



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра фізики та математики

**Методичні вказівки до виконання
лабораторних робіт з дисципліни
«ФІЗИКА»**

Частина 1: Кінематика та динаміка

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навчання освітньо-професійних та освітньо-наукових програм: «Агроінженерія», «Галузеве машинобудування», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

спеціальності: 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування»,
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»,
151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Затверджено
на засіданні Науково-методичної ради
факультету мехатроніки та інжинірингу
Протокол № __ від _____ 2022 р.

Харків 2022



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра фізики та математики

**Методичні вказівки до виконання
лабораторних робіт з дисципліни
«ФІЗИКА»**

Частина 1: Кінематика та динаміка

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навчання освітньо-професійних та освітньо-наукових програм: «Агроінженерія», «Галузеве машинобудування», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

спеціальності: 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування»,
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»,
151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Затверджено
на засіданні Науково-методичної ради
факультету мехатроніки та інжинірингу
Протокол № __ від _____ 2022 р.

Харків 2022

Схвалено
на засіданні кафедри фізики та математики
Протокол № 8 від 14 квітня 2022 р.

Рецензенти:

Маяк О.А., канд. техн. наук, доц., доцент кафедри обладнання та інжинірингу переробних і харчових виробництв Державного біотехнологічного університету

Сліпченко М.В., канд. техн. наук, доц., завідувач кафедри надійності та міцності машин і споруд ім. В.Я.Аніловича Державного біотехнологічного університету

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Фізика. Частина 1: Кінематика та динаміка» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навчання спеціальностей: 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Пак А. О., Сіняєва О. В., Пак А. В., Олійник Н. М. – Харків : [б. в.], 2022. – 60 с.

Призначено для здобувачів вищої освіти ОС «Бакалавр» спеціальності: 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

© Пак А.О., Сіняєва О.В.,
Пак А.В., Олійник Н.М.
2022

© Державний
біотехнологічний університет
2022

Зміст

Вступ	5
Правила виконання лабораторних робіт	6
<i>Лабораторна робота 1. Деякі методи вимірювання та основні прилади, які використовуються в лабораторії механіки та молекулярної фізики</i>	7
<i>Лабораторна робота 2. Розрахунок похибок вимірювань</i>	19
<i>Лабораторна робота 3. Дослідження вільного падіння тіл</i>	30
<i>Лабораторна робота 4. Визначення доцентрового прискорення за допомогою конічного маятника</i>	34
<i>Лабораторна робота 5. Рух тіл по похилій площині</i>	40
<i>Лабораторна робота 6. Вивчення законів поступального руху</i>	45
<i>Лабораторна робота 7. Визначення моментів інерції круглих тіл за допомогою похилої площини</i>	52
<i>Лабораторна робота 8. Визначення моменту інерції тіла довільної геометричної форми</i>	56

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для студентів, що навчаються за спеціальностями: 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». До кожної лабораторної роботи сформульовані завдання, наведені необхідні теоретичні відомості, надано принципові схеми приладів, наведено порядок виконання роботи та форми таблиць для запису отриманих дослідних даних. Крім того, надані контрольні запитання для самоперевірки та контролю з боку викладача.

Метою лабораторних занять з фізики, розділ «Кінематика та динаміка» є:

– закріпити теоретичний матеріал лекційного курсу;

– дати змогу детально ознайомитись з пристроями та характеристиками найбільш важливих приладів, які складають лабораторний практикум; ознайомити з методами вимірювання та основними приладами, які застосовують в лабораторії «Механіки та молекулярної фізики»: мікрометром, штангенциркулем, відліковим мікроскопом, рідинним манометром, термометром, термопарою, аналітичними терезами;

– навчити техніці безпеки експериментальних досліджень фізичних моделей та промислових зразків пристроїв;

– навчити вимірювати основні величини: довжину, час, тиск, температуру, масу;

– навчити використовувати різні методи аналізу і оцінювати похибки вимірювань;

– навчити висловлювати свої висновки щодо робочих властивостей та ступеня придатності досліджуваних пристроїв для рішення практичних завдань.

Виконання кожної лабораторної роботи включає п'ять етапів: вивчення теоретичних положень майбутньої роботи, ознайомлення з приладом, проведення експерименту, обробки його результатів та складання звіту.

ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

1. До роботи в лабораторії допускаються студенти, які прослухали та вивчили розділи теоретичного курсу, де викладено матеріал з теми лабораторних занять, а також опанували вимоги техніки безпеки під час виконання лабораторних робіт.

2. Кожен студент повинен заздалегідь підготуватись до лабораторного заняття, використавши лекційний матеріал, рекомендовану навчальну літературу та відповісти на питання, які дає викладач щодо теми заняття.

3. Ознайомитися з приладом, який використовується у лабораторній роботі та виконати необхідні вимірювання.

4. Кожна робота виконується з приладами, спеціально для неї призначеними.

5. Під час роботи з електровимірювальними приладами студент повинен слідкувати за тим, щоб вимірювана величина не перевищувала допустимих значень.

6. У випадку виникнення несправності чи аварійного стану установки студент повинен вимкнути її та сповістити викладача.

7. Після закінчення дослідів кожен студент повинен до вимикання установки або до припинення роботи з приладом пред'явити викладачу на підпис бланк з результатами спостережень. Якщо результати дослідів будуть визнані незадовільними чи зовсім не будуть пред'явлені викладачу, то у такому випадку робота не зараховується і знову призначається студенту до виконання.

8. Кожен студент до майбутнього лабораторного заняття повинен пред'явити викладачу окремий звіт з виконаної роботи, без якого студент не буде допущений до виконання наступної роботи.

9. У звіті необхідно привести результати спостережень, розрахунків та відповідні графіки, а також скласти висновок за результатами виконаної роботи.

Лабораторна робота 1
**ДЕЯКІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ТА ОСНОВНІ ПРИЛАДИ, ЯКІ
ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ЛАБОРАТОРІЇ МЕХАНІКИ ТА
МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ**

Мета роботи:

1. Ознайомитися з методами вимірювання фізичних величин в лабораторії “Механіки та молекулярної фізики”.
2. Навчитися користуватися основними приладами, що використовуються під час вимірів в лабораторії “Механіки та молекулярної фізики”.
3. Засвоїти графічний метод зображення результатів вимірювань фізичних величин.

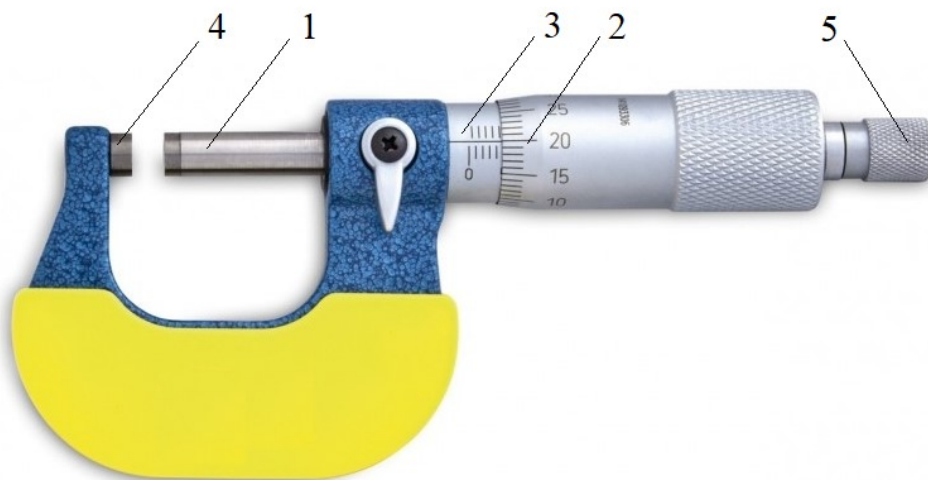
Прилади та матеріали:

1. мікрометр, штангенциркуль, відліковий мікроскоп;
2. рідинний манометр, термометр, термопара;
3. аналітичні терези.

1. Вимірювання довжини.

1.1. Мікрометр

Мікрометр використовують для вимірювання діаметрів дротів, невеликих за товщиною пластинок і т.п. Мікрометр має вигляд лещат (рис. 1).



*з відкритого доступу Internet

Рис. 1. Мікрометр

Мікрометричний гвинт 1 з'єднаний з барабаном 2. На барабані нанесена шкала що має 50 або 100 поділок. Хід гвинта може бути 1 або 0,5 мм. Обертаючись, барабан переміщується уздовж лінійної шкали 3. При затиснутому мікрометричному гвинті, нуль барабана збігається з нулем шкали.

Вимірюваний предмет розташовують між упором 4 та гвинтом 1, потім, обертаючи гвинт 1 за голівку 5, доводять його до зіткнення із предметом. За шкалою 3 відраховують цілі міліметри, а за шкалою барабана соті частки міліметра. Головним джерелом похибок вимірювань є нерівномірність натиску барабана на вимірюваний предмет. Для усунення цього недоліку мікрометри

мають голівку 5. Голівка з'єднана із гвинтом не наглухо, а, обертаючись, зачіпає своїми зубцями за зубці стрижня гвинта. Обидві системи зубців притиснуті один до другого за допомогою слабкої пружини. Якщо тиск гвинта перевищить деяку величину, голівка звільняється від з'єднання із гвинтом і перестає повертати гвинт. При цьому предмет притискається гвинтом з деякою постійною силою.

ПРИМІТКА: якщо нуль барабана, при затиснутому гвинті не збігається з нулем шкали D , необхідно при вимірюваннях вводити відповідне виправлення.

Метод ноніуса

Для вимірювань лінійних розмірів тіл застосовується масштаб з ноніусом. Масштабом називається лінійка, розділена на сантиметри й міліметри. Ноніус це допоміжна лінійка, яка вільно переміщується уздовж масштабу, що дозволяє підвищити точність вимірювань (рис. 2).

На ноніусі нанесені m поділок так, що одна поділка ноніуса дорівнювала $\frac{m \pm 1}{m}$ поділок масштабу. Застосування ноніуса дозволяє відраховувати з точністю до $1/m$ частини найменшої поділки масштабу. Якщо відстань між сусідніми поділками масштабу дорівнює y , а між сусідніми поділками ноніуса x , тоді $x = y \pm \frac{y}{m}$, звідки: $mx = (m \pm 1)y$.

Величину $\Delta x = y - x = \frac{y}{m}$ називають точністю ноніуса, яка визначає найбільшу похибку ноніуса. Частіше застосовується ноніус із поділками рівними $\frac{m-1}{m}$ поділок масштабу.

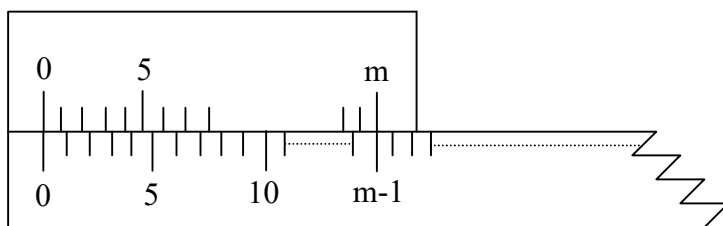


Рис. 2. Масштаб з ноніусом

При дуже дрібних поділках масштабу поділки ноніуса роблять більшими, а саме $x = Ny - \frac{y}{m}$, де N ціле число, наприклад 2 або 5. Точністю ноніуса як і раніше залишається $\Delta x = Ny - x = \frac{y}{m}$.

За будь-якого положення ноніуса одна з його поділок співпадає з якою-небудь поділкою масштабу. Відлік за допомогою ноніусу заснований на фіксації цього збігу.

Розглянемо процес вимірювання. Нехай L – вимірюваний відрізок (рис. 3). Сумістимо з його початком нульову поділку основного масштабу. При цьому кінець відрізка виявиться між k та $k+1$ поділкою масштабу.

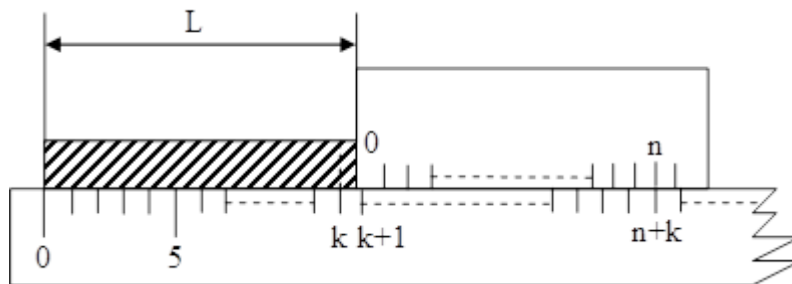


Рис. 3. Вимірювання методом ноніуса

Тоді можна написати, що

$$L = ky + \Delta L, \quad (1)$$

де ΔL – невідома поки частка поділки масштабу.

Прикладемо до кінця відрізка ноніус так, щоб нуль ноніуса збігся з кінцем відрізка. Оскільки поділки ноніуса не дорівнюють поділкам масштабу, то як обов'язково знайдеться поділка ноніуса n , що збігається з $k+n$ поділкою масштабу. Таким чином, як видно з рисунку $\Delta L = ny - nx = n(y - x) = n\Delta x$.

Вся довжина відрізка дорівнює

$$L = ky + n\Delta x = ky + n\frac{y}{m}. \quad (2)$$

Таким чином, довжина відрізка вимірюваного за допомогою ноніуса, дорівнює числу цілих поділок масштабу плюс точність ноніуса помножена на номер поділки ноніуса, що збігається з деякою поділкою масштабу.

При вимірюваннях похибка виникає через неточність збігів поділок ноніуса з номером n з $k+n$ поділкою масштабу. Величина похибки не перевищує $\frac{1}{2}\Delta x$, тому що при великій розбіжності цих поділок одна із сусідніх

поділок (праворуч або ліворуч) має розбіжність менше ніж на $\frac{1}{2}\Delta x$. Отже, похибка ноніуса дорівнює половині його точності. Поділки масштабу й точність ноніуса можуть бути різноманітні.

Кути вимірюють за допомогою кутового масштабу. Точність вимірювання кутів підвищують застосовуючи круговий ноніус, що представляє собою дугову лінійку, яка ковзає уздовж кола (лімба), розділеного на градуси, або більш дрібні поділки.

