

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Лищенко Н.В., канд. техн. наук

(Одесская национальная академия пищевых технологий)

Для определения в явном виде глубины дефектного слоя при шлифовании методом аппроксимации выполнено преобразование известного уравнения для расчета температуры шлифования

Введение и постановка задачи. Оптимизация технологических процессов финишной обработки относится к числу актуальных задач технологии машиностроения. Для формулировки и решения задачи оптимизации необходимо иметь математическую модель процесса, которая учитывает зависимости между входными и выходными его параметрами. Основными факторами, ограничивающими производительность операций шлифования, являются температура шлифования и глубина образующегося дефектного слоя. Анализ литературы [1, 2] показал, что имеющиеся зависимости для расчета указанных выше параметров являются достаточно сложными и не позволяют выразить в явном виде, например, глубину образующегося при шлифовании дефектного слоя.

Целью работы является разработка математической зависимости для определения температуры шлифования, позволяющей выразить в явном виде параметр, характеризующий глубину проникновения фиксированной температуры, например, критической температуры шлифования. Это можно сделать путем преобразования известного решения одномерного дифференциального уравнения теплопроводности.

Результаты исследований. В технической литературе приводится решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности. Например, при граничных условиях второго рода получено решение [1]:

$$\begin{aligned} \Theta_1(X, H) &= 2\pi\sqrt{H} \operatorname{erfc} \frac{X}{2\sqrt{H}} = \\ &= 2\pi\sqrt{H} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{X^2}{2\sqrt{H}}\right) - \frac{X}{2\sqrt{H}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $H = \frac{V \cdot h}{2a}$ – безразмерная полуширина теплового источника; $X = \frac{V \cdot x}{2a}$ – безразмерная координата; V – скорость перемещения источника тепла (скорость детали), м/с; h – полуширина источника тепла ($0 \leq h \leq h_{\max}$), например, при плоском шлифовании $h_{\max} = \frac{\sqrt{D \cdot t}}{2}$, м; x – размерная координата, направленная

по глубине поверхностного слоя, м; D – диаметр шлифовального круга, м; t – глубина шлифования, м; a – коэффициент температуропроводности, м²/с.

Проведем исследование функции $f_1 = \frac{\Theta_1 X, H}{2\pi\sqrt{H}} = ierfc \frac{X}{2\sqrt{H}}$, содержащейся в уравнении (1), используя прикладной пакет MathCAD. Исследуемая функция имеет вид

$$f_1 = ierfc \frac{X}{2\sqrt{H}} = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{X^2}{2\sqrt{H}}\right) - \frac{X}{2\sqrt{H}} \cdot erfc\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right) \right). \quad (2)$$

Определим интервалы изменения безразмерной глубины X и аргумента $\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)$ исследуемой функции. При определении интервалов учтём, что для различных схем шлифования параметр H изменяется в пределах $4 \leq H \leq 20$ [1]. Поэтому в дальнейших исследованиях необходимо изучить интервал изменения H , который будет не меньше указанного. Примем, что глубина прогреваемого поверхностного слоя при шлифовании (размерная координата x) изменяется в интервале $0 \leq x \leq 1 \cdot 10^{-3}$ м. Для большого числа схем шлифования скорость перемещения источника тепла V (скорость детали) изменяется в интервале $0,1 \leq V \leq 20$ м/мин. Коэффициент температуропроводности a машиноподелочных сталей изменяется в интервале $4 \cdot 10^{-6} \leq a \leq 10 \cdot 10^{-6}$ м²/с для инструментальных, углеродистых, легированных и высоколегированных сталей [2]. С учетом указанных интервалов определим максимальное и минимальное значения безразмерного параметра X :

$$X_{\min} = \frac{V_{\min} \cdot x_{\min}}{2 \cdot a_{\max}}; \quad X_{\max} = \frac{V_{\max} \cdot x_{\max}}{2 \cdot a_{\min}}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$X_{\min} = \frac{0,1 \cdot 0}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 0; \quad X_{\max} = \frac{20 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 41,7.$$

Определим максимальное и минимальное значения параметра $\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)$, который является аргументом исследуемой функции f_1 . Получаем

$$\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)_{\min} = \frac{X_{\min}}{2\sqrt{H_{\max}}} \quad \text{и} \quad \left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)_{\max} = \frac{X_{\max}}{2\sqrt{H_{\min}}}.$$

