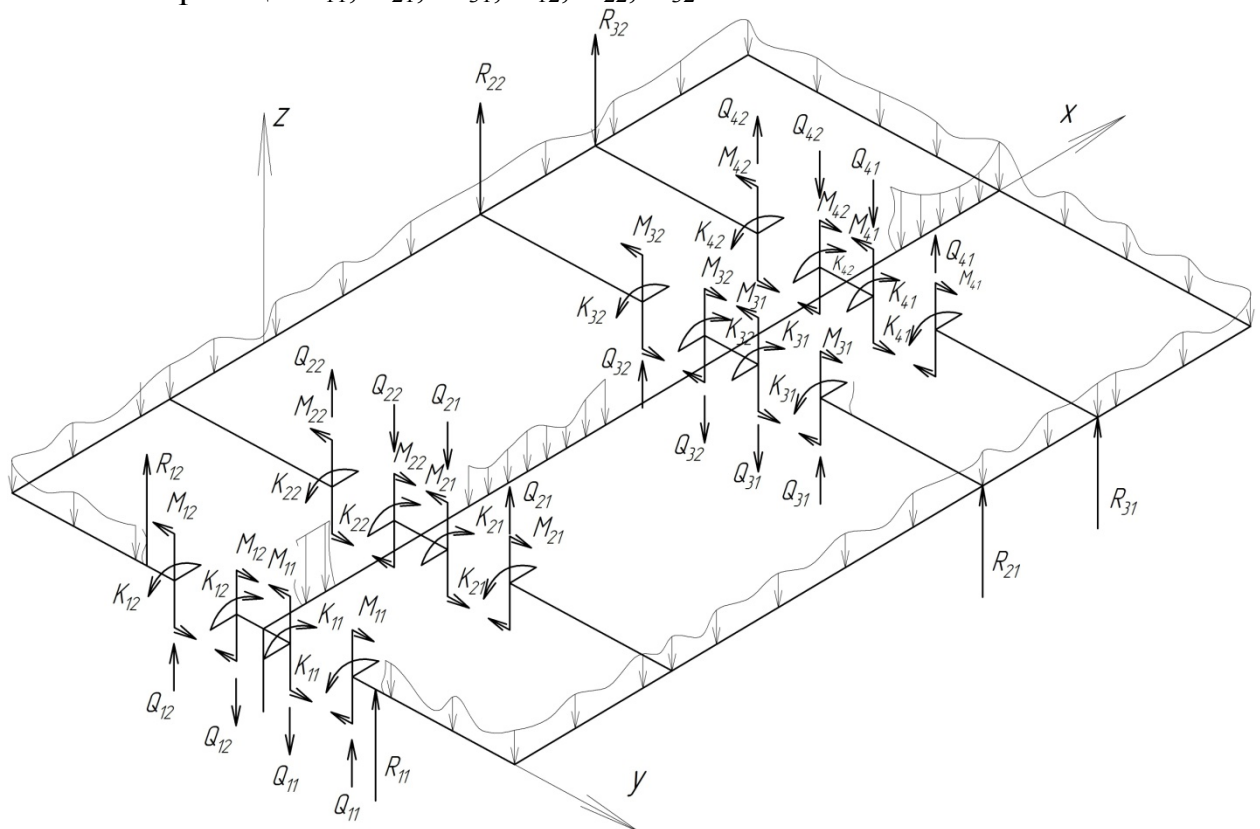


Рисунок 3 – Розрахункова схема

Для запису функцій згинальних моментів, визначення рівнодійних сил та моментів від них, в загальному вигляді від довільного навантаження, використаємо диференціальні залежності внутрішніх силових факторів при згині [6].

Функція згинального моменту на проміжку  $(a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1}) \leq x \leq (a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1} + a_{(n+1)1})$  зображена на рис. 4.

