

УДК 630.32.002.5(075.8)

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБХОДУ РОСТУЧОГО ДЕРЕВА
НА СМУЗИ ТРАНСПОРТУВАННЯ ПРИ ТРЕЛЮВАННІ
ЛІСОМАТЕРІАЛУ ПІД НАМЕТОМ ЛІСУ**

Ю. І. Цимбалюк, асистент;

О. І. Думанський, канд. фіз.-матем. наук, доцент.

(Національний лісотехнічний університет України. м. Львів.)

Побудована математична модель обходу ростучого дерева при трелюванні круглого лісоматеріалу під наметом штучно створеного лісового насадження за допомогою малогабаритного причіпного трелювального засобу. Виконана її чисельна реалізація з відповідними графічними відображеннями результатів розрахунків для конкретних вихідних параметрів.

1. Актуальність роботи. Найбільш економічно вигідною технологією проведення доглядових рубок є широкопасічна з прокладанням мінімальної

кількості трелювальних волоків і технологічних коридорів. Ширина пасіки в цьому випадку становить більше 60 м [1], а підтрелювання круглих лісоматеріалів до трелювального волока приходиться виконувати під наметом лісу. На цій операції доцільним є використання кінного трелювання або малогабаритної техніки в поєднанні з причіпними трелювальними засобами [2].

Під час трелювання круглих лісоматеріалів в таких умовах, невідворотною є проблема обходу ростучих дерев, що трапляються на смузі транспортування. При цьому трелювальна система має рухатися так, щоб не завдавати механічних пошкоджень ростучим деревам, які залишаються на лісосіці, що сприятиме підвищенню продуктивності насадження.

2. Постановка задачі. З метою дослідження та прогнозування можливості безперешкодного трелювання круглого лісоматеріалу певної довжини під наметом лісу, побудувати математичну модель для випадку обходу ростучого дерева на смузі транспортування. Круглий лісоматеріал транспортується в напівзавантаженому стані за допомогою причіпного трелювального засобу. Передня завантажена частина лісоматеріалу спирається на опорне сидло трелювального засобу, встановлене шарнірно, тому лісоматеріал не обмежує повороти трелювального засобу. Трелювання проводиться в штучно створеному насадженні з наперед відомою схемою розміщення дерев.

3. Основний матеріал.

3.1. Побудова математичної моделі обходу дерева

Розглянемо випадок трелювання круглого лісоматеріалу в напівзавантаженому стані, коли на смузі транспортування випадково зустрічається дерево D (рис. 1), котре необхідно обминути трелювальним засобом 2 (рис. 1), шириною b_0 , на якому знаходиться передня частина (т. M_1) лісоматеріалу 1 (рис. 1) довжиною l , і будь-якою проміжною точкою лісоматеріалу, включаючи і точку M_2 (кінець лісоматеріалу). Потрібно побудувати математичну модель траєкторії руху вершини лісоматеріалу (т. M_1), а

потім дослідити траєкторію руху кінця лісоматеріалу (т. M_2) на ділянці обходу дерева.