1.2. Штангенциркуль

Штангенциркуль складається з розділеного на міліметри масштабу з ніжкою 10, уздовж якого може переміщатися ніжка 8 з обоймою. Ніжки перпендикулярні до масштабу. Обойма має гвинт 2 для закріплення на масштабі (рис. 4). В обоймі проти розподілів масштабу зроблений виріз. На прилягаючій до масштабу кромці вирізу нанесені поділки ноніуса. Якщо ніжки 10 та 8 зведені впритул, нуль ноніуса співпадає з нулем масштабу. Вимірюваний предмет затискають між ніжками 10 та 8 і визначають його розміри, користуючись масштабом і ноніусом.

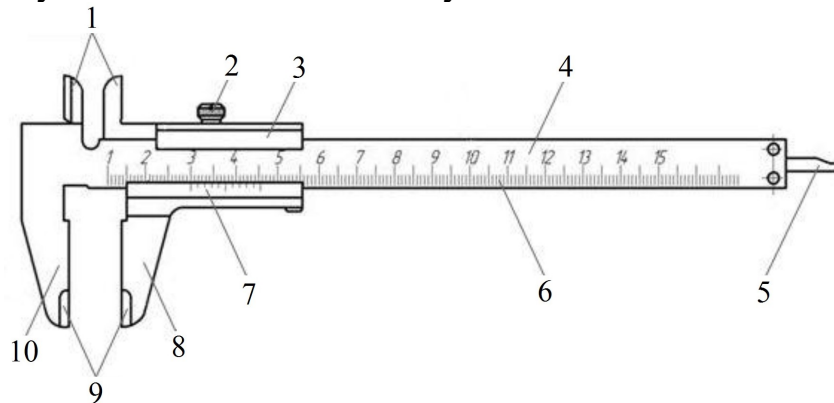


Рис. 4. Штангенциркуль

Вістря 4 необхідні для вимірювання внутрішніх розмірів тіл.

1.3. Відліковий мікроскоп

Сучасні відлікові мікроскопи дуже точні й складні прилади. Найпростіший відліковий мікроскоп – це звичайний мікроскоп, в окулярі якого знаходиться шкала (рис.5). Збільшення деяких мікроскопів можна змінювати шляхом розсування тубуса.

Ціна поділки окулярної шкали мікроскопа визначається шляхом порівняння поділок окулярної шкали з поділками еталонної лінійки, розташованої у поле зору мікроскопа. Для підвищення точності варто використати всі поділки, які попадають у зорове поле.

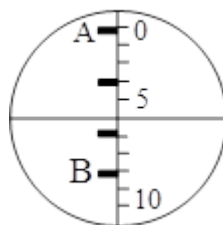


Рис. 5. Шкала відлікового мікроскопу

Для визначення ціни поділки виконують наступні дії:

1. Суміщають початкову поділку шкали и мікроскопа з початком якоїсь, наприклад, N_1 поділки шкали еталона (точка А). Потім знаходять поділку n_i шкали мікроскопа, яка співпадає з початком поділки N_2 (точка В).

2. Суміщають кінець N_1 поділки з початковою поділкою шкали мікроскопа й знаходять, таким чином, поділку мікроскопа n_2 , що співпадає з кінцем якоїсь поділки шкали N_2 . Зміщують шкали мікроскопа й еталона один відносно другого й знову вимірюють як зазначено в 1 і 2 випадках. Результати вимірювань подають у вигляді наступної таблиці 1.

Таблиця 1

Число міліметрів	Номер поділки мікроскопа n	$\frac{N_2 - N_1}{n}$

Визначивши ціну поділки мікроскопа у кожному досліді, знаходять її середнє значення.

2. Вимірювання тиску

Приладами для вимірювання тисків служать манометри та барометри.

U-подібний рідинний манометр складається із двох сполучених скляних трубок однакового діаметра (рис. 6). Трубки наповнені рідиною до половини своєї висоти. Застосовується ртуть, бензин, вода, спирт та інші рідини.

При вимірюваннях відносно малих тисків користуються манометром із закритим кінцем. Над рідиною, на рис. 1.6 в лівому коліні, знаходиться вакуум.

Тиск визначається рівнянням

$$p = k\rho gh, \quad (3)$$

де ρ – густина рідини, g – прискорення сили тяжіння, h – різниця висот рідини в трубках, k – коефіцієнт обумовлений вибором одиниць вимірювання.

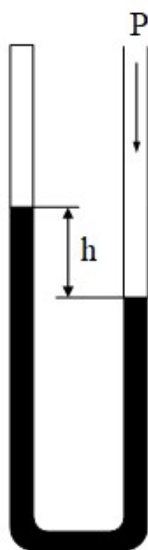
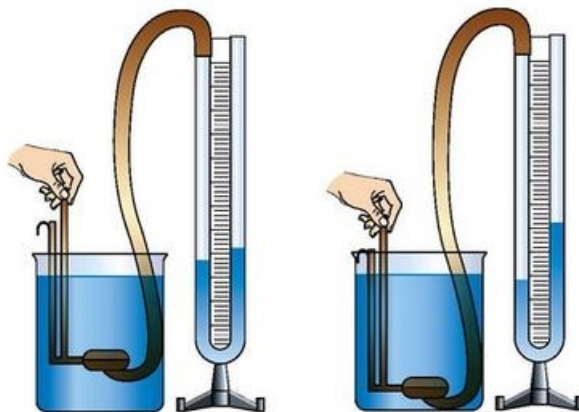


Рис. 6. U-подібний рідинний манометр

При вимірюваннях різниці тисків застосовують манометр із відкритим лівим кінцем (рис. 7).



*з відкритого доступу Internet

Рис. 7. Вимірювання різниці тисків

На рідину у відкритій трубці давить атмосфера, а другу трубку приєднують до вимірюваного об'єкта. Різниця стовпів рідини визначає різницю тисків.

3. Вимірювання температури

Методи вимірювання температури досить різноманітні. Вони розрізняються за термометричними властивостями та застосуванням типів речовин. Термометрична властивість речовини повинна бути однозначно пов'язана з температурою й досить просто вимірюватися. Розглянемо термометри, які будуть застосовуватися у лабораторії.

3.1. Рідинний термометр

Термометрична властивість – зміна об'єму рідини. Найпоширеніша термометрична речовина – ртуть. Вона відрізняється достатньо постійним термічним коефіцієнтом об'ємного розширення. Шкалу калібрують безпосередньо в градусах за точками плавлення або кипіння чистих речовин. Крім ртуті термометри наповнюють спиртом (рис. 8), ефіром, толуолом.



*з відкритого доступу Internet

Рис. 8. Спиртовий рідинний термометр

Ці термометри менш точні, ніж ртутні, тому що термічні коефіцієнти об'ємного розширення зазначених рідин менш постійні, ніж у ртуті. Термометри показують лише власну температуру, тому необхідно досягати щільного контакту термометра з досліджуванним тілом та вичікувати досить тривалий час для вирівнювання температури тіла й термометра.

3.2. Термопары

Термометрична властивість термопары (рис. 9) – зміна термоелектрорушійної сили. Чутливий елемент – спай двох провідників з різнорідних металів, які перебувають у тепловій рівновазі з середовищем із температурою t_1 , інший спай перебуває при відомій постійній температурі t_2 .



*з відкритого доступу Internet

Рис. 9. Принцип роботи хромель-алюмелевої термопары (а) та її загальний вигляд (б)

Залежність термо-ЕРС ε від температури

$$\varepsilon = c(t_1 - t_2) \quad (4)$$

знаходять дослідницьким шляхом, градууючи за точками плавлення або кипіння чистих речовин.

4. Вимірювання маси

У багатьох завданнях фізики й техніки потрібне точне визначення ваги або пропорційної їй маси тіла. Для цього застосовують аналітичні терези. На аналітичних терезах, при дотриманні відповідних правил, можна зважити з точністю до $2 \cdot 10^{-7}$ кг.

4.1. Аналітичні терези

Аналітичні терези – це рівноплечі важільні терези (рис.10). Вони мають у складі підставку, стовпчики, коромисла, дві серги та дві чашки. Підставка терезів опирається на три ніжки, дві з них мають гвинти для установки по рівню. На підставці розташований стовпчик терезів. Вгорі стовпчика знаходиться плоска подушка із твердого матеріалу. Звільнене коромисло коливається на подушці стовпчика біля ребра своєї опорної призми. На кінцях

коромисла знаходяться дві призми для підвісу серг. Призми виконані із твердого матеріалу, ребра їх відшліфовані. Уздовж коромисла на кожному його плечі нанесено по десять поділок. В середині коромисла перпендикулярно до його осі закріплена довга стрілка. При коливаннях коромисла кінець стрілки переміщається навколо невеликої горизонтальної шкали, розташованої у нижній частині стовпчика. Кожне плече коромисла має горизонтальні гвинти. Уздовж цих гвинтів можна рухати невеликі вантажі й, таким чином, регулювати рівноважне положення коромисла і його стрілки. Для запобігання ребер призми і подушок від псування служить аретир. При повороті рукоятки важеля аретира в той або інший бік коромисла й чашки закріплюються на особливих підпірках або знімаються з них. Терези знаходяться у футлярі.



*з відкритого доступу Internet

Рис. 10. Аналітичні терези

Терези мають стандартний набір аналітичних гир (тягарців). До стандартного набору аналітичних гир додають додатково особливу "гирьку", яка має назву рейтер. Рейтер зроблений з легкого дроту, зігнутого у вигляді петлі, і важить 10 мг. Похибка маси рейтера не повинна перевищувати 0,2 мг.

За допомогою спеціального важеля, який знаходиться у правій верхній частині футляра терезів, рейтер можна помістити на будь-яку поділку шкали коромисла. Тоді він створюватиме додатковий момент сили, який діє на коромисло. Якщо рейтер помістити на поділку з номером 10, він замінить собою важок в 10 мг, якщо на поділку з номером 5 – 5 мг і так далі. Поміщати рейтер потрібно тільки на цілі поділки шкали, одержуючи в такому випадку цілі міліграми, а десяті частки міліграма обчислювати, як буде зазначено нижче.

Правила використання терезів

Аналітичні терези – це прилад великої точності. Тому поводитися з ними необхідно дуже обережно, дотримуючись зазначених правил.

1. У неробочому стані терези завжди повинні бути аретовані. Коромисло знімають із аретира тільки на нетривалий час – для визначення положення рівноваги.

2. До неаретованих терезів не можна доторкатися – при цьому деформуються ребра призм та подушки (не можна класти й знімати вантажі, не можна вішати й знімати рейтер, не можна відкривати й закривати дверцята неаретованих терезів).

3. Терези повинні бути встановлені строго по рівню.

4. Вантажі на чашки варто класти так, щоб їхній загальний центр тяжіння збігався по можливості, із центром тяжіння чашок.

5. Важки й рейтер варто брати тільки пінцетом. Від дотику рук вони псуються.

6. Важки варто тримати тільки в коробці або на чашці терезів (під час роботи їх не можна класти на стіл).

7. Предмет, який зважують, повинен бути сухим та чистим. Порошкоподібні тіла не можна сипати безпосередньо на чашку терезів.

8. Не можна опиратися на столик, на якому встановлені терези, тому що при цьому змінюється положення рівноваги.

9. Не слід повністю звільняти коромисло ваг від аретира доти, поки чашки терезів не будуть майже врівноважені й коромисло терезів не зможе вільно коливатися біля положення рівноваги. До досягнення такого стану коромисло варто звільняти лише настільки, для того щоб бачити, що варто збільшити або зменшити навантаження чашок.

10. Звільняти й аретирувати терези треба обережно, дуже плавно. Аретир потрібно пускати в хід тоді, коли стрілка проходить приблизно через положення рівноваги.

11. При спостереженні коливань коромисла дверцята терезів повинні бути закриті.

12. Якщо при звільненні коромисла чашки сильно коливаються, їх зупиняють, обережно аретирувавши терези.

13. Кожним терезам відповідає певне граничне навантаження; значення якого зазначене на терезах. Перевантажувати терези не можна, тому що деформуються коромисло, призми й подушки.

14. Не слід надовго залишати вантажі на чашках. Після закінчення зважування вантажі варто знімати й закривати дверцята терезів.

15. Стрілка ненавантажених терезів повинна коливатися поблизу середини шкали. Регулювати положення коромисла зі стрілкою самостійно не треба.

16. При зважуванні важки кладуть, починаючи з великих, і, по черзі їх перебираючи, доходять до самих маленьких. Такий порядок найбільш зручний.

Метод зважування

Завжди можна шляхом послідовного підбору гир, від більших до менших, знайти два числа a та $(a+1)$ грамів, між якими буде знаходитися вага, з точністю до 0,01 г. Потім, пересуваючи рейтер уздовж шкали коромисла, знаходять такі дві послідовні поділки, за яких переміщення рейтера на одне з них дасть загальне навантаження менше ваги тіла (з недоліком), а на іншу – більшу (з надлишком).

ПРИМІТКА: За великої різниці у вазі тіла й гир перевага однієї із чашок спостерігається легко: коромисло терезів при звільненні аретира негайно нахиляється в яку-небудь сторону й не коливається. При малій різниці у вазі коромисло продовжує коливатися.

Нехай знайдені два таких положення рейтера n та $(n+1)$, які відрізняються одне від одного на цілу поділку коромисла, з відповідними точками рівноваги N_n та N_{n+1} , причому N_n знаходиться ліворуч, а N_{n+1} – праворуч нуля терезів (рис. 11).

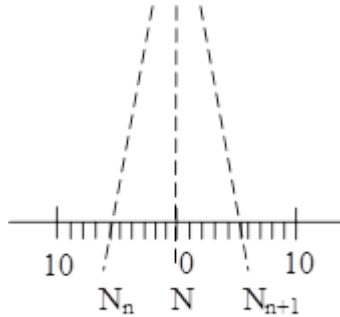


Рис. 11. Шкала аналітичних терезів

Якщо маса гир при положенні рівноваги буде P г, то для приведення терезів у нульову точку N треба на праву чашку додати ще якісь частки міліграма. Вважають, що при малих кутах, відхилення стрілки від положення рівноваги пропорційно навантаженню, що викликає це відхилення. Інтерполюючи, обчислюють зазначену добавку

$$\Delta P = \frac{N_n - N}{N_n - N_{n+1}} . \quad (5)$$

Позначивши через P – масу гир, P_n – маса гирьки, що замінив рейтер, можна виразити масу тіла з точністю до $2 \cdot 10^{-7}$ кг:

$$R = P + P_n + \Delta P , \quad (6)$$

де R – маса тіла.

5. Графічний метод зображення результатів вимірювань фізичних величин

При обробці експериментального матеріалу для наочності прибігають до складання таблиць і графіків.

