

**Стабильность работы гидроподкормщиков
и равномерность внесения удобрений**

Нетецкий Л.Г., ст. преп.

*(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
им. Петра Василенко)*

Описывается математическая модель гидроподкормщика в котором, установлены стабилизирующие элементы. Рассматриваются дифференциальные уравнения, описывающие нестационарное движение жидкости в устройстве. Исследованы факторы, влияющие на стабильность системы и равномерность внесения удобрений во время полива.

Внесение удобрений с поливной водой осуществляется с помощью специальных устройств и установок именуемых гидроподкормщиками, или подкормщиками. Гидроподкормщики предназначаются для использования на дождевальных и поливных машинах, различных ирригационных установках и оросительных системах. Они служат для приготовления удобрительных растворов из сухих туков или накопления их жидких форм и дозирования исходных веществ в поток поливной воды через всасывающую линию насоса или напорную магистраль, а также в открытые каналы. Рассмотрим устройство и принцип работы гидроподкормщика для подачи раствора удобрений в напорный трубопровод.

Для описания движения жидкости через основные элементы гидроподкормщика получим дифференциальные уравнения неустановившегося движения жидкости в трубопроводе. Следуя [1] для прямолинейного участка трубопровода переменного сечения, предполагаем трубопровод телом вращения с произвольной криволинейной образующей $r = r(x)$, (r -- радиус сечения).

Выделим двумя нормальными к оси трубопровода сечениями элемент жидкости dx . Ось x направлена вдоль оси трубопровода по направлению движения жидкости. Деформацией трубопровода и деформацией жидкости пренебрегаем.

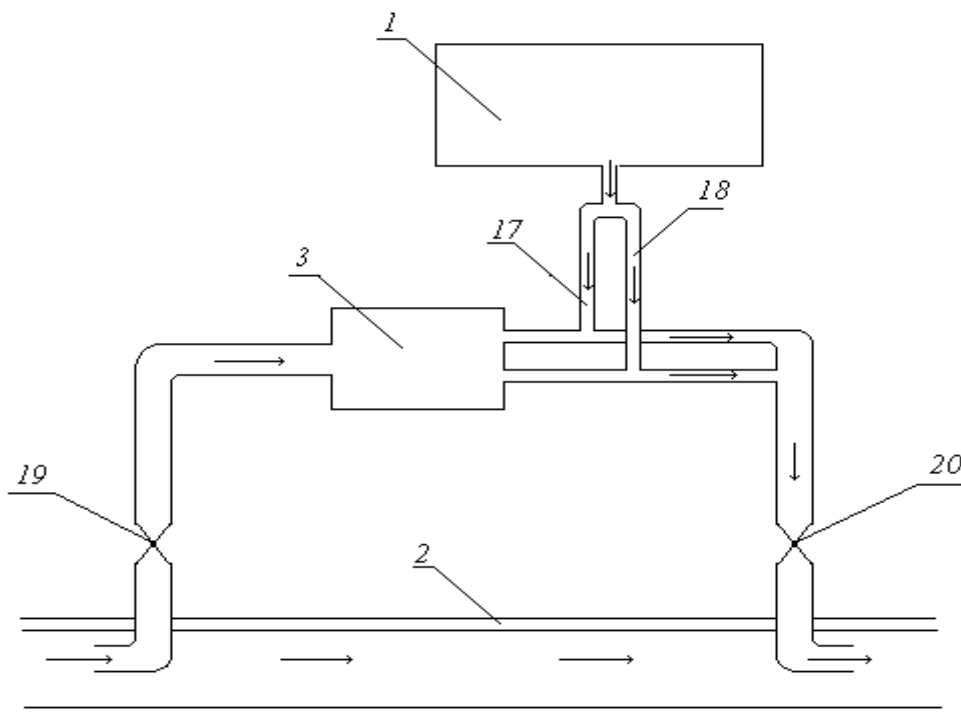


Рис.1. Схема движения потоков жидкости.

Составим выражения для проекций на ось OX всех сил, действующих на выделенный элемент жидкости, включая силы инерции:

- проекция равнодействующей гидравлического давления по ограничивающим элемент сечениям равна

$$F_1 = -\frac{\partial}{\partial x}(p\omega)dx, \quad (1)$$

где: $\omega = \omega(x)$ - площадь сечения,

$p = p(x)$ - давление жидкости (по сечению давление полагаем постоянным);

- проекция сил реакции стены трубопровода определяется из следующих соображений. Длина образующей выделенного элемента равна $\frac{dx}{\cos \beta}$ (см. рис.2).