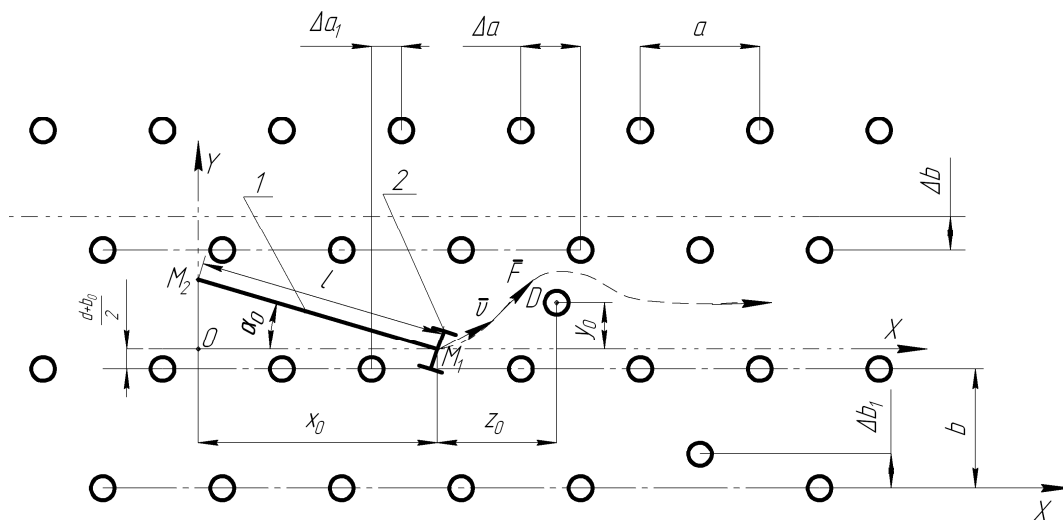


Рисунок 1 – Розрахункова схема обминання дерева на смузі транспортування

Нехай в момент підходу трельовального засобу до дерева D він знаходиться на віддалі z_0 від нього, а положення дерева D визначається ординатою $y = y_0$. Отже, точка M_1 рухаючись згідно певної траєкторії $y=f(x)$, має змінити її таким чином, щоб пройти вище дерева D так, щоб праве колесо трельовального засобу 2 (рис. 1) не зачепило це дерево (це зауваження стосується і будь-якої точки лісоматеріалу, поки він не обмине дерево). Тому, щоб обійти дерево D і потім повернутись на вибрану смугу транспортування, приймаємо, що траєкторія руху точки M_1 має такий вигляд:

$$y = f(x) = A + B \cdot \sin kx + C \cdot \cos kx. \quad (1)$$

Для визначення зв'язку між вибраними постійними величинами A, B, C враховуємо, що транспортований лісоматеріал разом із візком має пройти так, щоб при $x = x_0 = l \cdot \cos \alpha_0$, $y = 0$, $y' = 0$.

Згідно умов $y = 0$ і $y' = 0$, де $y' = k(B \cdot \cos kx - C \cdot \sin kx)$, маємо систему

двох залежностей, $\begin{cases} A+B\cdot\sin kx_0+C\cdot\cos kx_0=0; \\ k(B\cdot\cos kx-C\cdot\sin kx)=0, \end{cases}$ за якими встановимо

відповідності між постійними A, B, C :

$$\begin{cases} B=-A\cdot\sin kx_0 \\ C=-A\cdot\cos kx_0 \end{cases} \quad (2)$$

Підставивши значення B, C в (1), після спрощення, маємо:

$$y=f(x)=A\cdot(1-\cos k(x-x_0)) \quad (3)$$

Для визначення постійної A , враховуємо, що точка M_1 не може виходити за верхню межу смуги транспортування, тобто $y_{\max}=y_0+(\frac{d+l_0}{2})$, але оскільки

$y_{\max}=2A$, то знаходимо, що

$$A=\frac{y_{\max}}{2}=y_0+\frac{2d+b_0}{2} \quad (4)$$

Постійна A відіграє роль параметра, згідно якого констатуємо, що точка M_1 лісоматеріалу обходить дерево D зверху, яке розміщене в точці з ординатою Y_0 і вона не обов'язково наближається до дерев, які знаходяться зліва від транспортного засобу. При цьому ширина Z смуги транспортування має задовольняти умову: $z\geq y_0+\frac{2d+b_0}{2}\leq b-(d+b_0)$, де b – віддаль між рядами дерев.

Отже, математична модель траєкторії руху точки M_1 лісоматеріалу виражатиметься таким рівнянням:

$$y=f(x)=\frac{y_0+\frac{1}{2}(2d+b_0)}{2}\cdot(1-\cos k(x-x_0))=\frac{2y_0+(2d+b_0)}{4}\cdot(1-\cos k(x-x_0)) \quad (5)$$

Для визначення параметру k , який назвемо частотою зміни напрямків руху, будемо виходити з того, що в найвищій точці траєкторії $y_{\max}=2A$, а це означає, що $\cos k(x-x_0)=-1$ при відповідному значенні x .