У таблицях результати вимірювань записують у стовпчики, які мають назви відповідних величин із вказівкою одиниць вимірювання. Чисельні значення розташовують так, щоб вони убували або зростали. Коми, що відокремлюють десятинні знаки розташовують по одній вертикалі. Числа округляють до першої сумнівної цифри.

Графіки дають наочне уявлення про функціональну залежність величин. З графіка можна швидко знайти значення однієї з величин за заданим значенням іншої, як усередині досліджуваного інтервалу (інтерполяція), так і поза досліджуваним інтервалом (екстраполяція). У випадку екстраполяції варто проявляти розумну обережність, вникаючи в суть описуваного функцією фізичного процесу. Наприклад, визначивши, що на інтервалі температур від $+20^{\circ}\text{C}$ до $+60^{\circ}\text{C}$ густина води залежить від температури лінійно, не можна екстраполювати її до 0°C та до 100°C , тому що поблизу 4°C вода має найбільшу густину, а після 95°C вода близька до кипіння; лінійності в цих випадках не спостерігається.

При побудові графіків частіше використовують прямокутну систему координат. Виконують графіки на міліметровому папері. Перед побудованням графіка обирають масштаби для аргументу та функції так, щоб графік проходив приблизно симетрично щодо осей координат. При цьому точність відліку на осях повинна бути одного порядку. На осях наносять "опорні точки" із цілими значеннями, кратними 2, 5, 10, 20 тощо. Якщо інтервали значень аргументу й функції знаходяться далеко від нуля, опорні точки починають наносити від значення трохи меншого, ніж найменше значення на інтервалі вимірювань. В протилежному випадку на графіку вийде багато невикористаного місця, а сам графік буде дуже дрібний. На кінцях осей координат пишуть позначення величин та одиниці їх вимірювання. На підготовлену таким чином сітку наносять експериментальні точки. Для наочності точки обводять кружками, трикутниками й т.п. Якщо похибка визначення аргументу мала у порівнянні з похибкою функції (буде розглянуто далі), то на графіку значення функції зображують у вигляді вертикального відрізка, залишаючи експериментальну точку в середині відрізка. Довжина відрізка відповідає подвоєній величині похибки.

Лінію графіка проводять не просто з'єднуючи точки, а вибираючи її плавний плин, так, щоб вона пройшла симетрично відносно точок і не виходила б за межі похибки експериментальних точок.

При побудові графіків користуються лекалами або товстим м'яким дротом, зігнувши його відповідним чином. Графік обмежують двома паралельними йому графіками заключивши в смуги похибки.

Іноді на осях відкладають не самі значення величин, а які-небудь їх функції. Це зручно, якщо використання такої функції дає лінійний плин графіка, тому що пряму легше провести, ніж будь-яку криву.

ПРИКЛАД: залежність тиску насиченої пари від температури описують формулою:

$$p = p_e \frac{\mu \lambda}{RT}.$$

Даний вираз можна представити у вигляді:

$$\ln p = -\frac{\mu\lambda}{R} \cdot \frac{1}{T} + \ln p_0.$$

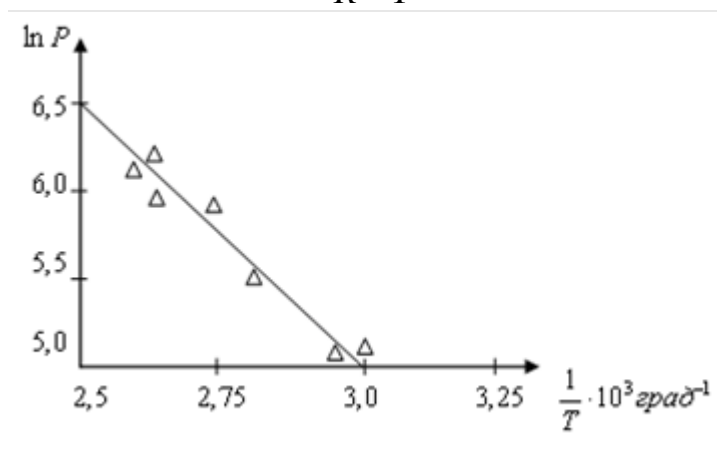


Рис. 11. Залежність тиску насиченої пари від температури

Необхідно зауважити, що дана функція в координатах $\ln P$, $1/T$ має вигляд прямої. $\frac{\mu\lambda}{R}$ – кутовий коефіцієнт цієї прямої розмірна величина (рис. 11).

Чисельне значення кутового коефіцієнта розраховують із графіка.

Контрольні запитання і завдання

1. Назвіть основні фізичні величини механіки та молекулярної фізики та вкажіть, за допомогою яких приладів їх можна виміряти?
2. Яку фізичну величину можна виміряти мікрометром. Як це зробити?
3. Розкрийте сутність методу ноніуса. Де цей метод використовують?
4. Як працює відліковий мікроскоп і які фізичні величини можна за його допомогою отримати?
5. За допомогою яких приладів можна виміряти тиск і як це зробити?
6. Способи вимірювання температури.
7. Принцип роботи аналітичних терезів та правила їх експлуатації.
8. Яким чином проводити зважування твердих та порошкоподібних речовин?
9. Використання графічного методу зображення результатів вимірювань фізичних величин.

Лабораторна робота 2
РОЗРАХУНОК ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи:

1. Розглянути основні види похибок вимірювань, а також їх розрахунок.
2. Розглянути способи підрахунку похибок вимірювань при прямих та непрямих вимірюваннях. Визначити відносні та абсолютні похибки вимірювань.

Теоретичні відомості

Фізика – наука експериментальна. Метою фізичного практикуму є вивчення за допомогою дослідів основних фізичних явищ, аналіз та самостійне їх відтворення. Фізика є наукою кількісною, тому результат вимірювань зображують у вигляді цифр.

Виконання будь-якої лабораторної роботи завжди супроводжується вимірюваннями. Вимірювання фізичної величини – процес порівняння її з однорідною величиною, яку взято за одиницю вимірювання. Можна виділити дві групи вимірювань: прямі та непрямі.

У випадку прямих вимірювань результат визначається безпосередньо за показниками приладів. Наприклад, час – за годинником, струм – за амперметром. У випадку непрямих вимірювань значення фізичної величини визначається за допомогою обчислення за формулою, яка встановлює функціональну залежність цієї величини від інших величин, що вимірюються безпосередньо. Наприклад, густина циліндра

$$\rho = \frac{m}{\pi r^2 h}, \quad (1)$$

де m – маса циліндра, r – радіус циліндра, h – висота циліндра.

Відомо, що за достатньо точних вимірювань однієї і тієї ж величини одержувані значення відрізняються одне від одного, тому що містять помилки (похибки). Це зумовлено недосконалістю вимірювальної апаратури, похибками методу вимірювання, недосконалістю органів почуттів спостерігача та іншими причинами.

Абсолютною похибкою вимірювання називають різницю $x - x_0$ між результатом вимірювання x та дійсним значенням x_0 вимірюваної величини. Похибка вимірювань звичайно є невідомою, тому що невідомим є дійсне значення вимірюваної величини.

Тому до завдання вимірювань входить визначення самої величини та оцінювання допущеної під час вимірювання похибки. Визначається наближене значення вимірюваної величини та інтервал значень, до якого з визначеною ймовірністю належить дійсне значення вимірюваної величини. В залежності від причини виникнення похибки вимірювань розподіляють на промахи, випадкові та систематичні помилки.

Промахи, або грубі помилки, виникають унаслідок порушення основних умов вимірювання або у результаті недогляду експериментатора. У разі виявлення промаху результат вимірювання треба відразу ж відкинути, а вимірювання повторити, якщо це можливо. Зовнішньою ознакою результату, що містить у собі промах, є його різка відміна по величині від результатів інших вимірювань.

Випадкові помилки – це похибки, причини виникнення яких або невідомі, або їх так багато, що неможливо передбачити результат їх спільної дії. Випадкові похибки спричинені великою кількістю таких факторів, ефекти дії яких настільки незначні, що їх неможливо виділити й урахувати поодиночі. Випадкові помилки неможливо усунути із результатів вимірювань, але за допомогою методів теорії ймовірності можливо урахувати їх вплив на оцінку дійсного значення вимірюваної величини, що дозволяє дефініювати значення вимірюваної величини зі значно меншою помилкою як помилки окремих вимірювань. Випадкові помилки характеризуються певним законом їх розподілення.

За вимірювання макроскопічних величин, як правило, справедливий закон розподілення Гауса, зображений у вигляді графіка на рис.1. (Існують і інші закони розподілення випадкових величин).

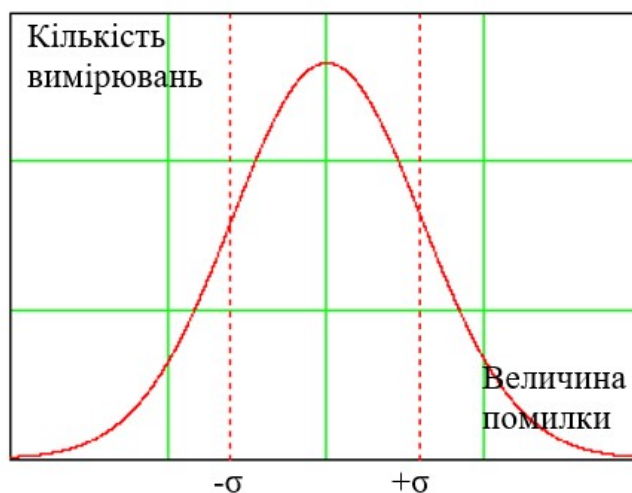


Рис.1. Закон розподілення Гауса

Як видно з графіка, для більшості вимірювань є характерним відхилення від дійсного значення вимірюваної величини.

Проведемо вертикальні лінії ліворуч та праворуч на однаковій відстані від нуля таким чином, щоб площа між ними складала 68% від загальної площі під кривою.

Помилки, відповідні до цих ліній, позначимо через σ . Величину σ назвемо стандартною помилкою, або стандартним відхиленням. Як бачимо з рисунка, у 68 випадках із 100 фактична помилка знаходиться у межах $\pm\sigma$. Помилка досліду в 95% випадків знаходиться в інтервалі $\pm 2\sigma$ та у 99,7% випадків не перевищує $\pm 3\sigma$. Можна прийняти, що випадкові помилки вимірювання обмежені за абсолютною величиною значенням 3σ (правило трьох сигм). Тому при обробці

результатів вважаємо, що вимірювання, які відрізняються від середнього більше як на 3σ , є промахами, і такі вимірювання будемо відкидати.

Квадрат величини σ називають дисперсією помилки.

В теорії ймовірності дисперсію можна обчислити за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2, \quad (2)$$

де x_i – значення вимірюваної величини в i -му досліді; n – кількість дослідів; x_0 – дійсне значення вимірюваної величини.

Проте дійсне значення вимірюваної величини x_0 , як правило, заздалегідь невідоме. Тому, на основі експериментальних даних, визначається середнє квадратичне відхилення величин $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ від їх середнього значення $\langle x \rangle$.

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \langle x \rangle)^2 + \dots + (x_n - \langle x \rangle)^2}{n-1}}. \quad (3)$$

Квадрат величини S можна вважати приблизно рівним дисперсії

$$\sigma^2 \approx S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2. \quad (4)$$

Середнє значення вимірюваної величини x визначається співвідношенням

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (5)$$

За великої кількості вимірювань шукане значення вимірюваної величини можна визначити з більш великою точністю. Це пов'язано з тим, що позитивні та негативні помилки частково компенсуються при усереднюванні результатів усіх дослідів. За такого усереднення середнє квадратичне відхилення σ зменшується і дорівнюватиме

$$\sigma_C = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \langle x \rangle)^2 + \dots + (x_n - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad (6)$$

де σ_C – оцінка середнього квадратичного відхилення результату вимірювань.

Тоді дійсне значення шуканої величини знаходиться в межах:

$$\langle x \rangle - \sigma_C < x_0 < \langle x \rangle + \sigma_C. \quad (7)$$

Інтервал, у межах якого знаходиться дійсне значення шуканої величини, називають надійним. За великої кількості вимірювань можна одержати вузький надійний інтервал із великою надійністю (тобто ймовірність попадання шуканої величини у надійний інтервал буде великою).

За великої кількості вимірювань середнє значення $\langle x \rangle$ шуканої величини близьке до дійсного, і величину дисперсії можна визначити зазначеним способом. Однак під час виконання лабораторних робіт кількість вимірювань, як правило, є невеликою – 3...5 разів.

У теорії ймовірності розроблено метод визначення надійного інтервалу в залежності від надійності результату за будь-якої, у тому числі й малої, кількості вимірювань (починаючи з двох) на основі розподілення випадкової величини за допомогою коефіцієнта Стюдента:

$$t = \frac{\langle x \rangle - x_0}{\sigma_C} \approx \frac{\langle x \rangle - x_0}{S/\sqrt{n}}, \quad (8)$$

де t – коефіцієнт Стюдента. Він є функцією надійності P та кількості вимірювань.

Тоді дійсне значення вимірюваної величини знаходитиметься в надійному інтервалі

$$\langle x \rangle - t\sigma_C < x < \langle x \rangle + t\sigma_C. \quad (9)$$

Задаючи потрібну надійність P (тобто ймовірність потрапляння шуканої величини у надійний інтервал) визначаємо за таблицею значення t для існуючої кількості вимірювань n та знаходимо величину надійного інтервалу для дійсного значення x_0 вимірюваної; величини x (табл. 1).

Визначивши надійний інтервал, записуємо кінцевий результат у вигляді $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$, де $\Delta x = t \cdot \sigma_C$. Відношення

$$\delta = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} \cdot 100\% \quad (10)$$

називають відносною похибкою. Вона вимірюється у відсотках і показує, яку долю від значення фізичної величини складає похибка Δx . Абсолютна похибка Δx та відносна δ характеризують точність вимірювань. З урахуванням відносної похибки кінцевий результат записується у вигляді

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \delta = \dots\%. \quad (11)$$

Крім випадкової похибки є ще систематичні помилки. До систематичних помилок відносять постійні та змінювані за певним законом помилки. Вони можуть бути наслідком зіпсованості приладів, неправильного регулювання

приладів, помилковості методу вимірювань або якого-небудь недоліку з боку експериментатора, цей недолік повторюється в кожному досліді. Виявлення систематичних помилок, котрі викликані кожним окремим фактором, потребує спеціальних досліджень, наприклад вимірювання однієї й тієї ж величини різними методами.

