

**РОЗРАХУНОК ПОХИЛОЇ ПОВЕРХНІ СКРЕБКА ГНОСПРИБИРАЛЬНОЇ
УСТАНОВКИ**

**Пилипака С.Ф., д.т.н., проф., Голуб Г.А., д.т.н., проф.,
Хмельовський В.С., к.т.н., доцент, Ікальчик М.І., здобувач**
(Національний університет біоресурсів і природокористування України)

Досліджено вплив на форму траєкторії руху частинки гною величини початкової швидкості, кута подачі, коефіцієнта тертя за рівності інших умов у кожному випадку. Нижня кромка скребка розташована не перпендикулярно напрямку його переміщення, а під певним кутом. Отримані траєкторії руху частинки гною при примусовому її переміщенні по скребку із сталою швидкістю.

Постановка проблеми. Похила площина є універсальним конструктивним елементом багатьох сільськогосподарських машин [1]. По ній в процесі обробки переміщується технологічний матеріал. Траєкторія руху частинки залежить від величини і напрямку початкової швидкості в точці попадання частинки на площину, а також коефіцієнта тертя. Можуть бути випадки, коли швидкість руху частинки по похилій площині є сталою. Саме такий випадок розглядається в даній статті.

Аналіз останніх досліджень. Задача знаходження траєкторій частинки по похилій площині розглянута в монографіях [1, 2], а також в праці [3]. Складені диференціальні рівняння руху частинки авторами монографій розв'язані, однак вони мають громіздкий вигляд. В даній статті ця задача розв'язується із застосуванням супровідного тригранника Френе траєкторії і диференціальні рівняння руху записуються в проєкціях на його орти. Такий підхід дав можливість по-новому розв'язати поставлену задачу.

Мета дослідження. Описати аналітично рух частинки гною по похилій шорсткій площині скребка скреперної установки із сталою швидкістю та з'ясувати закономірності такого руху.

Результат досліджень. Якщо скребок у вигляді похилої площини рухається по гноєвому каналу, то частинки гною, попадаючи на нього, змушені будуть під дією сили підпору рухатися по площині скребка. Припустимо, що швидкість руху частинки по площині є сталою і дорівнює швидкості руху самого скребка. Будемо вважати, що нижня кромка скребка розташована не перпендикулярно напрямку його переміщення, а під певним кутом γ . Тоді в момент вступу частинки на скребок напрям швидкості її руху складатиме кут γ із нижньою кромкою скребка (рис. 1,б). При подальшому переміщенні складова сили ваги діятиме по лінії найбільшого нахилу (тобто паралельно осі Oy) і це змусить частинку рухатися по криволінійній траєкторії.

Знайдемо траєкторію руху частинки гною із описаним вступом на площину скребка. При цьому силу тертя і опір повітря враховувати не будемо,

оскільки вони долаються силами підпору. Систему диференціальних рівнянь руху частинки гною розглянемо в проекціях на орти $\bar{\tau}$ і \bar{n} супровідного тригранника траєкторії. Його положення відносно системи Oxy визначатиметься кутом α , утвореним ортом $\bar{\tau}$ (дотичною до траєкторії) з віссю Ox та довжиною s траєкторії. Система диференціальних рівнянь руху частинки запишеться [1]:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{\tau}; \quad mkv^2 = F_n, \quad (0)$$

де m – маса частинки;

$v = const$ – швидкість руху частинки;

k – кривина траєкторії – величина, обернена радіусу кривини: $k = 1/\rho$.