Щоб знайти це значення x , виходимо з того, що при $x=x_0+z_0$ значення

y має бути таким же як і при $x = x_0 + z_0 + l$, а це означає, що в цьому положенні лісоматеріал розміщений горизонтально (паралельно осі OX), а точка M_2 лісоматеріалу знаходиться над деревом D .

$$\cos k(x - x_0) /_{x = x_0 + z_0} = \cos k(x - x_0) /_{x = x_0 + z_0 + l}.$$

$$\text{Звідси маємо: } \cos kz_0 - \cos k(z_0 + l) = 0 \text{ або } 2 \cdot \sin \frac{k(2z_0 + l)}{2} \cdot \sin \frac{kl}{2} = 0$$

Оскільки $\sin \frac{kl}{2} \neq 0$, то випливає, що $\sin \frac{k(2z_0 + l)}{2} = 0$. Звідси находимо, що

$$\frac{k(2z_0 + l)}{2} = \pi \text{ або } k = \frac{2\pi}{2z_0 + l}.$$

Таким чином, рівняння траєкторії руху точки M_1 лісоматеріалу, можна записати в такому вигляді:

$$y = \frac{y_0 + \frac{1}{2}(2d + b_0)}{2} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi(x - x_0)}{2z_0 + l} \right) \quad (6)$$

Оскільки $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$, то в кінцевому результаті рівняння траєкторії

руху точки M_1 лісоматеріалу, при обході випадково ростучого дерева D матиме вигляд:

$$y^* = \left(y_0 + \frac{(2d + b_0)}{2} \right) \cdot \sin^2 \frac{\pi(x - x_0)}{2z_0 + l} \quad (7)$$

3.2. Чисельна реалізація математичної моделі.

Оскільки траєкторія руху переднього кінця лісоматеріалу (т. M_1) до початку обходу дерева D , може бути різною, то обмежимося трьома варіантами:

- $\bar{y} = k$ – прямою лінією, паралельною осі OX ;
- $\bar{y} = k \cdot x$ – прямою лінією, розміщеною під кутом до осі OX ;
- $\bar{y} = k \cdot x^2$ – траєкторією у вигляді параболи.

Диференціальне рівняння, згідно якого описується кінематика транспортування лісоматеріалу, має вигляд [3, 4], тобто:

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{l}(y'(x)\cos\alpha - \sin\alpha), \quad (8)$$

де $y'(x)$ – похідна функції $y(x)$, яка подає рівняння траєкторії руху точки M_1 лісоматеріалу на всій смузі транспортування.

При обході дерева D , рівняння траєкторії руху буде складатись із суми рівнянь траєкторій: до обходу дерева і при його обході, тобто $y(x) = \bar{y} + y^*$.

Траєкторія руху кінця лісоматеріалу, тобто точки M_2 описуватиметься системою параметричних рівнянь:

$$\begin{cases} \xi = x - l\cos\alpha; \\ \eta = y - l\sin\alpha, \end{cases} \quad (9)$$

де l – довжина транспортованого лісоматеріалу;

α – кут, який утворює лісоматеріал з віссю OX є функцією змінної x .

Значення кута α знаходимо, чисельно інтегруючи диференціальне рівняння (7) згідно рекурентної формули [5, 6]:

$$\begin{aligned} \alpha_{i+1} &= \alpha_i + h \cdot f(x_i, \alpha_i); \\ x_{i+1} &= x_i + h, \end{aligned} \quad (10)$$

де h – крок інтегрування.

$$f(x_i, \alpha_i) = \frac{1}{l}(y'(x)\cos\alpha - \sin\alpha), \quad y'(x = \bar{y} + (y^*)').$$

При чому похідна $(y^*)'$ функції y^* , яка подана формулою (6) має ідентичний вигляд для будь – якої траєкторії руху перед обходом дерева D :

$$(y^*)' = \left(y_0 + \frac{(2d+b_0)}{2} \right) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot z_0 + l} \sin \frac{2\pi(x-x_0)}{2z_0+l} \quad (10)$$

а) Нехай траєкторія руху точки M_1 лісоматеріалу, перед обходом дерева D , відбувається за законом $\bar{y} = k$, тобто по прямій лінії, паралельній осі OX , де k – довільна постійна або рівна 0.