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів Стьюдента

$n \backslash P$	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
2	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	2,4	3,2	4,3	5,8	12,9
5	2,1	2,8	3,7	4,6	3,6
6	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	1,8	2,2	2,7	3,1	4,3
12	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
13	1,8	2,1	2,6	3,0	4,1
14	1,8	2,1	2,6	2,9	4,1
15	1,8	2,1	2,6	2,9	4,0

На особливому місці стоять систематичні помилки, що вносяться приладом, за допомогою якого виконуються вимірювання. Такі помилки пов'язані з конструктивними недоліками приладу або похибками градування. Величина систематичної помилки оцінюється класом точності приладу.

Клас точності електровимірювальних приладів визначається відношенням абсолютної похибки приладу Δx_{np} до максимально можливого значення вимірюваної приладом величини x_{max} та виражається у відсотках:

$$B = \frac{\Delta x_{np}}{x_{max}} \cdot 100\% . \quad (12)$$

Клас точності вказано на лицьовому боці приладу. Так, амперметр класу точності 1,0 з повною шкалою в 1 А, вимірює струм, що через нього тече, з помилкою, котра не перевершує:

$$\Delta I = \frac{1,0}{100} \cdot 1A = 0,01A = 10mA .$$

Легко побачити, що помилка 10 мА складає невелику частину від вимірюваного струму лише при вимірюванні струмів порядку 1 А, тобто при відхиленні стрілки за всією шкалою. При відхиленні стрілки на 1/4 шкали та менше похибка може складати 5...10% і навіть більше. Тому при вимірюваннях рекомендується обирати такий прилад, на якому вимірюваний струм викличе відхилення стрілки більше ніж на половину шкали. Це положення справедливе і для інших електровимірювальних приладів.

Якщо похибка, що вноситься приладом Δx_{np} , порівняна з похибкою Δx , що визначена шляхом обробки ряду вимірювань, то необхідно поширити надійний інтервал за рахунок обчислення похибки приладу:

$$x = \langle x \rangle \pm \sqrt{\Delta x^2 + \Delta x_{np}^2}, \quad (13)$$

де $\Delta x_{np} = \frac{B \cdot x_{\max}}{100}$.

Електровимірювальні прилади за класом точності підрозділяються на 7 класів, які позначаються цифрами: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0.

Як правило, точність приладу менша точності відліку, який можна зробити за шкалою приладу. Наприклад, необхідно виміряти струм за допомогою амперметра, що має верхню межу за шкалою 10 А та клас точності 1,0. Припустимо, що шкала має 100 поділок, тоді ціна однієї поділки складає 0,1 А, а абсолютна похибка приладу $I_{np} = \frac{10 \cdot 1,0}{100} = 0,1 А$, тобто дорівнює ціні поділки приладу. В цьому випадку при обробці результатів вимірювань можна не обчислювати Δx , а використати значення

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x_{np}. \quad (14)$$

За вимірювань температури та часу також зазвичай враховують лише похибки приладу. Це пояснюється тим, що точність відліку температури за термометром та часу за секундоміром вища точності термометра і секундоміра.

Порядок виконання роботи

Послідовність розрахунків похибок за прямих вимірювань

На підставі вищевикладеного можна рекомендувати такий порядок розрахунку прямих вимірювань:

1. Кожну величину вимірювати декілька разів (не менше 3-х):
 $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ де x – вимірювана величина, n – кількість вимірювань.
2. Визначити середнє арифметичне значення фізичної величини:

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

3. Знайти середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань від середнього арифметичного і прийняти його рівним σ :

$$\sigma \approx S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n-1}}.$$

4. Визначити величину 3σ та порівняти її з відхиленням кожного результату від середнього арифметичного $x_i - \langle x \rangle$. Якщо величина $x_i - \langle x \rangle$ більша, за 3σ , то такий результат відкидають як промах і знову визначають $\langle x \rangle$ та σ для залишків кількості вимірювань.

5. Знайти:

$$\sigma_c = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

6. Визначити надійний інтервал

$$\langle x \rangle - \Delta x < x_0 < \langle x \rangle + \Delta x, \text{ де } \Delta x = t \cdot \sigma_c,$$

де t – коефіцієнт Стюдента при заданій надійності P і кількості вимірювань n (знаходимо з табл. 1).

7. Розширити, у випадку необхідності, надійний інтервал з урахуванням похибки приладу

$$\langle x \rangle - \sqrt{\Delta x^2 + \Delta x_{np}^2} < x_0 < \langle x \rangle + \sqrt{\Delta x^2 + \Delta x_{np}^2}.$$

8. Знайти відносну похибку

$$\delta = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} \cdot 100\%.$$

9. Записати кінцевий результат у вигляді

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \delta = \dots\%.$$

Приклад розрахунку похибок за прямих вимірювань

Виміряти довжину нитки математичного маятника. Вимірювання проводимо 5 разів лінійкою. При цьому отримуємо результати: 50,2; 60,4; 59,9; 60,0; 60,3 см.

1. Заходимо середнє арифметичне значення довжини маятника:

$$\langle l \rangle = \frac{60,2 + 60,4 + 59,9 + 60,0 + 60,3}{5} = 60,16 \approx 60,2.$$

2. Визначаємо

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{(60,2 - 60,2)^2 + (60,4 - 60,2)^2 + (59,9 - 60,2)^2 + (60,0 - 60,2)^2 + (60,3 - 60,2)^2}{4}} = 0,21$$

3. Знаходимо величину $3\sigma=0,63$ та порівнюємо її з $l_i - \langle l \rangle$. Всі значення $l_i - \langle l \rangle < 3\sigma$, тому залишаємо всі результати. Промаків нема.

4. Визначаємо

$$\sigma_c = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,21}{\sqrt{5}} = 0,03.$$

5. Знаходимо $\Delta l = \sigma_c \cdot t$ при надійності 0,99. Коефіцієнт Стьюдента за таблицею при надійності 0,99 і кількості вимірювань 5 дорівнює $t = 4,6$, тоді $\Delta l = 0,03 \cdot 4,6 = 0,138 \approx 0,14$.

6. Знаходимо відносну похибку

$$\delta = \frac{0,14 \cdot 100}{60,2} = 0,23\%.$$

7. Записуємо кінцевий результат у вигляді

$$l = (60,2 \pm 0,14) \text{ см}, \delta = 0,23\%.$$

Послідовність розрахунків похибок за непрямих вимірювань

У випадку прямих вимірювань похибки вимірювань знаходять порівняно просто. Проте в більшості випадків шукана величина є функцією декількох вимірюваних величин $x = f(y, z)$. Помилки вимірювань, як правило, досить малі порівняно з вимірюваними величинами, тому для обчислення похибок непрямих вимірювань можна скористатися диференціальним обчисленням.

Порядок визначення похибки у випадку непрямих вимірювань такий:

1. Взяти натуральний логарифм від обох частин формули.
2. Знайти диференціал отриманих виразів за всіма аргументами функції.
3. Замінити диференціали у цьому виразі похибками вимірювань Δy , Δz .
4. Похибки Δy , Δz кожної величини визначити за правилами, які вказані для прямих вимірювань.

5. Змінити “мінуси”, що з’явилися при логарифмуванні та диференціюванні, на “плюси”, тому що похибки окремих величин необхідно скласти.

6. З відносної похибки обчислити надійний інтервал шуканої величини $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$, де $\Delta x = \delta \cdot \langle x \rangle$.

7. Записати кінцевий результат у вигляді

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \delta = \dots \%$$

Приклад розрахунку похибок за непрямих вимірювань

У методі Стокса коефіцієнт внутрішнього тертя визначається за формулою

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_p)gr^2t}{9l},$$

де ρ – густина матеріалу кульки; ρ_p – густина рідини; g – прискорення вільного падіння, $g=9,81 \text{ м/с}^2$; r – радіус кульки; t – час падіння кульки між двома мітками, відстань між якими l .

Величини r, t, l, ρ і ρ_p вимірюються безпосередньо, кожна не менше ніж 3 рази.

1. За результатами перших вимірювань визначаємо $\langle r \rangle$ та Δr , $\langle t \rangle$ та Δt , $\langle l \rangle$ та Δl , $\langle \rho \rangle$ та $\Delta \rho$, $\langle \rho_p \rangle$ та $\Delta \rho_p$.

2. Підставляємо у формулу для η значення $\langle r \rangle$, $\langle t \rangle$, $\langle l \rangle$, $\langle \rho \rangle$ та $\langle \rho_p \rangle$ і підраховуємо

$$\eta = \frac{2(\langle \rho \rangle - \langle \rho_p \rangle)g \langle r \rangle^2 \langle t \rangle}{9 \langle l \rangle}.$$

3. Прологарифмуємо формулу для η :

$$\ln \eta = \ln \frac{2}{9} + \ln(\rho - \rho_p) + \ln g + 2 \ln r + \ln t - \ln l.$$

4. Знайдемо диференціал отриманих виразів:

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\rho}{\rho - \rho_p} - \frac{d\rho_p}{\rho - \rho_p} + \frac{dg}{g} + \frac{2dr}{r} + \frac{dt}{t} - \frac{dl}{l}.$$

5. Замінімо диференціали приростами:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta\rho}{\rho - \rho_p} - \frac{\Delta\rho_p}{\rho - \rho_p} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t} - \frac{\Delta l}{l}.$$

6. Підставивши замість приростів аргументів їх абсолютні повні похибки, всі додатки беремо за абсолютною величиною, для чого знак «-» змінюємо на «+», та підставляємо середнє значення фізичних величин:

$$\frac{\Delta\eta}{\langle\eta\rangle} = \frac{\Delta\rho}{\langle\rho\rangle - \langle\rho_p\rangle} - \frac{\Delta\rho_p}{\langle\rho\rangle - \langle\rho_p\rangle} + \frac{\Delta g}{\langle g\rangle} + \frac{2\Delta r}{\langle r\rangle} + \frac{\Delta t}{\langle t\rangle} - \frac{\Delta l}{\langle l\rangle}.$$

7. Ліва частина рівняння $\frac{\Delta\eta}{\langle\eta\rangle}$ являє собою відносну похибку

$$\delta = \frac{\Delta\eta}{\langle\eta\rangle} \cdot 100\%.$$

Підрахувавши праву частину, знаходимо числове значення відносної похибки. При розрахунку $\frac{\Delta g}{\langle g\rangle}$ можна взяти $\Delta g = 0,5 \text{ см/с}^2$, тобто половину розряду після останньої значущої цифри. Таким чином роблять при визначенні відносної похибки сталих величин.

8. З відносної похибки обчислюємо абсолютну похибку

$$\Delta\eta = \frac{\delta \cdot \langle\eta\rangle}{100}.$$

9. Визначимо надійний інтервал

$$\langle\eta\rangle - \Delta\eta < \eta < \langle\eta\rangle + \Delta\eta.$$

10. Записуємо кінцевий результат у вигляді:

$$\eta = \langle\eta\rangle \pm \Delta\eta, \delta = \dots\%.$$

Контрольні запитання і завдання

1. Які вимірювання називають прямими?
2. Які вимірювання називають непрямими?
3. Які помилки вимірювань відносять до систематичних, випадкових та промахів?
4. Що називають абсолютною похибкою вимірювань?
5. Що називають відносною похибкою вимірювань?
6. Що таке надійний інтервал?
7. Наведіть порядок розрахунку похибок у разі прямих вимірювань.
8. Наведіть порядок розрахунку похибок у разі непрямих вимірювань.
9. Визначте відносну та абсолютну похибки вимірювань маси тіла за табл.2. (варіант та надійність P вказує викладач).
10. Отримайте розрахункову формулу до визначення відносної похибки у випадку непрямих вимірювань (за вказівкою викладача).

Таблиця 2

Вимірювання маси тіла

№	Маса тіла, г					
	Варіант1	Варіант2	Варіант3	Варіант4	Варіант5	Варіант6
1.	10,55	20,54	30,96	40,21	50,42	60,15
2.	10,51	20,65	30,95	40,25	50,43	60,11
3.	10,58	20,83	30,98	40,24	50,40	60,13
4.	10,53	20,86	30,99	40,70	50,46	60,17
5.	10,59	20,57	30,97	40,28	50,44	60,16

Лабораторна робота 3
ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ТІЛ

Мета роботи:

Експериментально визначити значення прискорення, яке виникає у тіла, що вільно падає тіла в гравітаційному полі Землі.

Прилади та матеріали:

1. Установка для дослідження вільного падіння з автоматичною реєстрацією часу падіння тіла;
2. Стальна кулька;
3. Лінійка.

Теоретичні відомості

Відповідно до закону всесвітнього тяжіння два тіла, маси яких m_1 і m_2 притягаються одне до одного із силою F , модуль якої пропорційний добутку їхніх мас і обернено пропорційний квадрату відстані R між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (1)$$

де $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ – гравітаційна стала.

Якщо одним із взаємодіючих тіл є Земля, а друга знаходиться поблизу її поверхні, то, вважаючи Землю кулею радіуса R_3 , масою M_3 і нехтуючи обертанням Землі навколо своєї осі, формулу (1) можна переписати у вигляді

$$F = G \frac{M_3 m}{R_3^2}. \quad (2)$$

Відповідно до другого закону Ньютона під дією сили гравітаційного притягання Землі F всі тіла, що знаходяться поблизу земної поверхні, повинні одержувати однакове у всіх точках поверхні прискорення g , називане прискоренням вільного падіння,

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M_3}{R_3^2} = 9,8 \text{ м/с}^2. \quad (3)$$

Облік добового обертання Землі приводить до того, що реально на будь-яке тіло діє сила тяжіння F_τ , яка дорівнює векторній сумі сили притягання Землі F_t і відцентрової сили інерції F_{in} (рис. 1).