Аналогично определим минимальное и максимальное значения параметров H и h

$$H_{\min} = \frac{V_{\min} \cdot h_{\min}}{2 \cdot a_{\max}} \quad \text{и} \quad H_{\max} = \frac{V_{\max} \cdot h_{\max}}{2 \cdot a_{\min}}.$$

Подставляя численные значения переменных D , t_{\min} , t_{\max} , a_{\min} , a_{\max} , V_{\min} , V_{\max} , h_{\min} , h_{\max} , получаем

$$h_{\min} = \frac{\sqrt{D \cdot t_{\min}}}{2} = \frac{\sqrt{250 \cdot 0,005 \cdot 10^{-6}}}{2} = 5,59 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$h_{\max} = \frac{\sqrt{D \cdot t_{\max}}}{2} = \frac{\sqrt{250 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}}{2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$H_{\min} = \frac{0,1}{60} \cdot 5,59 \cdot 10^{-4} = 0,047 \quad \text{и} \quad H_{\max} = \frac{20}{60} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 104,063;$$

$$\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)_{\min} = 0 \quad \text{и} \quad \left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)_{\max} = \frac{41,7}{2\sqrt{0,047}} = 96.$$

В интервале изменения аргумента $0 < \left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right) < 96$ построим график (рис.1) по уравнению (2).

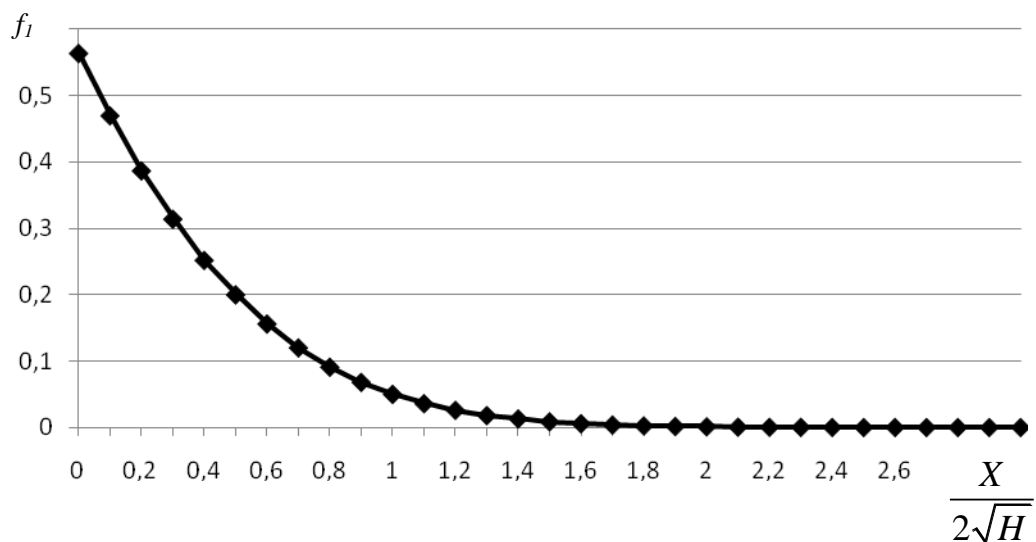


Рис.1. Функция $f_1 = ierfc \frac{X}{2\sqrt{H}}$ в интервале $0 \leq \frac{X}{2\sqrt{H}} \leq 3$.

Видно (рис.1), что теоретический интервал изменения аргумента исследуемой функции $0 < \left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right) < 96$ фактически может быть заменён интервалом

$$0 \leq \frac{X}{2\sqrt{H}} \leq 3,0 \quad \text{или} \quad \text{даже} \quad \text{более узким интервалом} \quad 0 \leq \frac{X}{2\sqrt{H}} \leq 2,0.$$