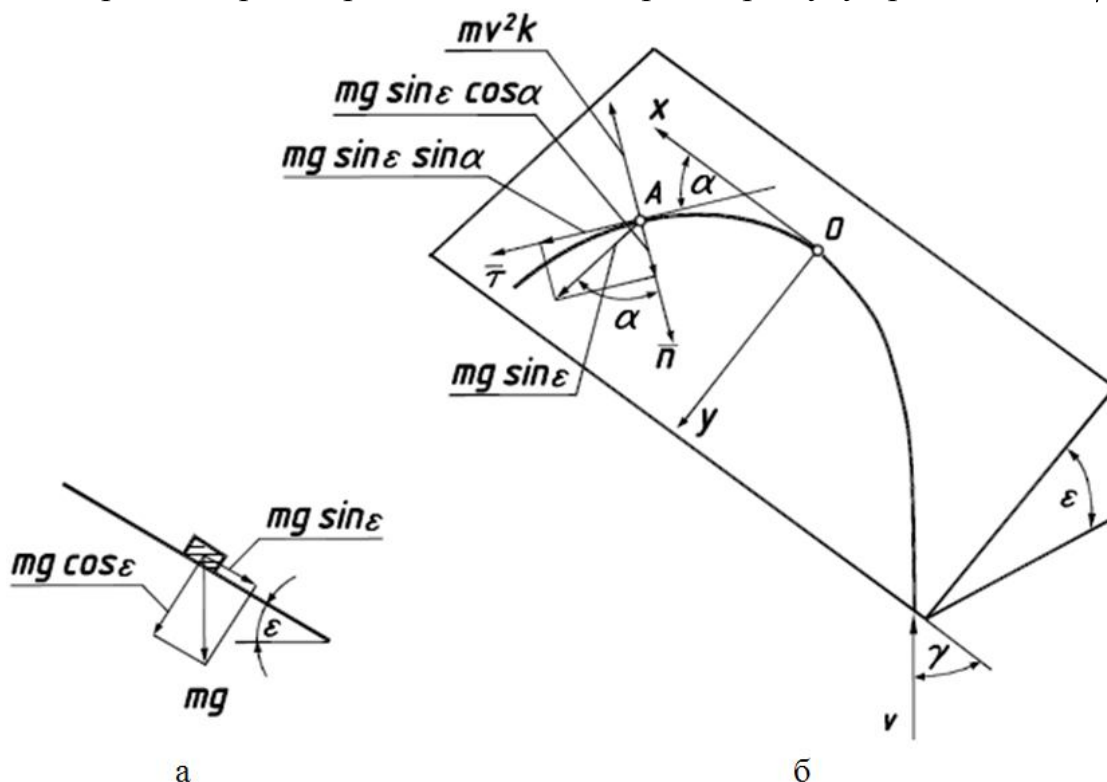


Рис. 1. Графічні ілюстрації до розташування площини скребка скреперної установки в просторі та руху частинки гною по ній:

а) розкладання сили ваги частинки гною у вертикальній площині;

б) схема дії сил на частинку гною при боковій її подачі на похилу площину скребка скреперної установки.

Оскільки ми прийняли швидкість руху частинки гною сталою, то ліве рівняння системи (1) перетворюється у тотожність, тобто дорівнює нулю. У другому рівнянні потрібно знайти сили, що діють на частинку гною в проекції на головну нормаль n . Якщо площина скребка встановлена під кутом ϵ до дна гнойового каналу, то сила ваги частинки розкладається на 2 складові. Одна буде рівною $mg \sin \epsilon$ (рис. 1,а), де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння, діє в площині скребка, а друга, яка дорівнює $mg \cos \epsilon$, діє перпендикулярно

площині скребка і створює на нього тиск. Сила притискання скребка до дна гнойового каналу залежить від маси гною на ньому.

Сила $mg \sin \varepsilon$ спрямована вздовж лінії найбільшого нахилу, тобто паралельно осі Oy (рис. 1,б). В свою чергу, її розкладемо на орти супровідного тригранника траєкторії. Кут між ортом дотичної $\bar{\tau}$ до траєкторії і віссю Ox позначимо через α , отже складова сили в проекції на орт \bar{n} запишеться: $mg \sin \varepsilon \cos \alpha$ (рис. 1,б). Друга складова на орт $\bar{\tau}$ нас не цікавить. Отже, рівняння руху в проекціях на орт головної нормалі траєкторії запишеться:

$$mkv^2 = mg \sin \varepsilon \cos \alpha \text{ звідки } k = \frac{g \sin \varepsilon}{v^2} \cos \alpha. \quad (1)$$

Знайдемо параметричні рівняння траєкторії руху частинки. Для цього скористаємося відомими залежностями $\frac{dx}{ds} = \cos \alpha$ і $\frac{dy}{ds} = \sin \alpha$ і перейдемо до нової змінної s – довжини дуги траєкторії: $\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds}$. З таких же міркувань $\frac{dy}{ds} = \frac{dy}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds}$. Із диференціальної геометрії відомо, що $\frac{d\alpha}{ds} = k$. Таким чином, можна записати:

$$\frac{dx}{d\alpha} k = \cos \alpha; \quad \frac{dy}{d\alpha} k = \sin \alpha. \quad (2)$$

Підставимо вираз кривини із (1) в (2). Одержимо наступні два вирази:

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon}; \quad \frac{dy}{d\alpha} = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Кожне із рівнянь (3) може бути проінтегроване незалежно одне від одного. Після інтегрування і перетворень наводимо параметричні рівняння траєкторії:

$$x = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \alpha + x_0; \quad y = -\frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \ln(\cos \alpha) + y_0. \quad (4)$$