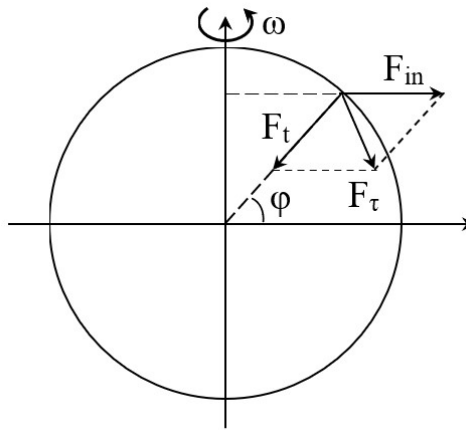


Рис. 1. Сили, що діють на тіло, обумовлені добовим обертанням Землі

Тоді формулу (3) можна записати у вигляді:

$$g = \frac{F_{\tau}}{m}. \quad (4)$$

При переміщенні уздовж поверхні Землі від полюса до екватора значення сили тяжіння зменшується, внаслідок зростання сили інерції і зменшення через несферичність Землі сили притягання. Це приводить до того, що прискорення вільного падіння g не є постійною величиною, а залежить від широти місцевості (кута φ). Максимальне значення прискорення буде на полюсі ($g_0 = 9,83 \text{ м/с}^2$), а мінімальне на екваторі ($n = 9,78 \text{ м/с}^2$). Як показують розрахунки і виміри, залежність прискорення вільного падіння від широти місцевості виражається формулою:

$$g_{\varphi} = g_0 \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi}{189}\right), \quad (5)$$

де g_{φ} – прискорення вільного падіння на географічній широті φ , а g_0 – на широті полюса ($\varphi=90^\circ$).

У даній роботі g_{φ} визначається за часом t падіння кульки з відомої висоти h . При вільному падінні без початкової швидкості ($v_0=0$) і за умови нехтування значенням сили опору повітря тіло рухається рівноприскорено за законом:

$$h = \frac{g_{\varphi} t^2}{2}. \quad (6)$$

Звідси

$$g_{\varphi} = \frac{2h}{t^2}. \quad (7)$$

Опис лабораторної установки

Установка для дослідження вільного падіння (рис. 2) складається зі штатива 1, на якому встановлена платформа 2. На платформі закріплений

електромагніт 3, що утримує сталеву кульку 4. На столі 5 установлена пастка 6 для кульки й електронний секундомір 7, що має кнопки включення електромагніта і секундоміра 8 і скидання показань секундоміра 9. При натиснутій кнопці 8 кулька буде притягнута до електромагніта. При відпущеній кнопці 8 відключається живлення електромагніта, що дає можливість кульці вільно падати, і одночасно включається секундомір.

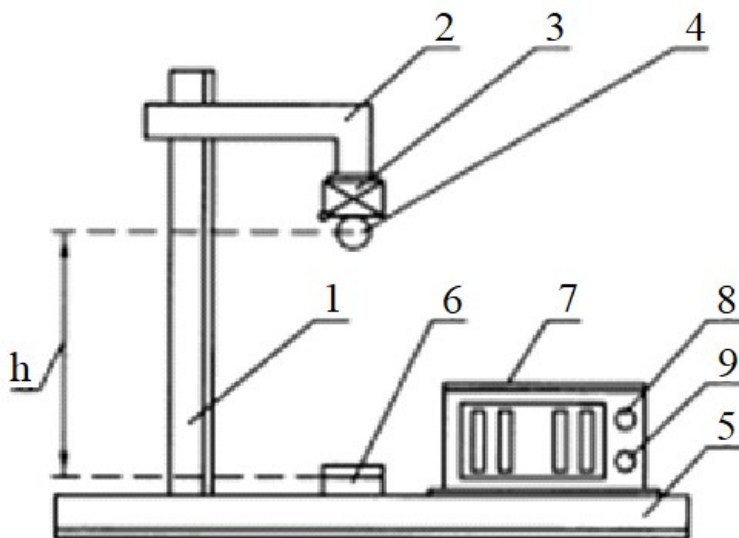


Рис. 2. – Установка для дослідження вільного падіння

Пастка призначена для точної фіксації часу прольоту кулькою відстані h . У ній установлені джерело світла і фоторезистор. Падаючи у пастку, кулька перериває світловий потік, що поширюється від лампи до фоторезистора. Це приводить до зупинки електронного секундоміра. Для зручності витягу кульки з пастки нижня частина пастки зроблена рухливою. Пристрій автоматичної реєстрації часу польоту кульки забезпечує похибку виміру часу 0,01 с.

Порядок виконання роботи

1. Установити і вимірити висоту падіння кульки ($h \sim 1\text{м}$).
2. Включити електроживлення тумблером на секундомірі.
3. Показання секундоміра установити в нульове положення натисканням кнопки 9.

Таблиця 1.

№ з/П	t , с	$\langle t \rangle$, с	h , м	g_φ , м/с ²	φ , град.	$g_{\varphi\text{теор.}}$, м/с ²	Δh , м	Δt , с	$\frac{\Delta g_\varphi}{g_\varphi}$	Δg_φ , м/с ²
1										
2										
3										
4										
5										

4. Натисканням кнопки 8 включити електромагніт і піднести до нього кульку, щоб вона підтяглася до електромагніта.

5. Відпусканням кнопки 8 уключити секундомір і вимірити час польоту кульки.

6. Операції пунктів 3-5 проробити 5 разів. Дані занести в таблицю 1.

Обробка результатів вимірів

1. По отриманим даним визначити середнє значення часу польоту кульки.

2. По формулі (2.7) обчислити експериментальне значення прискорення вільного падіння.

3. Обчислити погрішності отриманого результату.

4. Результати обробки вимірів і значення похибок занесить до таблиці 2.1.

5. По формулі (2.5) обчислити теоретичне значення для широти Харкова ($\varphi = 50^\circ$) і порівняти зі знайденим експериментальним значенням.

6. Записати остаточний результат.

Контрольні запитання та завдання

1. Сформулюйте і запишіть закон всесвітнього тяжіння і другий закон Ньютона.

2. Під дією якої сили виникає прискорення вільного падіння?

3. Чому прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла?

4. Від яких параметрів залежить прискорення вільного падіння? Поясніть чому?

5. За яким законом відбувається вільне падіння тіл?

6. Запишіть формулу для кінцевої швидкості тіла при вільному падінні.

7. Як визначається прискорення вільного падіння в даній роботі?

Лабораторна робота 4
**ВИЗНАЧЕННЯ ДОЦЕНТРОВОГО ПРИСКОРЕННЯ ЗА
ДОПОМОГОЮ КОНІЧНОГО МАЯТНИКА**

Мета роботи:

Визначення доцентрового прискорення, яке виникає під час руху тіла по колу, і ознайомлення з характером руху конічного маятника.

Прилади та матеріали:

1. Конічний маятник,
2. Секундомір,
3. Підставка з накресленим колом.

Теоретичні відомості

Швидкість руху характеризує напрям і швидкість руху тіла.

Відношення переміщення до часу, протягом якого це переміщення відбулося, визначає середню швидкість руху:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Напрямок середньої швидкості співпадає з напрямом переміщення.

При прямолінійному русі $|\Delta \vec{r}| = \Delta S$, звідки

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (2)$$

Миттєва швидкість у точці А дорівнює першій похідній радіуса-вектора за часом. Вектори $d\vec{r}$ і \vec{v} спрямовані по дотичній до траєкторії руху (рис.1).

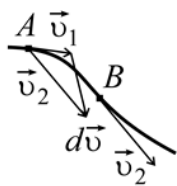


Рис. 1. Траєкторія руху тіла

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (3)$$

Оскільки $|d\vec{r}| = dS$, то

$$v = \frac{dS}{dt}. \quad (4)$$

Характеристикою швидкості зміни швидкості служить векторна величина – прискорення \vec{a} .

За час Δt точка перейшла з одного положення в інше, вектор швидкості змінився на $\Delta \vec{v}$. Середнє прискорення визначається рівністю

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (5)$$

Напрямок середнього прискорення збігається з напрямком $\Delta \vec{v}$.

Миттєве прискорення (прискорення) – це перша похідна швидкості за часом або друга похідна радіуса-вектора за часом. Оскільки $|d\vec{r}| = dS$, то

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \quad (6)$$

модель прискорення визначається, як:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}. \quad (7)$$

Напрямок прискорення збігається з напрямком зміни швидкості $d\vec{v}$.

Розглянемо рух точки вздовж криволінійної траєкторії (рис. 1). На рисунку \vec{v}_1 позначає швидкість точки в положенні A , \vec{v}_2 – швидкість точки в положенні B , $d\vec{v}$ – зміна швидкості за час dt руху від A до B . Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

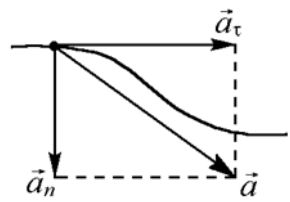


Рис. 2. Повне прискорення

Повне прискорення можна розкласти на дві складові (рис. 2):

Тангенціальне прискорення a_τ – характеризує зміну модуля швидкості і спрямоване по дотичній до траєкторії:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (8)$$

Нормальне (доцентрове) прискорення a_n – характеризує зміну швидкості за напрямом і напрямлене перпендикулярно дотичній до центра кривизни траєкторії:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (9)$$

Повне прискорення точки – це геометрична сума тангенціальної та нормальної складових (рис. 2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (10)$$

а модуль прискорення точки

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (11)$$

Найпростішим видом криволінійного руху є рівномірний ($|\vec{v}| = \text{const}$) рух по колу. У цьому випадку вектор швидкості, залишаючись постійним за величиною, змінюється тільки за напрямком. Тангенціальне прискорення при цьому дорівнює нулю і вектор повного прискорення буде дорівнює вектору нормального прискорення ($\vec{a} = \vec{a}_n$). Отже, у будь-якій точці кола вектор прискорення перпендикулярний вектору швидкості і спрямований по радіусу кола до його центра. Тому його так і називають – доцентрове прискорення $a_{\text{д.ц.}}$.

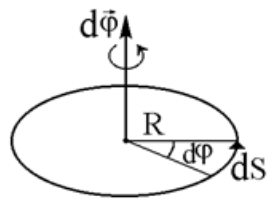


Рис. 3. Рух тіла по колу

При русі по колу мірою переміщення тіла за малий проміжок часу dt є вектор елементарного кутового переміщення $d\vec{\varphi}$, напрям якого визначається за правилом правого гвинта (рис. 3).

Рухаючись по колу тіло має певну кутову швидкість, що дорівнює першій похідній кута повороту за часом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (13)$$

Кутова швидкість за напрямком збігається з кутовим переміщенням (вздовж осі обертання за правилом правого гвинта) (рис. 4).

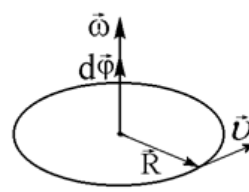


Рис. 4. Кутова швидкість та кутове прискорення

Лінійна швидкість руху тіла пов'язана з кутовою:

$$v = \omega \cdot R. \quad (14)$$

Підставив (14) у (9) отримаємо вираз доцентрового прискорення у наступному вигляді

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R. \quad (15)$$

Виразимо доцентрове прискорення через період T обертання (час одного обороту), величину якого експериментально визначити простіше, ніж значення лінійної чи кутової швидкостей.

За час, рівний періоду, тіло проходить шлях, який дорівнює довжині кола $2\pi R$, звідки $v = \frac{2\pi R}{T}$. Підставивши це значення лінійної швидкості в (15), одержимо:

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (16)$$

Опис установки

Конічний маятник являє собою кулю маси m , підвішену на тросі довжиною ℓ . Якщо маятник відхилити від вертикалі на деякий кут α і потім додати йому обертальний рух відносно вертикальної осі, що проходить через точку підвісу, то маятник буде описувати в просторі конічну поверхню, основою якої є коло радіуса R (рис. 5)

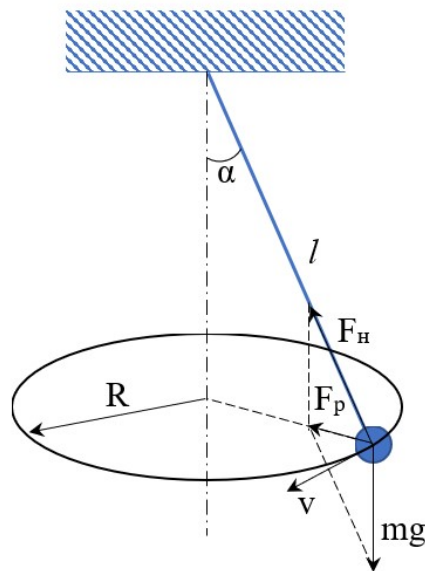


Рис. 5. Експериментальна установка

Щоб рух кулі по колу був рівномірним, потрібно штовхнути його з визначеною швидкістю \vec{v} , спрямованою горизонтально під прямим кутом до натягнутого троса. У цьому випадку прискорення маятника буде доцентровим і буде виражатися формулою (16).

Розглянемо характер руху конічного маятника. На кулю діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, спрямована вертикально вниз, і сила натягу троса \vec{F}_n , спрямована під кутом α до вертикалі. Під дією цих сил маятник рухається прискорено:

$$\vec{F}_n + m\vec{g} = m\vec{a}_n \quad (17)$$

При малих кутах відхилення період обертання конічного маятника не залежить від маси і кута і збігається з періодом коливань відповідного математичного маятника.

Порядок виконання роботи.

1. Виміряти радіус R накресленого кола.
2. Розташувати коло так, щоб його центр і центр мас вільно звисаючого конічного маятника (вістря тіла) знаходились на одній вертикальній лінії.
3. Не послаблюючи натяг троса, відхилити маятник на такий кут, щоб центр мас кулі був над серединою лінії кола.
4. Привести маятник до обертання по траєкторії, максимально наближеній до кола.
5. Секундоміром виміряти час t п'яти-десяти повних обертів ($n = 5 \div 10$).
6. Пункти 3-6 повторити тричі.
7. Дані установки та виміряні величини внести до таблиці 1.

Таблиця 1

№ п/п	n	t , с	T , с	$\langle T \rangle$, с	$\langle a_{ц.с.} \rangle$, м/с ²	Δt , с	$\frac{\Delta t}{t}$	$\frac{\Delta a}{a}$	Δa , м/с ²
1									
2									
3									
$R = \dots$ м, $\Delta R = \dots$ м									

Обробка результатів вимірів

1. Обчислити період обертання маятника $T = \frac{t}{n}$.
2. Визначити середнє значення періоду $\langle T \rangle$.
3. За формулою (16) обчислити середнє значення доцентрового прискорення $\langle a_n \rangle$.
4. Обчислити відносну та абсолютну похибки визначення доцентрового прискорення.
5. Результати обробки вимірів і значення похибок занесіть до таблиці 1.
6. Записати остаточний результат.