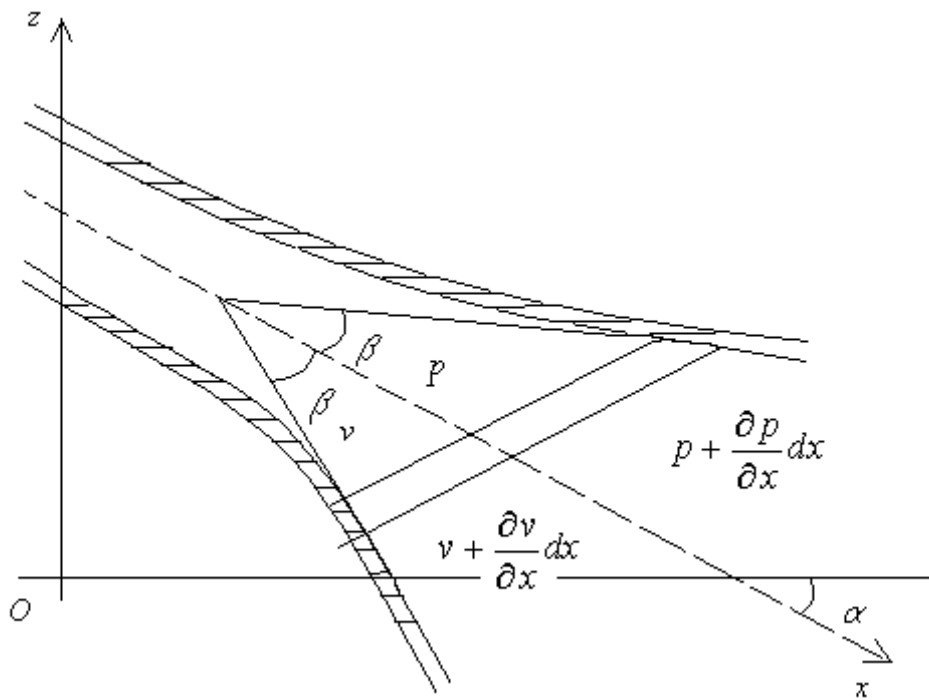


Рис. 2. Проекции сил, действующих на выделенный элемент жидкости

Проекция на ось Ox сил давления, действующих на боковую поверхность рассматриваемого элемента, составляет

$$F_2 = p \frac{dx}{\cos \beta} 2\pi r \sin \beta = 2\pi r p \operatorname{tg} \beta dr,$$

так как $\operatorname{tg} \beta = \frac{dr}{dx}$, получим

$$F_2 = 2\pi r p \frac{dr}{dx} dx = p d\omega,$$

- проекция веса жидкости будет равна

$$F_3 = \rho g \omega dx \sin \alpha = -\rho g \omega dz, \quad (2)$$

где: z - ордината центра сечения,

ρ - плотность жидкости,

g - ускорение свободного падения;

- гидравлические сопротивления можно представить как действие касательных напряжений τ , приложенных к боковой поверхности элемента и направленных навстречу течению жидкости

$$F_4 = -\tau \frac{dr}{\cos \beta} 2\pi r \cos \beta = -\tau \omega dx \frac{2}{r} = -\frac{r}{R} \omega dx,$$

где $R = \frac{r}{2}$ - гидравлический радиус сечения. (Иногда вводят в рассмотрение гидравлический уклон (уклон сопротивлений $i = \frac{r}{Rg\rho}$), в этом случае

$$F_4 = -\rho g i dx);$$

- приложенные к жидкости силы инерции дадут проекцию

$$F_5 = -\rho \omega dx \frac{dv}{dt} = -\rho \omega dx \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

где v - средняя по сечению скорость жидкости.

Приравнявая нулю, в соответствии с принципом Даламбера, сумму всех проекций, получим

$$-\omega \frac{\partial p}{\partial x} - p \frac{d\omega}{dx} + p \frac{d\omega}{dx} - \rho g \omega \frac{dz}{dx} - \frac{r}{r} \omega - \rho \omega \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0,$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{dz}{dx} + \frac{1}{r} \frac{r}{R} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial x} = 0$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{r}{R} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Заметим, что уравнение (7) можно было получить непосредственно применив закон изменения количества движения к конечному объему жидкости, а уравнение (6) формально можно получить воспользовавшись уравнениями Навье-Стокса.

Уравнения Навье-Стокса для вязкой жидкости в форме Громеки-Лемба имеют вид [3]

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \frac{v^2}{2} + \nu \nabla^2 \vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}), \quad (4)$$

где \vec{F} - главный вектор внешних массовых сил,

ν - кинематический коэффициент вязкости $\left(\nu = \frac{\mu}{\rho} \right)$,

$$\nabla^2 = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad \text{-- оператор Гамильтона,}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{-- оператор Лапласа,}$$

причем

$$\nabla^2 \vec{v} = \vec{i} \nabla^2 v_x + \vec{j} \nabla^2 v_y + \vec{k} \nabla^2 v_z.$$

Кроме этого примем, что внешние массовые силы обладают потенциалом $\vec{F} = \vec{\nabla} \Phi$, и жидкость несжимаемая ($\rho = \text{const}$). Получим

$$\vec{\nabla} \left(\Phi + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) - \nu \nabla^2 \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{v} * (\vec{\nabla} \times \vec{v}).$$

Положим, что, как и ранее, из числа массовых сил действует только сила тяжести $\Phi = gz$. Применим уравнение (9) к элементарной струйке. Если струйка прямолинейная и параллельна оси OX получим уравнение аналогичное (4)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) + \nu \nabla^2 \vec{v} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Для того чтобы применить это уравнение к трубопроводу следовало, вообще говоря, выполнить осреднение по сечению.