В параметричних рівняннях (4) незалежною змінною є кут α між дотичною до траєкторії і віссю Ox . При побудові траєкторії за рівняннями (4) початкове значення кута α потрібно брати рівним куту γ (рис. 1,а). Сталі інтегрування x_0 і y_0 визначимо із умови, що при $\alpha = \gamma$, $x = 0$ і $y = 0$. Підставивши ці значення в (4), знаходимо:

$$x_0 = -\frac{v^2 \gamma}{g \sin \varepsilon}; \quad y_0 = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \ln(\cos \gamma). \quad (5)$$

За рівняннями (4) з урахуванням сталих (5) було побудовано траєкторії руху частинки гною при різних кутах установки скребка. На рис. 2, а показана

залежність траєкторії від кута нахилу площини скребка до дна гноєвого каналу, а на рис. 2,б – від напрямку вступу частинки на скребок. Величина переміщення частинки по скребку на підйом, яка вимірюється координатою y , зростає по мірі зменшення кута нахилу ε або ж при збільшенні кута γ . При $\gamma = 90^\circ$ підйом буде максимальний, однак при цьому не буде зміщення частинки в сторону в напрямі осі x .

Вплив швидкості переміщення скребка на траєкторію руху частинки по ньому можна визначити теоретично за рівняннями (4). Оскільки v^2 є сталою величиною і від нього залежить величина координат x і y , то воно відіграє роль масштабного коефіцієнта. Це означає, що при зростанні швидкості вдвічі, координати траєкторії зростають вчетверо, включаючи і висоту підйому і зміщення частинки по скребку.

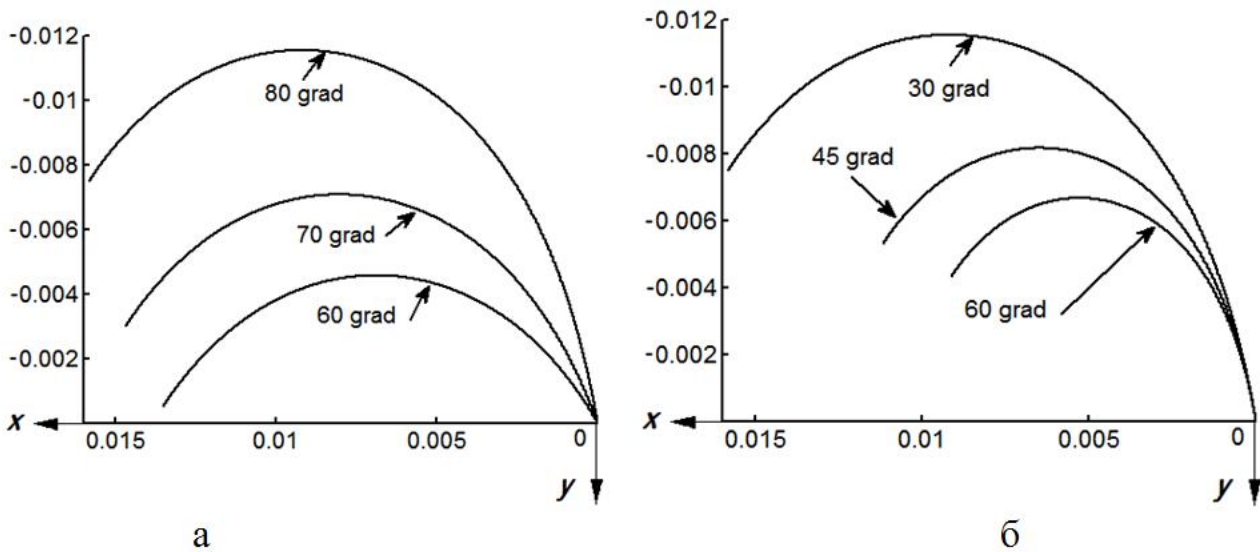


Рисунок 2 - Траєкторії руху частинки гною при примусовому її переміщенні по скребку із сталою швидкістю $v = 0,18 \text{ м/с}$:

- а) кут нахилу площини скребка $\varepsilon = 30^\circ$ при різних значеннях кута γ ;
- б) кут вступу на скребок $\gamma = 80^\circ$ при різних значеннях кута ε .

При малих швидкостях при будь яких кутах установки скребка шлях руху підйому частинок вимірюється в мм, отже при невеликому об'ємі накопичення гною при реальних розмірах лопатки скребка, не буде перевалювання гною через скребок. Розглянута методика реально описує процес для невеликої кількості гною коли розглядається окрема його частинка. Можна припустити, що навіть при великому об'ємі гною закономірності переміщення частинок по знайденим траєкторіям будуть зберігатися.