Контрольні запитання та завдання

1. Дати визначення вираз середньої та миттєвої швидкостей. Вказати їх напрямки та одиницю виміру.
2. Дати визначення кутової швидкості при криволінійному русі. Вказати її напрямки та одиницю виміру.
3. Записати зв'язок між лінійною та кутовою швидкостями у векторному та скалярному вигляді.
4. Дати визначення середнього та миттєвого прискорення. Вказати їх напрямки та одиницю виміру.
5. У чому фізичний зміст нормального і тангенціального прискорень? Записати математичні вирази нормального і тангенціального прискорень. Вказати їх напрямки.
6. Як визначити повне прискорення тіла, знаючи нормальне і тангенціальне прискорення?
7. Що називається доцентровим прискоренням? Чому?
8. Під дією яких сил виникає доцентрове прискорення конічного маятника?

Лабораторна робота 5
РУХ ТІЛ ПО ПОХИЛІЙ ПЛОЩИНІ

Мета роботи:

1. Вивчення особливостей поступального рівноприскореного руху з урахуванням тертя ковзання під час ковзання тіла з похилої площини з тертям.
2. Вивчення характеристик прискореного обертального руху; визначення коефіцієнта тертя ковзання.

Теоретичні відомості

Тертя – це механічний опір, що виникає під час відносного переміщення двох стичних тіл у площині дотику (тіла взагалі можуть бути твердими, рідкими і газоподібними). *Тертя* – це складний дисипативний необоротний процес, який супроводжується виділенням тепла, електризацією тіл, їх руйнуванням тощо. Сила опору F , яка направлена протилежно відносному переміщенню тіл, називається силою тертя.

Тертя називають *зовнішнім* при виникненні сили тертя між поверхнями двох різних тіл, що стикаються і *внутрішнім*, якщо сили тертя виникають між шарами рідини або газу. Зовнішнє тертя звичайно розділяють на тертя ковзання та тертя кочення. Якщо складова сили, прикладена до тіла паралельна площі стичних поверхонь, недостатня для виникнення ковзання, силу тертя називають *неповною*. Неповна сила тертя змінюється від нуля до деякого максимального значення F_0 , що називається *силою тертя спокою*. При подальшому збільшенні сили, прикладеної до тіла, починається ковзання. Кулон експериментально встановив, що сила тертя ковзання не залежить від площі стичних поверхонь і пропорційна силі нормального тиску (реакції опору).

Відношення граничної сили тертя \vec{F}_{zp} до нормального тиску (притискуючої сили) називається *статичним коефіцієнтом тертя* ($f_0 = F_{zp} / N$). Сила тертя відхиляє повну реакцію \vec{R} від нормалі на кут φ_0 – кут тертя спокою (рис. 1а). Тангенс кута тертя спокою дорівнює статичному коефіцієнту тертя

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = F_{zp} / N = f_0, \quad (1)$$

де \vec{P} – зовнішня рушійна сила.

Відношення сили тертя під час руху до сили нормального тиску називається *динамічним коефіцієнтом тертя ковзання*. Він дещо менший від статичного коефіцієнта тертя ковзання.

При коченні криволінійних поверхонь виникає опір, який називають *тертям кочення*. Воно залежить від пружних властивостей матеріалів, кривизни поверхонь стичних тіл і сили нормального тиску. При русі циліндра по площині в зоні їхнього контакту (рис. 1б) внаслідок деформації площини (деформацією циліндра нехтуємо; це спрощення мало впливає на результат аналізу)

створюються пружні деформації, які розподілені нерівномірно (деформація площини кочення несиметрична).

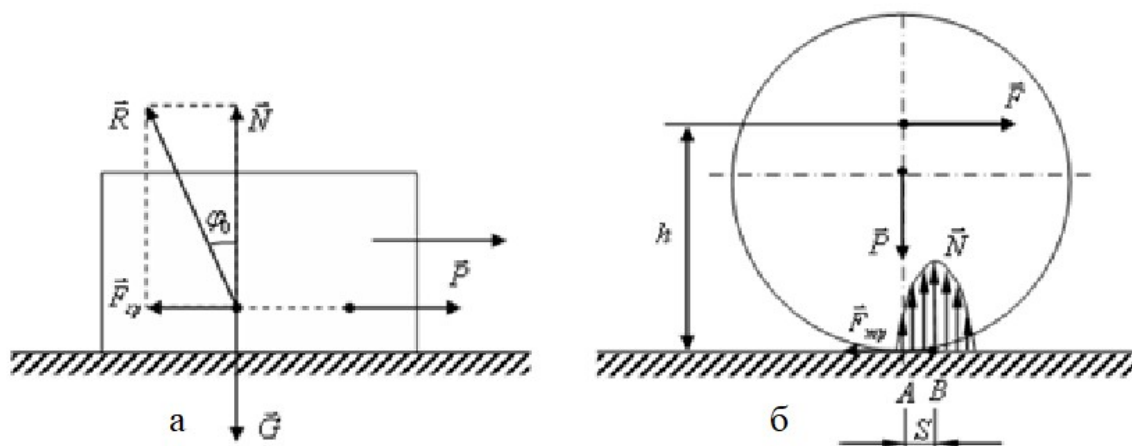


Рис.1. Сили, що діють під час прямолінійного та обертального руху тіла

Позаду циліндра деформація площини не зникає або зникає через деякий час. Це призводить до того, що рівнодійна елементарних сил реакції площини N є похилою до поверхні кочення і не проходить через вісь циліндра. Вона також зміщена відносно вісі циліндра, який котиться, на величину $s=AB$ в бік руху тіла. Відстань s називається *коефіцієнтом тертя кочення*. Для кочення тіла потрібно подолати момент пари сил:

$$M_{mp} = Ps, \quad (2)$$

де P – сила, яка притискує тіло до опорної поверхні.

Якщо до циліндра паралельно опорній площині на відстані h прикладена рушійна сила F , то в зоні контакту виникає сила тертя F_{mp} . Під час рівномірного кочення моменти рушійної сили і опору дорівнюють один одному:

$$F \cdot h = P \cdot s, \quad (3)$$

звідки

$$s = \frac{F \cdot h}{P}. \quad (4)$$

На основі даної формули дослідним шляхом визначається коефіцієнт тертя кочення s .

Для визначення коефіцієнта тертя ковзання використовують горизонтальну або похилу площини. У найпростішому випадку установка для визначення f_0 представляє собою сталюю площину 1, виставлену установочними гвинтами за рівнем строго горизонтально (рис. 2).

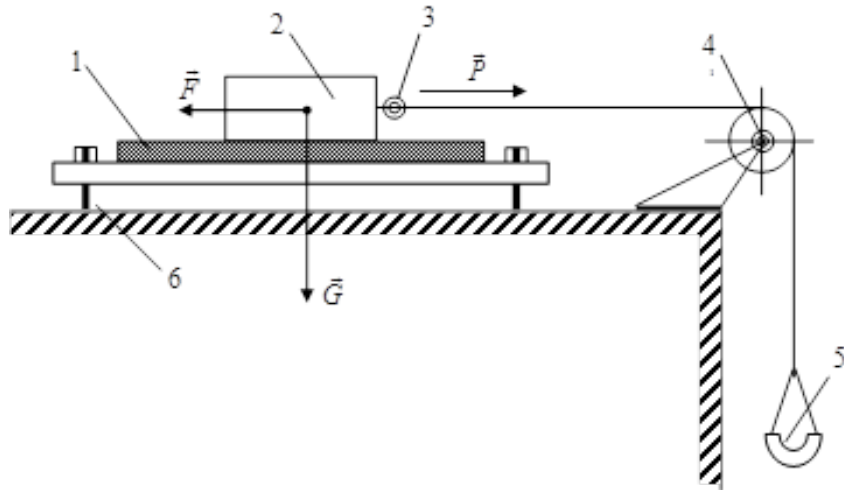


Рис. 2. Установка для визначення коефіцієнта тертя

По площині переміщується брусок 2 (один з пари досліджуваних матеріалів); рекомендується визначити коефіцієнти f_0 для сталі по сталі, чавуну по сталі, пластмаси по сталі і т. д. До бруска гачком 3 кріпиться один кінець шнура, перекинутого через спрямовуючий блок 4 (блок встановлюють паралельно площині 1). До другого кінця шнура прикріплено шальку 5. Шалька поступово навантажується дрібними гирями або дротом доки досліджуваний зразок матеріалу не почне рівномірно рухатись по площині.

Коефіцієнт тертя ковзання f вимірюється також на похилій площині. Похила площина 1 за допомогою гвинтового механізму 4 може бути встановлена під різними кутами α до горизонтальної площини (рис. 3).

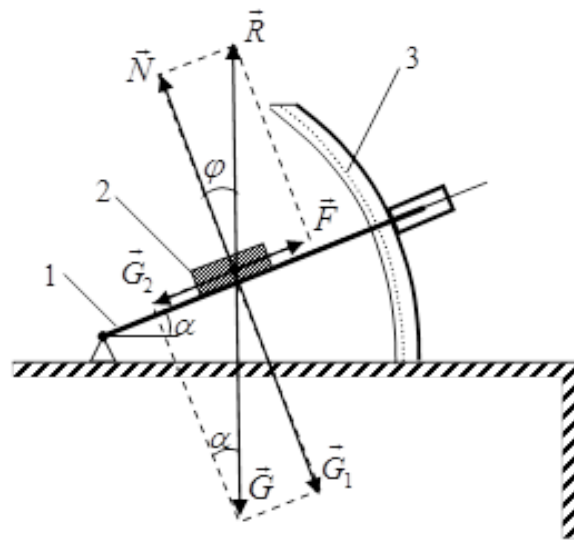


Рис. 3. Установка для визначення коефіцієнта тертя

Величина кута нахилу фіксується по шкалі 3. За збільшення кута α зростає складова сили тяжіння G і також сила тертя спокою F . При $\alpha = \varphi_0$ маємо $F = F_{mp}$ і зразок 2 почне рухатись. Очевидно, що

$$f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (5)$$

Платформа обертається навколо осі 1 в одну сторону на кут до 45° .

Кут нахилу відлічується по шкалі 3. Час, за який зразок пройде відстань l :

$$t = \sqrt{\frac{l}{2g \sin \alpha}}. \quad (6)$$

Це реалізується за умови $F_k = F_{mp}$. Коефіцієнт тертя ковзання $f_0 = \operatorname{tg} \alpha$.

Кінематичний коефіцієнт тертя ковзання за рівноприскореного руху визначається за формулою:

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2l}{gt^2 \cos \alpha} \quad (7)$$

Чисте кочення циліндра (котка) по похилій площині без ковзання реалізується за умови

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} \leq 3f_0, \quad (8)$$

де α_{\max} – найбільший кут нахилу площини, за якого відбувається чисте кочення циліндра.

Коефіцієнт тертя кочення обчислюється за формулою:

$$s = \frac{d}{2} \operatorname{tg} \alpha - \frac{3ld}{gt^2 \cos \alpha} \quad (9)$$

де d – діаметр котка; α – кут нахилу площини до горизонту; l – відстань, яку проходить коток за час t ($v_0=0$).

Порядок виконання роботи

1. Визначення коефіцієнта тертя ковзання

1. Ознайомитися з установками для вимірювання коефіцієнта тертя ковзання на горизонтальній площині.

2. Підготувати зразки матеріалів і опорну площину для роботи (поверхню контакту протерти спеціальною ганчіркою та просушити гарячим повітрям).

3. Поступово навантажувати шальки установок тягарцями, поки зразок не почне рівномірно рухатись. Для кожного зразка дослід повторити 3...5 разів. Обчислити f_0 $f_0 = F_{mp} / N$, де $N = P$ – вага тягарців.

4. При використанні похилої площини виконати операції, аналогічні п.1 та п.2. Змінювати кут нахилу похилої дошки доки зразок під дією сили тяжіння

не почне рухатись. Дослід повторити для кожного зразка 3...5 разів. Обчислити f_0 ($f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0$).

5. Встановити площину під кутом α , більшим від кута тертя. Зафіксувати час t , протягом якого зразок проходить відстань l рівноприскорено. Дослід для кожного зразка повторити 3...5 разів. Обчислити значення кінематичного коефіцієнта тертя ковзання f за формулою (7).

2. Визначення коефіцієнту тертя кочення

1. Засвоїти методику визначення коефіцієнта тертя кочення на похилій площині. Виконати операції, аналогічні п.1 та п.2.

2. Виміряти діаметр котків.

3. Розрахувати α_{\max} .

4. Встановити похилу площину під кутом $\alpha < \alpha_{\max}$.

5. Покласти коток на похилу площину на початку шляху l ; час його проходження виміряти секундоміром. Дослід для кожного зразка повторити 3...5 разів. Обчислити s за формулою (9).

Контрольні запитання та завдання

1. Як формулюється двочленний закон тертя?

2. Як впливають жорсткість та змащення поверхні на коефіцієнт тертя ковзання?

3. Чи може виникнути тертя кочення у випадку абсолютно твердих тіл?

4. Чому коефіцієнт кочення має лінійну розмірність?

5. Поясніть, чому тертя ковзання супроводжується нагріванням тіл, а тертя спокою ні.

6. Які основні джерела похибок при вимірюванні коефіцієнтів тертя?

Лабораторна робота 6
ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

Мета роботи:

1. Повторити основні поняття та закони механіки поступального руху.
2. Дослідити виконання законів механіки поступального руху.
3. Вивчити закон збереження механічної енергії.

Прилади та матеріали:

1. Прилад ПДЗМ;
2. Фото датчик;
3. Динамометр;
4. Секундомір;
5. Нагнітач повітря;
6. Джерело живлення.

Теоретичні відомості.

Механіка представляє собою вчення про прості форми руху матерії, які виникають при переміщенні тіл або їх частин одна відносно іншої. Кінематика – розділ механіки, який вивчає закономірності відносного руху в просторі не залежно від факторів, що спричиняють або змінюють цей рух.

Основними поняттями в кінематиці являються шлях (S), швидкість (v) та прискорення (a).

Якщо за будь-які рівні проміжки часу тіло проходить однаковий шлях – такий рух називається рівномірним. Швидкість, у цьому випадку являється постійною величиною та не залежить від часу. А величина шляху визначається за формулою:

$$S = v \cdot t. \quad (1)$$

Якщо вектор швидкості залежить від часу, тобто $\vec{v} = \vec{v}(t)$, тоді за однакові проміжки часу тіло проходить різні проміжки шляху. Такий рух називається нерівномірним.

Нерівномірний рух, за якого зміна швидкості $\Delta\vec{v}$ за рівні проміжки часу Δt являється постійною величиною, називають рівнозмінним. Відношення

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a} \quad (2)$$

являється прискоренням руху.