Видно, что характер изменения функции – затухающий, похожий на экспоненциальный закон изменения. Подберем параметры экспоненты $\exp\left(-\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)$, которая может заменить зависимость $ierfc\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)$. Для этого подберем коэффициенты A и \acute{A} в следующей исследуемой функции

$$f_2 = \dot{A} \exp\left(\frac{-\dot{A} \cdot X}{2\sqrt{H}}\right).$$

Величину коэффициента \dot{A} найдём из условия $X = 0$. Получаем

$$\operatorname{ierfc} \frac{0}{2\sqrt{H}} = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{0^2}{2\sqrt{H}}\right) - \frac{0}{2\sqrt{H}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{0}{2\sqrt{H}}\right) \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Таким образом, $\dot{A} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

Коэффициент \dot{A} подберем из условия наименьшей среднеквадратической ошибки между функциями f_1 и f_2 . Получаем $\dot{A} = 2,3026 = \ln 10 = \frac{1}{\lg e}$.

С учетом найденных значений коэффициентов A и \dot{A} , получаем (рис.2)

$$f_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-X}{2 \lg e \sqrt{H}}\right). \quad (3)$$

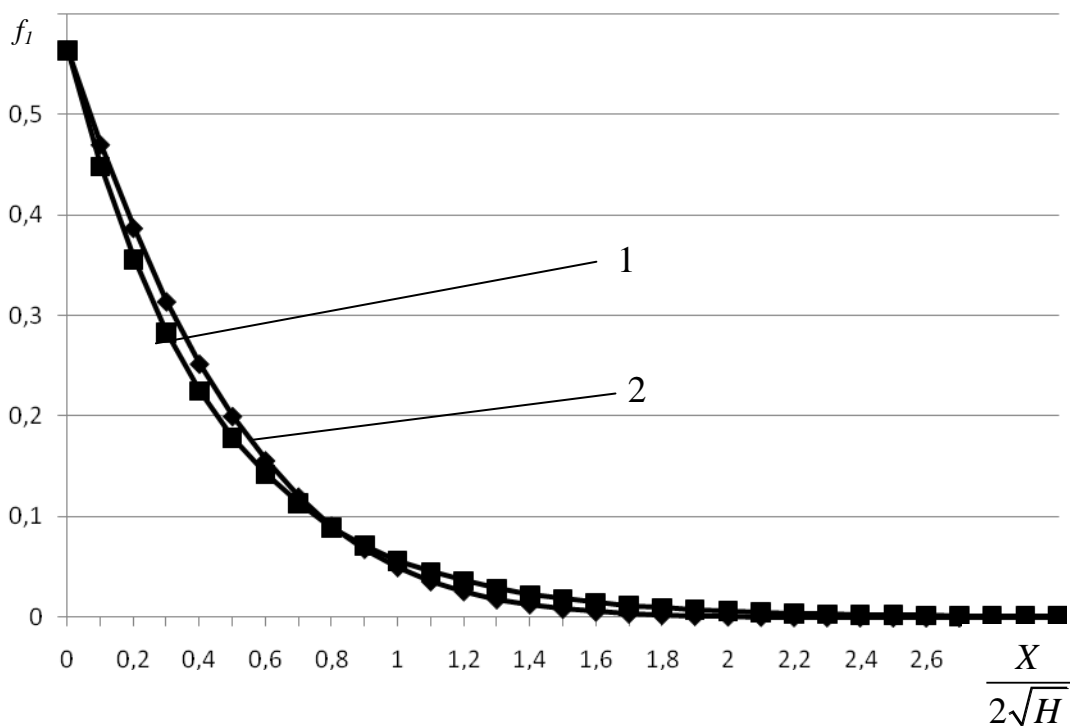


Рис.2. Функции f_1 (кривая 1) и f_2 (кривая 2) в интервале $0 \leq \frac{X}{2\sqrt{H}} \leq 3$.