Для чисельної реалізації розв'язку диференціального рівняння (8) згідно

рекурентної формули (10) функцію $f(x_i, \alpha_i)$ задамо у вигляді:

$$f(x_i, \alpha_i) = \begin{cases} -\frac{1}{l} k \sin \alpha_i, & \text{якщо } x_i \leq z_0; \\ \frac{1}{l} \left(\left(-k \sin \alpha_i + (y^*)' \right) \cdot \cos \alpha_i - \sin \alpha_i \right), & \text{якщо } z_0 \leq x_i \leq l_1; \\ -\frac{1}{l} k \sin \alpha_i, & \text{якщо } x_i \geq l_1. \end{cases}$$

Відрізок $[z_0; l_1]$ є вибраним проміжком, на якому розміщене дерево D .

Згідно проведених обчислень за методом Ейлера [5, 6], одержане графічне представлення траєкторій руху точок M_1 і M_2 лісоматеріалу (рис. 2).

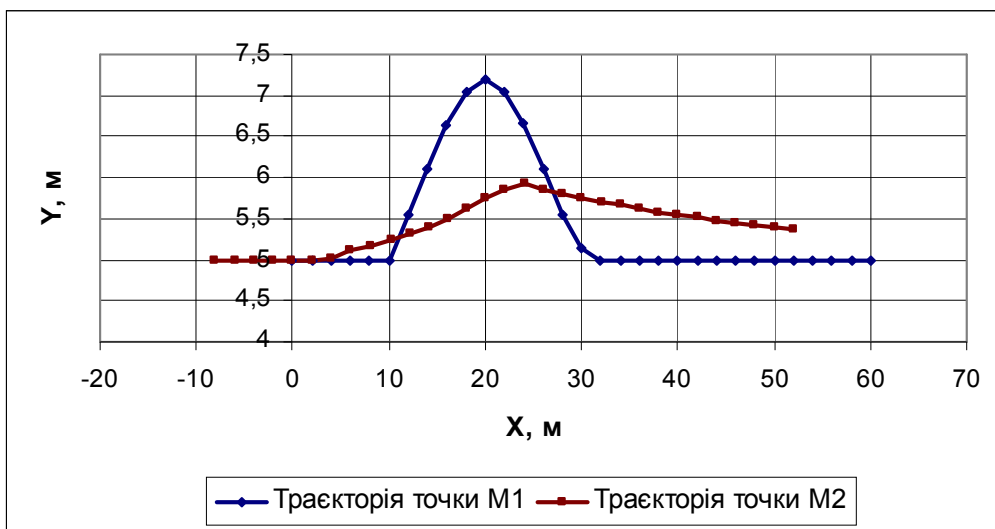


Рисунок 2 – Траєкторії точок M_1 і M_2 при довжині лісоматеріалу 8 м і русі по прямій паралельній осі X .

б) Нехай траєкторія руху точки M_1 лісоматеріалу, перед обходом дерева D , відбувається за законом $\bar{y} = kx$, тобто прямій лінії, розміщеній під кутом до осі OX . Де k – постійна, яка характеризує кут нахилу прямої до осі OX , вздовж якої транспортується лісоматеріал.

У цьому випадку для чисельної реалізації розв’язку диференціального рівняння (7) згідно рекурентної формули (9) функцію $f(x_i, \alpha_i)$ задамо у вигляді:

$$f(x_i, \alpha_i) = \begin{cases} \frac{1}{l}(k \cos \alpha_i - \sin \alpha_i), & \text{якщо } x_i \leq z_0; \\ \frac{1}{l} \left(\left(k + (y^*)' \right) \cdot \cos \alpha_i - \sin \alpha_i \right), & \text{якщо } z_0 \leq x_i \leq l_1; \\ \frac{1}{l}(k \cos \alpha_i - \sin \alpha_i), & \text{якщо } x_i \geq l_1. \end{cases}$$

На рис. 3. подана графічна інтерпретація траєкторій руху точок M_1 і M_2 лісоматеріалу довжиною l .