Нехай тіло пройшло шлях ΔS за час Δt , тоді можна вважати, що на даній ділянці тіло рухається з середньою швидкістю

$$v_{\text{сеп}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (3)$$

Якщо вибрати Δt нескінченно малим, то і приріст радіус-вектора, який визначає положення тіла на траєкторії, буде малим, за таких умов величина рівна

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad (4)$$

називається миттєвою швидкістю. Миттєве прискорення при нерівномірному русі буде визначатися як

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (5)$$

Механічну взаємодію тіл в кінцевому результаті можна охарактеризувати єдиним фактором – силою. Поняття сили належить до числа первинних понять фізики та формального визначення не має. Повсякденний дослід показує, що сила здатна змінювати рух тіл.

Механічний рух тіл у зв'язку з утворюючою або змінюючою цей рух взаємодією тіл вивчає динаміка.

Основними законами динаміки є: закони Ньютона; закон збереження імпульсу; закон збереження та перетворення механічної енергії потенціального (консервативного) поля сил.

Закон збереження імпульсу для замкнутої системи є слідством II-го та III-го законів Ньютона та записується у такому вигляді

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const, \quad (6)$$

де \vec{p}_i – імпульс i -тої складової замкнутої системи.

Взаємодія тіл може бути короткочасною, наприклад, зіткнення (удар) двох тіл, що рухаються. При цьому абсолютно пружним ударом називається удар, після якого деформація тіл повністю зникає, а механічна енергія не перетворюється в інші види енергії. У цьому випадку виконується і закон збереження імпульсу (6.6).

Абсолютно непружним називається удар, за якого деформація тіл після удару не зникає, а тіла продовжують взаємний рух. При цьому частина енергії переходить у внутрішню енергію тіла, пов'язану з їх деформацією, а механічна енергія не зберігається.

Швидкість руху тіл масами m_1 та m_2 після такого удару, визначається співвідношенням

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

У динаміці поступального руху розрізняють два види механічної енергії – кінетичну та потенціальну. Кінетична енергія E_k пов'язана зі швидкістю руху тіла співвідношенням

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (8)$$

Зміна кінетичної енергії тіла відбувається за здійснення роботи A силами, що викликають чи змінюють характер руху тіла

$$A = \Delta E_k. \quad (9)$$

Але, не тільки рухоме тіло здатне здійснювати роботу. Можливість тіла здійснювати роботу може бути пов'язана з його положенням в силовому полі, в кожній точці якого на тіло діє цілком визначена сила. Енергія, яку при цьому має тіло, називається потенціальною.

Роботу вважають додатною ($A > 0$), якщо вона здійснюється над тілом; якщо ж тіло здійснює роботу, тоді – від'ємною ($A < 0$).

Закон збереження та перетворення механічної енергії для замкнутої системи в потенціальному полі сил, має вигляд

$$E = E_k + U, \quad (10)$$

де U – потенціальна енергія; E_k – кінетична енергія; E – повна механічна енергія.

Зручним для вивчення та демонстрації основних законів кінематики та динаміки поступального руху являється обладнання, в основу якого покладено принцип руху тіл на повітряній подушці. Новітні досягнення техніки дозволили здійснити даний принцип для тіл великої маси. Катера-амфібії можуть також легко рухатися на суходолі, як і на воді. При цьому сили тертя, що виникають під час руху, обумовлюються тільки тертям поверхні тіла об повітря. У випадку тіл малих розмірів сили тертя за такого руху практично відсутні.

Таким чином, при вивченні руху тіла на повітряній подушці силами тертя можна знехтувати. Це важливо при вивченні законів механіки, оскільки сили тертя не являються консервативними.

Опис установки

Установка для демонстрації законів механіки поступального руху (рис. 1) складається з наступних частин: направляючої монорейки (1); кареток (3), що рухаються на повітряній подушці; повітрянагнітача (2).

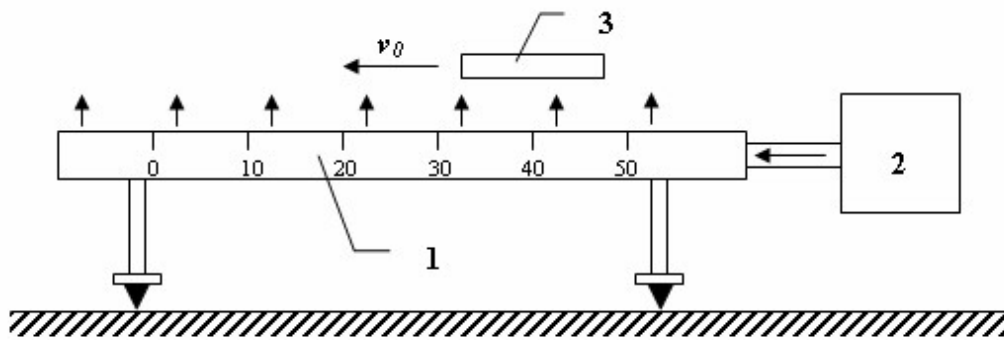


Рис. 1. Схема експериментальної установки

В електричну схему прибору входять: пульт керування, електромагніти, фотодатчик, секундомір та випрямляч, що забезпечує функції управління, контролю та реєстрації проміжків часу та шляху під час проведення дослідів.

Схема працює у двох режимах. У першому режимі секундомір працює як датчик проміжків часу. У другому режимі секундомір вимірює час, за який здійснюється рух кареток вздовж монорейки.

Порядок зборки схеми

1. Прикріпити шланг повітрянагнітача через спеціальний патрубков до монорейки.

2. Встановити на торець монорейки вузол скидання тиску таким чином, щоб забезпечити легкість виходу штиря із зачеплення з клапаном та достатню густину закривання клапана, та закріпити гвинтами. Регулювання проводити при працюючому нагнітачі.

3. Встановити за допомогою болтів пускові магніти на правому та лівому кінці монорейки.

4. Встановити прилад на демонстраційному столі в горизонтальному положенні з допомогою установочних ніжок по рівню. Кінцеву установку монорейки проводять за встановленим положенням каретки. Для цього слід поставити каретку на монорейку, включити повітрянагнітач і за допомогою регулятора напруги настроїти необхідний надлишковий тиск в монорейці, який створює повітряну подушку під кареткою. Регулюючими болтами домогтися нерухомого положення каретки з однаковим зазором між юбками та монорейкою.

5. У вихідному положенні тумблер “Пуск-Викл.” пульта повинен знаходитися в положенні “Викл.”, стрілки секундоміра повинні бути виставлені в початковому положенні, при цьому лампа на пульті не повинна горіти. Для виключення перегріву сердечників пускових магнітів випрямляч підключають до пульта безпосередньо перед початком демонстрації дослідів.

Принцип роботи установки

Рух по монорейці виконує П-подібне тіло – каретка, юбка якої облягає по бокам монорейку. Наявність юбки забезпечує не тільки орієнтацію руху вздовж монорейки, але й центрування каретки в поперечній площині відносно

поздовжньої осі монорейки. У дослідах використовують два типи пластмасових кареток: довжиною 100 мм, масою 50 г (мала каретка) та довжиною 200 мм, масою 100 г (велика каретка).

На обох кінцях верхньої площини каретки є пази для установки буферів.

В залежності від дослідів використовують два типи буферів: пружинний та жорсткий. Як у пружних, так і у жорстких буферів в верхній частині держателів знаходяться циліндричні сталеві пластини, завдяки яким каретки утримуються в початковому положенні за рахунок притягування їх до сердечників пускових електромагнітів. При вимкненому електричному струмі пускових магнітів та переводі тумблера в положення «Пуск» на пульті управління пристрою відбувається зникнення магнітного поля електромагніта (сили тяжіння), тоді під дією сили стискання пружини буфера (або складової сили тяжіння при нахилі пристрою на 1-3 градуси) відбувається відштовхування та рух кареток.

Відлік пройдених кареткою відрізків шляху проводиться за рухомою шкалою.

Пульт керування являє собою командно-сигнальний пристрій, змонтований в металічному корпусі. В середині корпусу пульта знаходиться панель, на якій виконано монтаж елементів електричної схеми. Частина елементів електричної схеми знаходиться на лицьовій панелі: тумблер пуску, тумблер переключення режиму роботи схеми, ліхтар з сигнальною лампою, клеми для підключення: фотодатчика, секундоміра, пускових магнітів та електромагніта скидання тиску.

Вузол скидання тиску являє собою пристрій, призначений для скидання надмірного тиску всередині порожнини монорейки.

Фотодатчик призначений для роботи електросхеми під час демонстрації досліду «Визначення миттєвої швидкості». Пристрій складається з кронштейна, на якому встановлено: фотодіод, конденсор та лампу накаливання.

При проходженні прапорця каретки між конденсатором та фотодіодом світловий промінь перекривається і фотодіод відповідно приводить схему в стан, за якого проходить відлік часу. При виході прапорця каретки зі світлового променя реле зупиняє запущений секундомір.

Визначення миттєвої швидкості проводять діленням довжини прапорця на час, відрахований секундоміром.

Динамометр призначений для визначення сили в межах 0-0,06 Н. Каретка, на жорсткий буфер якої надівається нитка вимірювального пристрою, рухаючись під дією складової сили тяги по похилій монорейці, переміщає стрілку динамометра на кут, відповідний цій силі.

Пусковий магніт представляє собою прилад, призначений для утримування каретки в початковому положенні. В момент зняття напруги з обмотки електромагніта каретка з пружинним буфером, знаходячись в стягнутому електромагнітом положенні, відштовхується від упора пускового магніту та починає рух.

1. Вивчення законів механіки поступально руху.

Порядок виконання роботи. Демонстрація руху на повітряній подушці.

1. Вихідний стан пристрою.

- а) тумблер «Викл.-Пуск» на пульті ПДЗМ – в положенні «Викл»;
- б) тумблер вибору режиму «1-2» на пульті ПДЗМ – в положенні «1»;
- в) секундомір СЕД-1 – «Викл.».

2. Виключити нагнітач повітря. На монорейку встановити малу каретку з двома пружинами на буферах. Підвести круглу металічну вставку буфера до сердечника електромагніта.

3. Перевести тумблер «Викл.-Пуск» в положення «Пуск». При цьому каретка починає рухатися то в одну, то в іншу сторону. Швидкість руху каретки зменшується слабо. Це означає, що впливом консервативних сил тертя на швидкість руху каретки можна знехтувати, тобто виконується закон збереження механічної енергії.

4. Повторити експеримент з великою кареткою. Показати, що за однакових швидкостей запас кінетичної енергії у великої каретки більший, ніж у малої.

2. Закон збереження механічної енергії

1. Вихідний стан пристрою згідно пунктам 1а); 1б) попереднього розділу.

2. Увімкнути секундомір СЕД-1. Тумблер «Секундомір-Датчик» в положенні «Датчик».

3. Задати на секундомірі СЕД-1 час $t=0,5-0,8$ с.

4. Встановити у вихідне положення малу каретку с одним пружинним буфером.

5. Перевести тумблер на пульті керування в положення «Пуск». Каретка за час t пройде шлях S_1 .

6. Помістити на каретку тягарець $m_2=100$ г та забезпечити рух каретки з тягарцем згідно з попередніми вказівками. Каретка пройде шлях S_2 .

Оскільки рух каретки можна вважати рівномірним, а енергія деформації пружини переходить в кінетичну енергію руху каретки, тоді

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2},$$

тобто, буде виконуватися співвідношення

$$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}},$$

де m_1 – маса каретки; m_2 – маса тягарців.

3. Закон збереження імпульсу при абсолютно пружному та непружному ударі

1. Встановити на двох протилежних кінцях горизонтально встановленої монорейки дві каретки з закріпленими на них пружинними буферами; підібрати однакову масу кареток.

2. Увімкнути прилад і цим самим здійснити рух кареток по монорейці. Імпульс каретки, що рухається в одному напрямку дорівнює « $-m\vec{v}$ », а тої, що рухається назустріч – « $+m\vec{v}$ ». Після пружного удару змінюються знаки початкових імпульсів: імпульс першої буде дорівнювати « $+m\vec{v}$ », а другої – « $-m\vec{v}$ ».

3. На секундомірі СЕД-1 задати проміжок часу, по закінченню якого каретки після пружного удару і проходження після цього рівних проміжків шляху зупиняться.

4. При знятих з обох кареток пружинних буферах і зміні їх на жорсткі, провести дослід із закріпленням на одному з буферів куском пластиліну. При цьому каретки повинні зупинитися, тобто в даному випадку доводиться, що сума імпульсів тіл, що складають замкнуту систему, залишається незмінною за будь-яких взаємодій тіл цієї системи між собою.

4. Визначення миттєвої швидкості

1. Установити тумблер секундоміра СЕД-1 в режим «Секундомір», тумблер «Режим» на пульті приладу в положення «2».

2. Установити та закріпити на рамі пристрою фотодатчик на відстані не менше 100мм від початку відліку руху, закріпивши його на направляючій опорній рамі монорейки гвинтом.

3. Підключити вилку фотодатчика до клем ФД пульта керування прибором.

4. Встановити на штир каретки короткий прапорець, а каретку з пружинним буфером у вихідне положення на монорейці.

5. Включити нагнітальний пристрій, а потім тумблер «Пуск-Викл.» в положення «Пуск», розміщений на пульті керування. Відношення пройденого кареткою шляху ΔS_1 за безкінечно малий відрізок часу Δt_1 (час проходження прапорця через світловий потік) буде шуканою миттєвою швидкістю, тобто

$$v = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1}.$$

6. Повторити дослід з більш довгим (ΔS_2) прапорцем. При цьому $v = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2}$.

Контрольні запитання та завдання

1. Який рух тіл називають: поступальним, обертальним.
2. Дати визначення швидкості та прискоренню.
3. Сформулювати закон збереження імпульсу.
4. Сформулювати закон збереження механічної енергії.
5. Що таке абсолютно пружний та непружний удари. Які закони збереження виконуються при них.

Лабораторна робота 7
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ КРУГЛИХ ТІЛ ЗА
ДОПОМОГОЮ ПОХИЛОЇ ПЛОЩИНИ**

Мета роботи:

Експериментально визначити моменти інерції стержня і тіла правильної геометричної форми. Ця робота виконується з застосуванням закону збереження повної механічної енергії.

Прилади та матеріали:

1. Похила площина,
2. Набір тіл різної геометричної форми,
3. Лінійка,
4. Штангенциркуль,
5. Секундомір.