С учетом выражений (1) и (3) уравнение для определения безразмерной температуры принимает вид

$$\Theta_2 \quad X, H = 2\pi\sqrt{H} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-X}{2 \lg e \sqrt{H}}\right) = 2\sqrt{\pi \cdot H} \exp\left(\frac{-X}{2 \lg e \sqrt{H}}\right). \quad (4)$$

Из выражения (1) и (4) при $X = 0$ получаем одинаковые максимальные безразмерные температуры на поверхности

$$\Theta_{1\max} = \Theta_{2\max} = 2\pi\sqrt{H} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 2\sqrt{\pi \cdot H}. \quad (5)$$

Полученное уравнение (4) характеризует температуру шлифования на этапе нагрева ($H_{MAX} \geq H \geq 0$). На основе этого уравнения методом суперпозиции можно получить зависимость для расчета температуры шлифования на этапе охлаждения $\Theta_{\hat{f} \hat{O}\hat{E}} X, H$ при $\infty \geq H \geq H_{MAX}$. Вводя новое обозначение $\Theta_2 X, H = \Theta_{\hat{f} \hat{A}\hat{A}\hat{D}} X, H$, получаем

$$\Theta_{\hat{f} \hat{A}\hat{A}\hat{D}} X, H = 2\sqrt{\pi H} \exp\left(\frac{-X}{2\lg e \sqrt{H}}\right), \quad H_{MAX} \geq H \geq 0, \quad (6)$$

$$\Theta_{\hat{f} \hat{O}\hat{E}} X, H = 2\sqrt{\pi H} \exp\left(\frac{-X}{2\lg e \sqrt{H}}\right) - 2\sqrt{\pi(H - H_{MAX})} \exp\left(\frac{-X}{2\lg e \sqrt{H - H_{MAX}}}\right), \quad \infty \geq H \geq H_{MAX}, \quad (7)$$

где H_{MAX} – безразмерная полуширина теплового источника, характеризующая половину времени действия теплового источника на этапе нагрева,

$$H_{MAX} = \frac{V \cdot h_{\max}}{2a}.$$

В выражениях (6) и (7) множитель $\frac{1}{\lg e}$ может быть заменён на множи-

тель $\ln 10$, т.к. $\ln 10 = \frac{1}{\lg e}$. Действительно, принимая $e = 2,718282$, получаем

$$\lg e = 0,4342946 \text{ и } \ln 10 = \frac{1}{\lg e} = 2,3026.$$

Для получения размерной температуры необходимо умножить полученные выражения (6) и (7) на коэффициент $2qa / \pi\lambda V$, где q – плотность теплового потока, λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С). Например, при $a = 8 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $\lambda = 40 \dots 42$ Вт/(м·°С); $q = 40 \cdot 10^6$ Вт/м² этот коэффициент составляет 150 °С при $V = 2$ м/мин и 15 °С для $V = 20$ м/мин. Т.е. в указанном интервале скоростей детали единице безразмерной температуры соответствует множитель $2qa / \pi\lambda V$, который изменяется в интервале 15...150 °С.

Известно, что максимальная температура шлифования имеет место в конце этапа нагрева на поверхности (при $X = 0$) и в начальной зоне этапа охлаждения (при $X \geq 0$). Введём понятие безразмерной критической температуры $\Theta_{\hat{E}\hat{D}}$, при которой в материале происходят структурно-фазовые превращения. Для определения глубины $X_{\hat{E}\hat{D}}$ проникновения критической температуры в поверхностный слой обрабатываемого материала рассмотрим выражение (6), в

котором левую часть приравняем критической температуре $\Theta_{\hat{E}D}$. Учтём, что при этом должны выполняться условия $H = H_{MAX}$ и $X = X_{\hat{E}D}$. Получаем

$$\Theta_{\hat{E}D} X_{\hat{E}D}, H_{MAX} = 2\sqrt{\pi H_{MAX}} \exp\left(\frac{-X_{\hat{E}D}}{2\lg e \sqrt{H_{MAX}}}\right). \quad (8)$$

Из выражения (6) следует, что максимальная безразмерная температура имеет место при $X = 0$ и $H = H_{MAX}$, т.е.

$$\Theta_{MAX} 0, H_{MAX} = \Theta_{MAX} = 2\sqrt{\pi H_{MAX}}. \quad (9)$$

Выражение (8) с учётом (9) можно записать в виде

$$\Theta_{\hat{E}D} X_{\hat{E}D}, H_{MAX} = \Theta_{\hat{E}D} = \Theta_{MAX} \cdot \exp\left(\frac{-X_{\hat{E}D}}{2\lg e \sqrt{H_{MAX}}}\right). \quad (10)$$