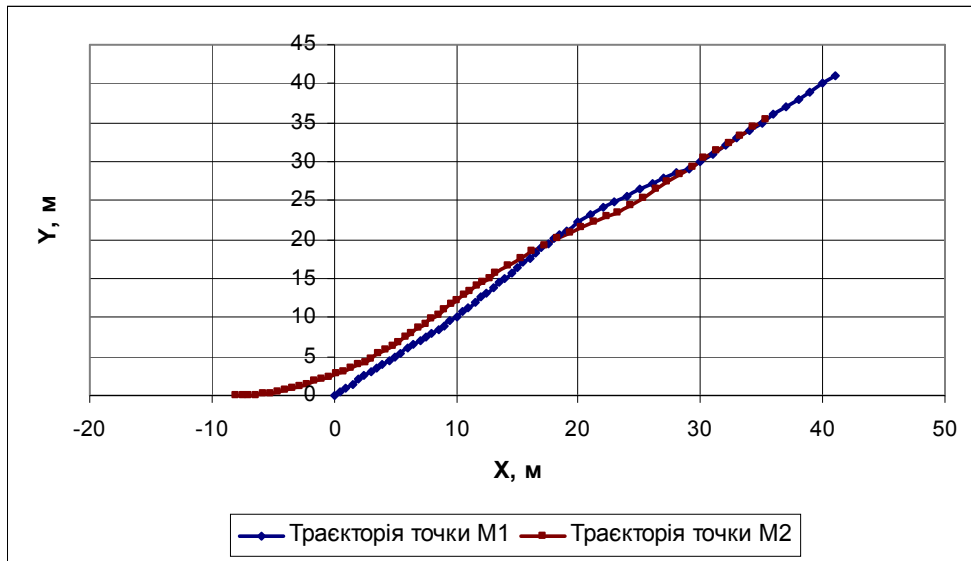


Рисунок 3 – Траєкторії точок M_1 і M_2 при довжині лісоматеріалу 8 м і русі по прямій під кутом до осі X.

в) У випадку (рис. 4), якщо рух точки M_1 лісоматеріалу, перед обходом дерева D , здійснюється за параболічним законом, тобто $\bar{y} = kx^2$, де k – постійна, яка характеризує нахил віток параболи, вздовж якої транспортується лісоматеріал.

То функцію $f(x_i, \alpha_i)$ задамо у вигляді:

$$f(x_i, \alpha_i) = \begin{cases} \frac{1}{l}(kx_i \cos \alpha_i - \sin \alpha_i), & \text{якщо } x_i \leq z_0; \\ \frac{1}{l} \left(\left(kx_i + (y^*)' \right) \cdot \cos \alpha_i - \sin \alpha_i \right), & \text{якщо } z_0 \leq x_i \leq l_1; \\ \frac{1}{l}(kx_i \cos \alpha_i - \sin \alpha_i), & \text{якщо } x_i \geq l_1. \end{cases}$$