Теоретичні відомості.

Момент інерції J твердого тіла правильної геометричної форми відносно осі, що проходить через центр мас, визначається виразом:

$$J = \int r^2 dm, \quad (1)$$

де r – відстань від осі обертання до елемента маси dm , інтегрування проводиться по всьому об'єму тіла.

Обчислення інтеграла (1) для тіл різноманітної форми дають такі формули для визначення моментів інерції:

колеса (тонкого обруча):

$$J_{\text{Кол.}} = mR^2, \quad (2)$$

де R – радіус колеса;
суцільного диска і циліндра:

$$J_{\text{Д}} = \frac{1}{2} mR^2, \quad (3)$$

де R – радіус циліндра;
порожнистого циліндра:

$$J_{\text{Ц}} = \frac{1}{2} mR^2 \left(1 + \frac{R_0^2}{R^2} \right), \quad (4)$$

де R – зовнішній радіус циліндра; R_0 – внутрішній радіус циліндра;
суцільної кулі:

$$J_{\text{Кул.}} = \frac{2}{5} mR^2, \quad (5)$$

де R – радіус кулі;

порожнистої кулі:

$$J_{\text{ПКул.}} = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - R_0^5}{R^3 - R_0^3}, \quad (6)$$

де R – зовнішній радіус кулі; R_0 – внутрішній радіус кулі;
тонкого стрижня:

$$J_{\text{ТС}} = \frac{1}{12} m \ell^2, \quad (7)$$

де l – довжина стрижня.

Формули (2) – (7) дозволяють розраховувати моменти інерції відповідних тіл. Проте на практиці не всі параметри, що входять у ці формули, піддаються безпосередньому виміру, наприклад, радіус внутрішньої порожнини. У цьому випадку момент інерції тіла можна визначити тільки експериментально.

Опис установки

Установка (рис. 1) являє собою похилу площину висотою h , довжиною l і кутом нахилу α . Тіло масою m і радіусом R , що знаходиться на похилій площині, під дією сил тяжіння ($m\vec{g}$) і реакції опори (\vec{N}) буде скочуватися з неї рівноприскорено з нульовою початковою швидкістю.

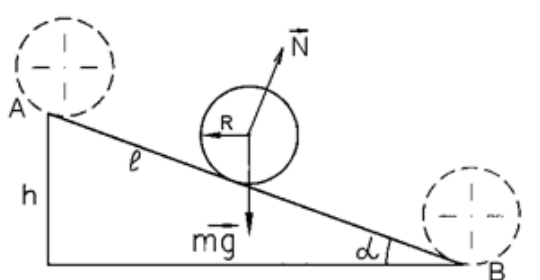


Рис. 1. Експериментальна установка

Якщо кут нахилу α малий, а тертя скочування мале, і ним можна знехтувати, то для тіла, що скочується, виконується закон збереження механічної енергії:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}, \quad (8)$$

де $W_{\text{к}}$ і $W_{\text{п}}$ – відповідно, кінетична і потенціальна енергії тіла.

У початковий момент часу в точці A тіло перебуває в стані спокою ($\vec{v}_0 = 0$), тобто його кінетична енергія дорівнює нулю, і повна енергія дорівнює максимальному значенню потенціальної енергії.

$$W = W_{\text{п}} = mgh, \quad (9)$$

де m – маса тіла; g – прискорення вільного падіння; h – висота, відлічена від основи похилої площини.

У точці B потенціальна енергія дорівнює нулю ($h=0$) і повна енергія дорівнює максимальному значенню кінетичної енергії тіла, що котиться:

$$W = W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (10)$$

де v – швидкість поступального руху центра мас тіла в кінці похилої площини; J – момент інерції тіла відносно осі обертання; ω – кутова швидкість тіла наприкінці похилої площини.

В силу закону збереження повної механічної енергії вирази (9) і (10) повинні бути рівні

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (11)$$

звідки

$$J = \frac{2mgh}{\omega^2} - \frac{mv^2}{\omega^2}, \quad (12)$$

Враховуючи зв'язок кутової і лінійної швидкості $\omega = \frac{v}{R}$, одержимо

$$J = \frac{2mghR^2}{v^2} - mR^2 = mR^2 \left(\frac{2gh}{v^2} - 1 \right). \quad (13)$$

Швидкість v поступального руху тіла при рівноприскореному русі з нульовою початковою швидкістю

$$v = at, \quad (14)$$

де t – час скочування тіла з похилої площини; a – прискорення тіла.

Прискорення a визначимо з формули для шляху при рівноприскореному русі з нульовою початковою швидкістю

$$a = \frac{2\ell}{t^2}. \quad (15)$$

Підставляючи (14) і (15) у (13), одержуємо остаточну формулу для визначення момента інерції

$$J = mR^2 \left(\frac{ght^2}{2\ell^2} - 1 \right). \quad (16)$$

Порядок виконання роботи

1. Виміряти радіус стрижня R , висоту скочування h і шлях l , пройдений тілом уздовж похилої площини. Отримані дані разом із значеннями мас тіл, зазначеними на установці, записати у таблицю.

2. Встановити стрижень у верхній частині похилої площини, притримуючи його рукою, а потім відпустити, включивши одночасно секундомір.

3. Виміряти час t , протягом якого стержень пройде шлях l . Дослід повторити тричі, визначаючи, відповідно, часи t_1, t_2, t_3 . Всі дані занести у таблицю 1.

4. Повторити пункти 2-3 для системи «стрижень+тіло» для одного з трьох тіл, закріплених на стрижнях (за вказівкою викладача).

Таблиця 1

Тіло	m , кг	t , с	$\langle t \rangle$, с	J , кг·м ²	J_T , кг·м ²	Δm кг	Δt , с	$\frac{\Delta J}{J}$	ΔJ кг·м ²
Стрижень									
Вказати тіло на стрижні						—	—	—	—
$R = \dots \text{ м}, h = \dots \text{ м}, \ell = \dots \text{ м}$ $\Delta R = \dots \text{ м}, \Delta h = \dots \text{ м}, \Delta \ell = \dots \text{ м}$									

Обробка результатів вимірів

1. Визначити середнє значення $\langle t \rangle$ часу скочування.
2. Обчислити значення моменту інерції J_c стрижня за формулою (16) і записати у таблицю 1.
3. Обчислити значення моменту інерції системи «стрижень+тіло» J за формулою (16) і записати у таблицю 1.
4. Визначити момент інерції тіла, що знаходиться на стрижні (або колеса $J_{\text{кол}}$, або диска J_d або кулі $J_{\text{кул}}$). Для цього з отриманих за формулою (16) значень сумарних моментів інерції (системи «стрижень+тіло») треба відняти момент інерції стержня J_c . Дані записати у вигляді: $J_{\text{тіла}} = J - J_{\text{стрижня}}$.
5. Обчислити відносну й абсолютні похибки вимірів.
6. Записати остаточний результат.

Контрольні запитання та завдання

1. Що називається моментом інерції тіла довільної форми? Від чого залежить момент інерції тіла?
2. Запишіть формули для визначення моменту інерції тіл правильної форми (шара, диска, обруча) щодо осі, що проходить через центр мас цих тіл.
3. Дайте визначення кінетичної та потенціальної енергій тіла.
4. Запишіть вираз для кінетичної енергії тіла, що котиться.
5. Який закон збереження лежить в основі цієї лабораторної роботи? Сформулюйте його. Поясніть, як він виконується у нашому експерименті.
6. Доведіть, що швидкість тіла, що скочується з похилої площини, не залежить від його маси.
7. Покажіть, від яких параметрів у даному випадку залежить швидкість тіла.

Лабораторна робота 8
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА ДОВІЛЬНОЇ
ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ**

Мета роботи:

Метою роботи є визначення моментів інерції тіл правильної та довільної геометричної форми.

Прилади і матеріали:

1. Диск на металевому підвісі;
2. Набір досліджуваних тіл;
3. Штангенциркуль;
4. Електричний секундомір.

Теоретичні відомості

При вивченні законів обертального руху запроваджується поняття про момент інерції твердого тіла. Моментом інерції матеріальної точки (I) відносно даної вісі обертання називають величину, яка дорівнює добутку маси матеріальної точки (m) та квадрату її відстані від осі обертання (r):

$$I = m \cdot r^2. \quad (1)$$

При обертанні навколо даної вісі не матеріальної точки, а цілого твердого тіла, можна розглядати тверде тіло як систему жорстко зв'язаних між собою матеріальних точок з масами $m_1, m_2 \dots m_n$, які розташовані на відстані $r_1, r_2 \dots r_n$ від вісі обертання. Моментом інерції тіла називають суму моментів усіх матеріальних точок тіла:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2)$$

Моменти інерції тіл правильної геометричної форми та однорідних за складом визначають за допомогою розрахунків. Наприклад, момент інерції суцільного диска або циліндра відносно осі, яка проходить крізь його геометричний центр, дорівнює

$$I_0 = \frac{1}{2} m r^2. \quad (3)$$

де m – маса диска (циліндра); r – радіус тіла.

Безпосереднє знаходження моменту інерції тіла неправильної (довільної) геометричної форми досить ускладнене. Гаус запропонував знаходити момент інерції тіла довільної форми шляхом порівняння періодів крутильних коливань

цього тіла з періодом коливань тіла правильної геометричної форми, момент інерції якого відомий.

Прилад для даної роботи складається з однорідного металевого диска, який підвішений на кінці металевого дроту, закріпленого зверху на кронштейні (рис. 1).

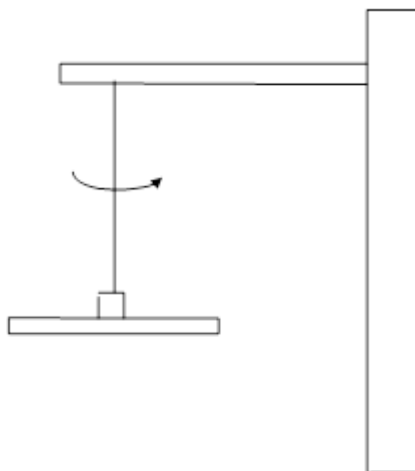


Рис. 1. Схема експериментальної установки

Якщо диск здійснює крутильні коливання, то спостерігаючи їх можна виміряти період таких коливань T .

Нехай період крутильних коливань диска дорівнює T_0 . Залежність між періодом крутильних коливань тіла та модулем крутіння дроту, на який підвішене тіло, має вигляд:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{\sigma}}, \quad (4)$$

де T_0 – період крутильних коливань диска; I_0 – момент інерції диска відносно осі обертання, який можна визначити за формулою (3); σ – модуль крутіння дроту.

На диск кладуть тверде тіло, момент інерції якого (I) треба знайти. Тепер момент інерції всієї системи відрізняється від I_0 та від I і дорівнює сумі моментів інерції обох тіл:

$$I_1 = I_0 + I. \quad (5)$$

Одержану систему тіл приводять до крутильного коливального руху і визначають період коливання системи T_1 :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{\sigma}}. \quad (6)$$

У виразах (4) та (5) значення модуля крутіння одне й теж саме, оскільки підвіс системи незмінний. Відношення періодів коливань диска та системи буде мати вигляд:

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{I_0/\sigma}}{2\pi\sqrt{I_1/\sigma}} = \sqrt{\frac{I_0}{I_1}}. \quad (7)$$

Далі отриманий вираз зведемо до квадрату та з урахуванням формули (5) отримаємо:

$$\frac{T_0^2}{T_1^2} = \frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{I_0 + I}. \quad (8)$$

З даного виразу отримуємо кінцеву робочу формулу:

$$I = I_0 \frac{T_1^2 - T_0^2}{T_0^2}. \quad (9)$$

За цією формулою можна визначати момент інерції тіл довільної геометричної форми.

Порядок виконання роботи

1. Визначити радіус диска. Для цього проводять вимірювання діаметру диска за допомогою штангенциркуля в декількох напрямках та беруть середнє арифметичне значення.

2. Розрахувати момент інерції диска за формулою (3), визначивши заздалегідь масу диска m (шляхом зважування на терезах чи довідавшись у лаборанта).

3. Повернути (передчасно закріпивши його на дроті) диск навколо вертикальної осі (рис. 1) на малий кут та відпустити його.

4. Увімкнути секундомір й відрахувати час 10...20 повних коливань t_0 . Знайти період одного повного коливання за формулою:

$$T_0 = \frac{t_0}{n},$$

де n – кількість крутильних коливань.

5. Покласти на диск досліджуване тіло (диск з прорізю), центруючи його положення. Привести одержану систему до крутильного коливального руху та визначити період коливань системи:

$$T_1 = \frac{t_1}{n}.$$

6. Обчислити момент інерції досліджуваного тіла I за формулою (9).

7. Повторити експеримент 5...7 разів. Обчислити похибку вимірювання моменту інерції та представити результат у вигляді:

$$I = \langle I \rangle \pm I \quad (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

Контрольні запитання і завдання

1. Визначити поняття обертального та поступального руху.
2. Визначити момент інерції матеріальної точки I тіла відносно даної осі.
3. Фізичний смисл моменту інерції. Від яких параметрів він залежить?
4. Назвати моменти інерції твердих тіл правильної геометричної форми.
5. Сформулювати теорему Штейнера.
6. Як обчислити похибки вимірів моменту інерції?
7. Що називають моментом сили? Як визначають його напрямок і числове значення? Які одиниці вимірювання моменту сили?
8. Що таке кутова швидкість тіла і як вона спрямована?
9. Що таке кутове прискорення тіла і яка причина його виникнення? Як спрямоване кутове прискорення?
10. Сформулювати основний закон динаміки обертального руху.
11. Одиниці кутового прискорення, моменту сили і моменту інерції тіла.

Навчальне видання

Склали: **ПАК АНДРІЙ ОЛЕГОВИЧ**
СНІЯЄВА ОЛЬГА ВОЛОДИМИРІВНА
ПАК АЛІНА ВОЛОДИМИРІВНА
ОЛІЙНИК НАДІЯ МИКОЛАЇВНА

«ФІЗИКА»

Частина 1: Кінематика та динаміка

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної (заочної) форми навчання освітньо-професійної та освітньо-наукової програм «Агроінженерія», «Галузеве машинобудування», «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Підп. до др. Формат 60x84 1/16

Папір газет. Друк офс. Ум. друк арк. Обл.-вид. арк.

Ум. фабр. – відб.: Тираж прим. Зам.

Державний біотехнологічний університет
61002 Харків, вул. Алчевських 44