После логарифмирования выражения (10) получаем

$$\ln \Theta_{\hat{E}D} = \ln \Theta_{MAX} - \frac{-X_{\hat{E}D}}{2\lg e \sqrt{H_{MAX}}} \quad \text{или} \quad (11)$$

$$X_{\hat{E}D} = 2\lg e \sqrt{H_{MAX}} \cdot \ln \frac{\Theta_{MAX}}{\Theta_{\hat{E}D}}. \quad (12)$$

Так как $\ln \frac{\Theta_{MAX}}{\Theta_{\hat{E}D}} = \frac{1}{\lg e} \lg \frac{\Theta_{MAX}}{\Theta_{\hat{E}D}}$, то выражение (12) принимает вид

$$X_{\hat{E}D} = 2\sqrt{H_{MAX}} \cdot \lg \frac{\Theta_{MAX}}{\Theta_{\hat{E}D}}. \quad (13)$$

Переходя к размерным температурам, получаем размерную глубину дефектного слоя

$$x_{\hat{e}\delta} = 2\sqrt{a \cdot \tau_{max}} \cdot \lg \frac{T_{max}}{T_{\hat{e}\delta}}, \quad (14)$$

где $T_{max}, T_{\hat{e}\delta}$ – максимальная (на поверхности) и критическая (на глубине) размерные температуры шлифования, $^{\circ}\text{C}$; τ_{max} – максимальное время воздействия теплового источника на этапе нагрева, с.

Например, для схемы плоского шлифования $\tau_{max} = \frac{2h}{V} = \frac{\sqrt{Dt}}{V}$.

В свою очередь с учётом выражения (9) получаем

$$T_{max} = \frac{2q}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}}. \quad (15)$$

Следовательно,

$$x_{\hat{e}\delta} = 2\sqrt{a\tau_{max}} \lg \frac{2q}{\lambda T_{\hat{e}\delta}} \sqrt{\frac{a\tau_{max}}{\pi}}. \quad (16)$$

Прежде, чем определять глубину дефектного слоя $x_{e\delta}$, необходимо проверить условие бездефектной обработки $\dot{O}_{max} \leq \dot{O}_{e\delta}$. Если это условие нарушается, тогда можно определять глубину дефектного слоя $x_{e\delta}$.

Оценим погрешность определения безразмерной глубины слоя $X_{\hat{E}D}$, на который распространяется фиксированная температура (в том числе $\Theta_{\hat{E}D}$) по двум приведенным ниже уравнениям (приближенному и точному):

$$X_{\hat{E}D} = 2\sqrt{H_{MAX}} \cdot \lg \frac{\Theta_{MAX}}{\Theta_{\hat{E}D}}, \quad (17)$$

$$\Theta_{\hat{E}D} X_{\hat{E}D}, H_{MAX} = 2\pi\sqrt{H_{MAX}} \operatorname{ierfc} \frac{X_{\hat{E}D}}{2\sqrt{H_{MAX}}}. \quad (18)$$

Для этого примем в качестве критической температуры $\Theta_{\hat{E}D}$ температуру вдвое меньшую, чем максимальная температура на поверхности, т.е. $\Theta_{\hat{E}D} = \Theta_{MAX} / 2$. В этом случае выражения (17) и (18) с учётом выражения (9) принимают вид

$$X_{\hat{E}D} = 2\sqrt{H_{MAX}} \cdot \lg 2; \quad (19)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} = \operatorname{ierfc} \frac{X_{\hat{E}D}}{2\sqrt{H_{MAX}}}. \quad (20)$$

Приведем график изменения параметра $\tilde{O}_{\hat{E}D}$ в наиболее характерном для шлифования интервале $4 \leq H_{MAX} \leq 20$ (рис.3).