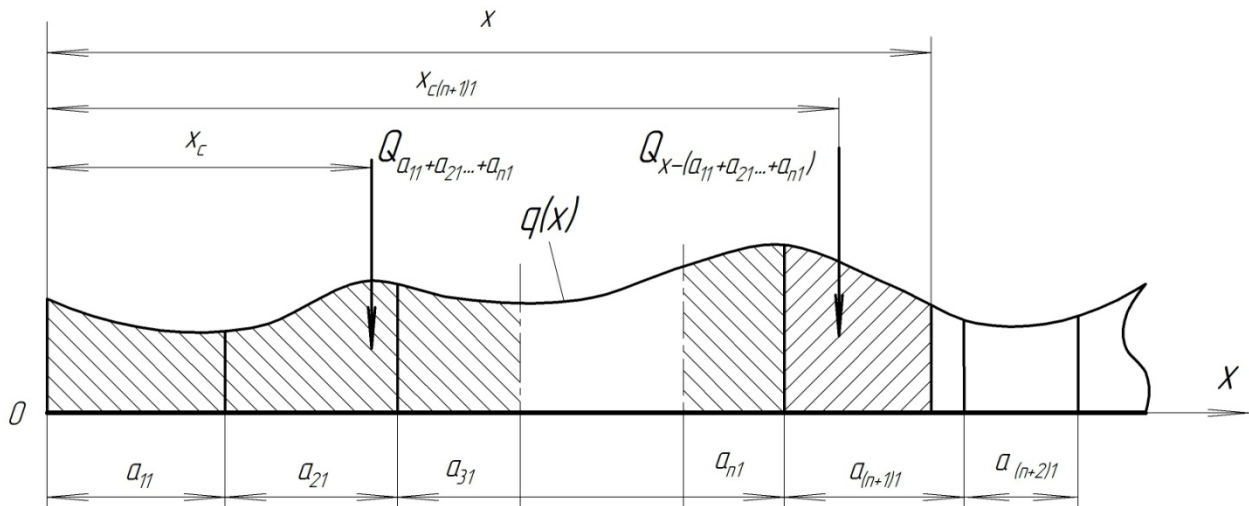


Рисунок 4 – Геометрична інтерпретація до запису функцій згинальних моментів

$$M(x) = \int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot dx \cdot \left( x - \frac{\int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot dx} \right) + \int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot dx \cdot \left( x - \frac{\int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot dx} \right), \quad (2)$$

де  $Q_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} = \int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot dx$  – значення рівнодійної поперечної сили, що діє на ділянках  $(a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1})$ ;

$$x_c = \left( x - \frac{\int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_0^{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}} q(x) \cdot dx} \right) - \text{координата прикладання рівнодійної поперечної}$$

сили  $Q_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}$ ;

де  $Q_{x-(a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1})} = \int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot dx$  – значення рівнодійної поперечної сили, що діє на частині ділянки  $(n+1)1$ ;

$$x_{c(n+1)1} = \left( x - \frac{\int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_{a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1}}^x q(x) \cdot dx} \right) - \text{координата прикладання рівнодійної}$$

поперечної сили  $Q_{x-(a_{11}+a_{21}+\dots+a_{n1})}$  відносно початку координат.

Запишемо рівняння рівноваги:

$$\sum Z = 0, \quad R_{11} + R_{21} + R_{31} + R_{12} + R_{22} + R_{32} - Q_0 = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_x = 0, \quad \left( \int_0^B \frac{q_{11}}{1} dx \right) A - \left( \int_0^B \frac{q_{12}}{1} dx \right) A + \left( \int_0^A \frac{q_{21}}{1} dx \right) \left( \frac{\int_0^A \frac{q_{21}(x)}{1} dx}{\int_0^A \frac{q_{21}}{1} dx} \right) + \left( \int_0^A \frac{q_{31}}{1} dx \right) \cdot$$

$$\left( A - \left( \frac{\int_0^A \frac{q_{31}(x)}{1} dx}{\int_0^A \frac{q_{31}}{1} dx} \right) \right) - \left( \int_0^A \frac{q_{22}}{1} dx \right) \left( \frac{\int_0^A \frac{q_{22}(x)}{1} dx}{\int_0^A \frac{q_{22}}{1} dx} \right) -$$

$$- \left( \int_0^A \frac{q_{32}}{1} dx \right) \left( A - \left( \frac{\int_0^A \frac{q_{32}(x)}{1} dx}{\int_0^A \frac{q_{32}}{1} dx} \right) \right) + (R_{11} - R_{12})a_{11} + (R_{21} - R_{22})A + (R_{31} - R_{32})A = 0, \quad (4)$$

$$\sum M_y = 0, \quad \left( \int_0^A \frac{q_{31}}{1} dx \right) B - \left( \int_0^A \frac{q_{32}}{1} dx \right) B + \left( \int_0^B \frac{q_{11}}{1} dx \right) \left( \frac{\int_0^B \frac{q_{11}(x)}{1} dx}{\int_0^B \frac{q_{11}}{1} dx} \right) + \left( \int_0^B \frac{q_{12}}{1} dx \right) \cdot$$

$$\cdot \left( \frac{\int_0^B \frac{q_{12}(x)}{1} dx}{\int_0^B \frac{q_{12}}{1} dx} \right) + \left( \int_0^B \frac{q_{13}}{1} dx \right) \left( \frac{\int_0^B \frac{q_{13}(x)}{1} dx}{\int_0^B \frac{q_{13}}{1} dx} \right) -$$

$$- (R_{31} + R_{32})(b_{11} + b_{21} + b_{31}) - (R_{21} + R_{22})(b_{11} + b_{21}) = 0, \quad (5)$$

Отже, система є  $6-3=3$  рази статично невизначеною по відношенню до зовнішніх опорних реакцій.