Сравнив уравнения (6) и (10) замечаем, что они различаются только слагаемыми учитывающими потери на трение (вязкость).

Если уравнение (9) умножить на $d\vec{s}$ (отрезок дуги к линии тока) и проинтегрировать от s_1 до s_2 , то получим уравнение (7), в котором вместо h_c следует записать h_c' , где

$$h_c' = -\frac{\nu}{g} \int_{s_1}^{s_2} (\nabla^2 v_x dx + \nabla^2 v_y dy + \nabla^2 v_z dz).$$

Различие двух подходов при учете сил сопротивления оказалось существенным. Причина в следующем. Хотя при выводе уравнений Навье-Стокса не делается предположений о режиме движения жидкости (ламинарный

– турбулентный), использовать эти уравнения для получения прикладных решений при турбулентном течении практически невозможно.

Так как при турбулентных режимах скорости и давления являются пульсирующими, то переходят к усредненным величинам $v = \bar{v} + v^*$, $p = \bar{p} + p^*$, где v^* и p^* пульсации. После усреднения уравнения Навье-Стокса преобразуются в уравнения Рейнольдса. Последние отличаются от уравнений Навье-Стокса наличием новых членов зависящих от пульсаций скорости. Эти новые слагаемые выражают действие турбулентных (кажущихся) напряжений.

Таким образом, при турбулентном потоке полные касательные напряжения слагаются из возможных и турбулентных. В современной прикладной гидромеханике учет этих напряжений производится на основе полуэмпирических теорий турбулентности.

Основной формулой при расчетах напорных трубопроводов является формула Дарси-Вейсбаха

$$h_w = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Для использования этой формулы необходимо знать числовое значение коэффициента λ . При ламинарном течении коэффициент λ для труб определяется по формуле

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

При турбулентном течении в условиях прямого влияния шероховатости стенок на формирование турбулентного состояния потока широко используются результаты опытов. Альтшуль использовав формулу Блязиуса для гладких труб

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}$$

и формулу Шифринсона для шероховатых труб

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k_s}{d} \right)^{0,25}$$

где k_s - так называемая эквивалентная шероховатость, предложил формулу

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_s}{d} \right)^{0,25}$$

При очень больших числах Re когда можно пренебречь величиной $\frac{68}{\text{Re}}$ формула Альшуля превращается в формулу для шероховатых труб Шифринсона.

Потери на местное сопротивление оцениваются общей формулой

$$h_{\omega} = \xi \frac{v^2}{2g}$$

где ξ коэффициент местных сопротивлений, зависит не только от вязкости и скорости течения основного потока, но главным образом от геометрической формы и размеров препятствий на пути потока.

Теоретические решения известны только для некоторых частных случаев: внезапное расширение трубы (теорема Борда-Карно), плавный поворот потока (Милович А.Я.) и др.

Рассмотрим вопрос о потере напора при внезапном расширении трубопровода. Пусть имеем трубопровод с внезапным изменением его диаметра (площади поперечного сечения). Поток жидкости, выходя из трубы с меньшим диаметром сечения в трубу с большим диаметром, постепенно расширяется и затем занимает все сечение трубопровода большего диаметра (предусматривается турбулентный поток). В кольцевом пространстве между стенками трубы и струей жидкость находится в сложном циркуляционном движении с обменом масс. Частицы основного потока (на участке его расширения) заходят в это пространство и, совершив там петлеобразные движения, снова входят в основной поток. Потерянный напор при внезапном расширении трубы равен скоростному напору потерянной скорости

$$h_{\omega} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{(\Delta v)^2}{2g}$$

где разность $\Delta v = v_1 - v_2$ называется потерянной скоростью.

Список литературы:

1. Аронович Г.В., Картвелишвили Н.А., Любимцев Я.К. Гидравлический удар и уравнильные резервуары. М.: Гл. ред. ф.-м. лит., 1988. – 248с.
2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1997. - 440с.
3. Серов Л. Н. Плоские задачи гидродинамики. М.: 1998.
4. Гуревич И. М. Теория струй. М.: 1985.

Анотація

Стабільність роботи гідропідживлювача та рівномірність внесення добрив

Нетецький Л.Г.

Побудована математична модель гідравлічного підживлювача в якому установлені стабілізуючі елементи. Дано вивід диференціальних рівнянь нестационарного руху рідини в пристрої. Досліджено фактори, які впливають на сталість системи і рівномірність внесення добрив під час зрошування.

Abstract

The stabilization of functioning pump-device for fertilizing and evenness fertilizer application

L. Netetskiy

Article is describing mathematical model of pump-device for fertilizing, with established stabilizing elements. Differential equations non-stationary movement of liquid in device are considered. It is investigated facts, which influenced on stability of system and evenness fertilizer application.