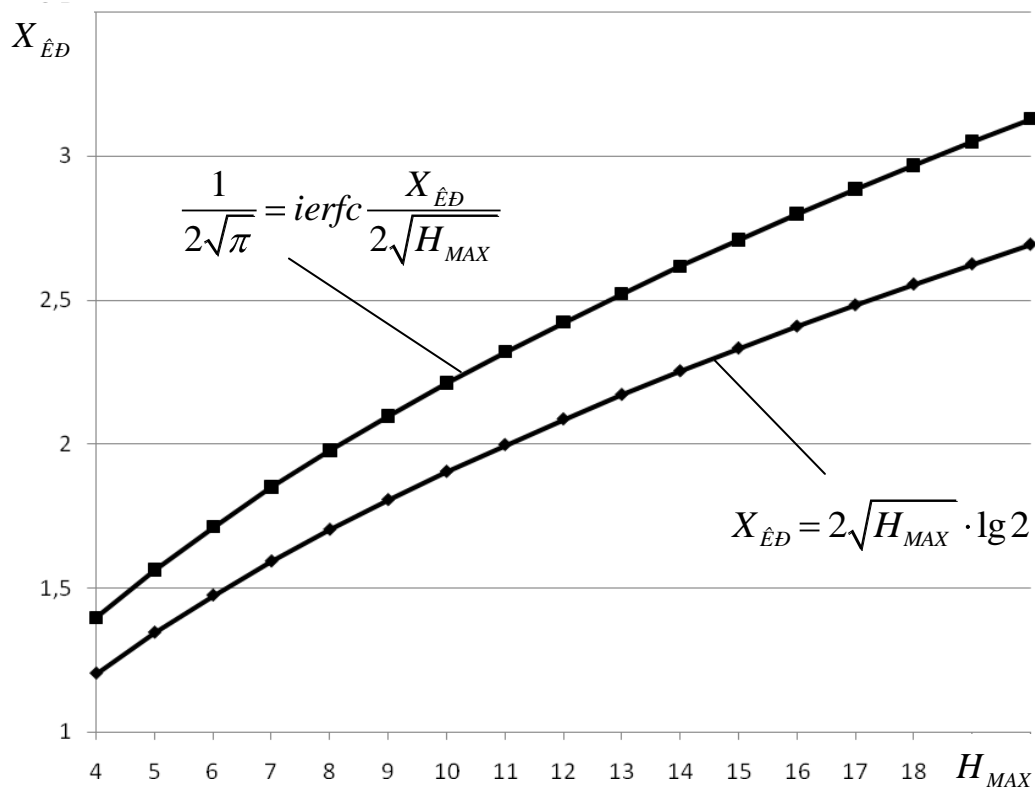


Рис.3. Глубина $X_{\hat{E}D}$ проникновения критической температуры $\Theta_{\hat{E}D} = \Theta_{MAX} / 2$, рассчитанная по уравнениям (19) и (20), в зависимости от H_{MAX} .

Из анализа приведенных графиков (рис.3) видно, что характер кривых идентичный и различие между расчётными значениями $X_{\hat{E}D}$ по уравнениям (17) и (18) в среднем составляет 25 % и может быть устранено путем дополнительной коррекции уравнения (17).

Выводы. Методом аппроксимации получено уравнение для определения температуры шлифования на поверхности и по глубине поверхностного слоя. Структура этого уравнения позволила выразить в явном виде (в безразмерном и размерном) глубину проникновения критической температуры, приводящей к структурно-фазовым превращениям в обрабатываемом материале.

Полученные математические зависимости могут быть использованы для технологической диагностики процессов шлифования по температурному фактору, а также при разработке математического обеспечения систем адаптивного управления шлифовальными станками.

Список литературы

1. Ларшин В.П. Применение решений теплофизических задач к расчету температуры и глубины дефектного слоя при шлифовании // Межвузовский сборник научных трудов / В.П. Ларшин, Е.Н. Ковальчук, А.В. Якимов. – Пермь: Изд. ППИ, 1986. – С.9-16.
2. Якимов А.В. Расчет глубины дефектного слоя при шлифовании / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, А.М Скляр, Е.Н. Ковальчук // Станки и инструмент. – № 9, 1986. – С. 26-27.
3. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования / А.В. Якимов. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с
4. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности / В.А. Сипайлов. – М.: Машиностроение, 1978. – 167 с.

Анотація

Визначення температури і глибини дефектного шару при шліфуванні

Для визначення в явному виді глибини дефектного шару при шліфуванні методом апроксимації виконано перетворення відомого рівняння для розрахунку температури шліфування

Abstract

Determination of temperature and defective layer depth in grinding

A well-known equation for grinding temperature calculating is transformed by approximation method to determine explicitly the defect layer depth in grinding