Для визначення внутрішніх силових факторів раму умовно розрізаємо на 3 частини (рис.4). В результаті чого в кожному сумісному поперечному перетині елемента рами виникають рівні за величиною та протилежні за напрямками внутрішні силові фактори, наприклад  $M_{11}=M_{13(1)}$ ,  $M_{12}=M_{13(2)}$  і т.д.

Горизонтальними складовими перерізуючих сил, нормальними силами нехтуємо. Таким чином, рамна конструкція стає 24-ри рази статично невизначеною по відношенню до внутрішніх силових факторів, а саме згинальних, крутних моментів і перерізуючих сил. В цілому конструктивна система 27 разів статично невизначена.

Враховуючи (1)–(2) проводимо запис функцій потенціальної енергії деформації від згину та кручення для кожного елемента рамної конструкції,

нехтуючи потенціальною енергією деформації від вертикальної перерізуючої сили [7].

Використовуючи ММПЕД складаємо систему рівнянь, яка включає 27-м невідомих:

$$\frac{\partial U}{\partial X_j} = 0, \quad (6)$$

де  $U = \sum_{i=1}^{24} U(M_i) + \sum_{i=1}^{24} U(K_i)$  – загальна сума функцій потенціальних енергій деформацій згину та кручення;

$U(M_i)$  – функція потенціальної енергії деформації згину  $i$ -го елемента;

$U(K_i)$  – функція потенціальної енергії деформації кручення  $i$ -го елемента;

$i$  – кількість елементів.

Розв'язок проводимо за допомогою ППП Wolfram Mathematica 7.

Висновки: Запропонований аналітичний метод розкриття статичної невизначеності модифікованим ММПЕД має істотні переваги над іншими графоаналітичними і комп'ютерними методами. Задача з визначення опорних реакцій та внутрішніх силових факторів зводиться до одного алгоритму, а не розбивається на дві незалежних задачі [4]. У випадках, коли зовнішнє навантаження на кузов розподіляється за нерівномірним змінним законом, розв'язок задачі з допомогою ППП Ліра ускладнюється і буде носити наближений характер.

## Список літератури

1. Рамы сварные сельскохозяйственных машин. Конструктивно-технологическое проектирование. – Москва, 1983. – 114 с.
2. Черников С. А. О достоверности расчетных оценок НДС рамы грузового автомобиля [Текст] / С. А. Черников, К. В. Садчиков // Проблемы машиностроения и надежность машин. – 1998. – №3. – С. 117 – 121.
3. Вырский А.Н. Исследование нагруженности рамных конструкций [Текст] / А. Н. Вырский // Тракторы и сельхозмашины. – 1990. – № 11. – С. 26 – 27.
4. Основы теории и расчета сельскохозяйственных машин на прочность и надежность / Под ред. П. М. Волкова, М. М. Тененбаума. – М.: Машиностроение, 1977. – 310 с.

5. Рибак Т. І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин. – Тернопіль: ВАТ ТВПК „Збруч”, 2003. – 332 с.

6. Рудицын М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М. Н. Рудицын, П. Я. Артемов. – Минск: Вышэйшая школа, 1970. – 640 с.

7. Рибак Т. І. Обґрунтування модифікації методу мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД) / Т. І.Рибак, Т. А.Довбуш, Г. Б.Цьонь // Технічний сервіс машин для рослинництва. Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Х.: ХНТУСГ. – 2013. – Вип. 134, С. 260 – 266.

### Аннотація

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ СИСТЕМ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ВНЕШНИМ НАГРУЖЕНИЕМ

Довбуш Т.А., Рубинец Н.А., Довбуш А.Д., Хомик Н.І.

*В статті розглянуто використання модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації при визначенні напружено-деформованого стану рамних конструкцій при навантаженні їх нерівномірно розподіленим навантаженням.*

### Abstract

## ANALYTICAL STRESSED-STRAINED STATE OF COMPLEX STRUCTURAL SYSTEMS WITH ARBITRARY EXTERNAL LOAD

T.Dovbush, N. Rubinets, A. Dovbush, N. Khomuk

*The article deals with the application of the modified method of minimum potential energy deformation in determining the stress-strain state frame structures under load them unequally-distributed load.*