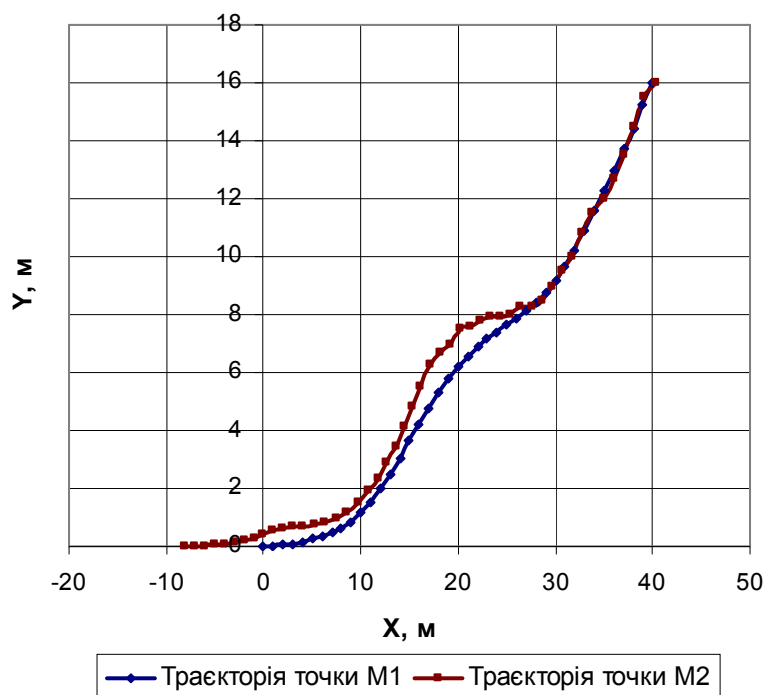


Рисунок 4 – Траєкторії точок M_1 і M_2 при довжині лісоматеріалу 8 м і русі по параболі

Висновки

1. В момент обходу дерева D , точкою M_2 лісоматеріалу, останній буде займати положення близьке до горизонтального, а точка M_2 буде вище центра дерева D на величину рівну $\frac{d+b_0}{2}$ (рис. 1).

2. Задача обходу дерева D трелювальним засобом має зміст, якщо величина зміщення дерева D задовольняє умову:

$$y_0 \leq b - \frac{4d+3b_0}{2}$$

3. Отримана математична модель дає можливість прогнозувати доцільність застосування певних трелювальних засобів з конкретними параметрами в штучно створеному лісовому насадженні з відомою схемою розміщення дерев. Дозволяє аналізувати степінь впливу різних факторів на маневровість трелювальної системи.

Список літератури

1. Генсірук С. А. Ліси Західного регіону України / С. А. Генсірук М. С. Нижник, Л. І. Копій. Укр. держ. лісотехн. ун-т. – Львів : 1998. – 408 с.
2. Литвинчук М. М. Щодо використання на рубках догляду за лісом коней та мінітракторів / М. М. Литвинчук. Науковий вісник. Вип. 9.6. Львів : – 1999 – с. 58-60.
3. Цимбалюк Ю. І. Математичне обґрунтування процесу транспортування круглого лісоматеріалу під наметом лісу / Ю. І. Цимбалюк // Науковий вісник НЛТУ України: зб.наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2009. – Вип. 19.5. – с. 288–296.
4. Цимбалюк Ю. І. Чисельна реалізація математичної моделі транспортування круглого лісоматеріалу під наметом лісу / Ю. І. Цимбалюк, О. І. Думанський // Науковий вісник НЛТУ України: зб.наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2011. – Вип. 21.18. – С. 305–310.
5. Мусіяка В. Г. Основи чисельних методів механіки / В. Г. Мусіяка. – К. : Вид-во Вища шк., 2004. – 240 с.
6. Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. – К. : Вид-ча група ВНУ, 2006. – 480 с.

Аннотація

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБХОДА РАСТУЩЕГО ДЕРЕВА НА ПОЛОСЕ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ПРИ ТРЕЛЕВКЕ ЛЕСОМАТЕРИАЛА ПОД ПОЛОГОМ ЛЕСА

Цимбалюк Ю.И., Думанский О.И.

Построена математическая модель обхода растущего дерева при трелевке круглого лесоматериала под пологом искусственно созданного лесного насаждения с помощью малогабаритного прицепного трелевочного средства. Произведена ее числовая реализация с соответствующими графическими отображениями результатов расчетов для конкретных исходных параметров.

Abstract

MATHEMATICAL MODEL TRAVERSAL OF GROWING TREES ON THE STRIP OF TRANSPORTATION DURING SKIDDING TIMBER UNDER FOREST CANOPY.

Tsymbalyuk Yu. I., Dumansky O. I.

Built mathematical model traversal trees during skidding round timber under the canopy of artificially established forest plantations with utilizing small-size trailer for skid. Executed its numerical implementation with appropriate graphical display of the results of calculations for specific output parameters.