Можна також перейти до рівнянь, у яких незалежною змінною буде довжина дуги траєкторії. Оскільки кривина траєкторії визначається із залежності $k = d\alpha/ds$, то друге рівняння (1) можна записати у вигляді:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{g \sin \varepsilon}{v^2} \cos \alpha, \text{ звідки } \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{g \sin \varepsilon}{v^2} ds. \quad (6)$$

Після інтегрування виразу (6) отримаємо:

$$\ln \left[\frac{\cos(\alpha/2) + \sin(\alpha/2)}{\cos(\alpha/2) - \sin(\alpha/2)} \right] + c = \frac{g \sin \varepsilon}{v^2} s. \quad (7)$$

Значення сталої інтегрування c отримаємо із умови, що при $s = 0$ кут $\alpha = \gamma$:

$$c = -\ln \left[\frac{\cos(\gamma/2) + \sin(\gamma/2)}{\cos(\gamma/2) - \sin(\gamma/2)} \right] = -\ln[\sec \gamma + \operatorname{tg} \gamma]. \quad (8)$$

З допомогою символічної математики програмного середовища „Mathematica” знаходимо із рівняння (7) залежність $\alpha = \alpha(s)$:

$$\alpha = 2 \operatorname{Arc} \cos \left[\frac{1 + e^{c - sg \sin \varepsilon / v^2}}{\sqrt{2 + 2e^{2c - 2sg \sin \varepsilon / v^2}}} \right]. \quad (9)$$

Із наведених раніше залежностей знову ж таки із застосуванням програми „Mathematica” проінтегруємо вирази, до яких входить рівність (9):

$$\begin{aligned} x &= \int \cos \alpha \, ds = -\frac{2v^2}{g \sin \varepsilon} \operatorname{Arctg} \left[\operatorname{Tanh} \left(\frac{c}{2} - \frac{sg \sin \varepsilon}{2v^2} \right) \right] + x_0; \\ y &= \int \sin \alpha \, ds = -\frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \ln \left[\cosh \left(c - \frac{sg \sin \varepsilon}{v^2} \right) \right] + y_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Значення сталих інтегрування знаходимо із умови, що при $s = 0$, $x = 0$ і $y = 0$:

$$x_0 = \frac{2v^2}{g \sin \varepsilon} \operatorname{Arctg} \left[\operatorname{Tanh} \left(\frac{c}{2} \right) \right]; \quad y_0 = \frac{v^2}{g \sin \varepsilon} \ln(\cosh c). \quad (11)$$

Висновки та перспективи подальших досліджень. При попаданні частинки на площину із початковою швидкістю вона продовжує рух по ній, описуючи певну траєкторію. Якщо напрям початкової швидкості збігається із напрямом лінії найбільшого нахилу площини, то траєкторією руху буде пряма лінія. В статті розглянуто більш цікавий випадок, коли напрям початкової швидкості не збігається із напрямом лінії найбільшого нахилу площини. Показано, що траєкторіями такого руху будуть криві лінії, форма яких залежить від початкових умов. Досліджено, зокрема, вплив на форму траєкторії величини початкової швидкості, кута подачі, коефіцієнта тертя за рівності інших умов у кожному випадку. З'ясовано, що при боковій подачі частинки з часом її траєкторія наближається до прямої лінії, яка є лінією найбільшого нахилу площини. При цьому частинка може зупинитися або ж продовжити рух і розганятися, наближаючись до лінії найбільшого нахилу. Це залежить від кута нахилу площини (менший або більший кута тертя). Зроблено окреме дослідження для установки площини під кутом тертя. Для цього випадку

доведено, що частинка після виходу на прямолінійну траєкторію рухається із постійною швидкістю. Її величина залежить від значення початкової швидкості і кута подачі. Зокрема, при подачі частинки на площину перпендикулярно до лінії найбільшого нахилу її швидкість після виходу на прямолінійну траєкторію зменшується вдвічі. Перспективи подальших досліджень полягають в знаходженні траєкторій руху частинки по циліндричних поверхнях, якими служать відбиваючі кожухи сільськогосподарських і інших машин.

Список літератури

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. -К. : УАСХН, 1960. - 283 с.
2. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики / П.М. Заика. -К. : УСХА, 1992. – 507 с.
3. Пилипака С.Ф. Траєкторії руху частинок по шорсткій похилій площині при їх боковій подачі / С.Ф. Пилипака, А.В. Несвідомін // Прикл. геом. та інж. граф. -К. : КНУБА, 2011. - Вип. 87. - С. 36-42.

Аннотация

Расчет цилиндрической поверхности скребка навозоуборочной установки

Пилипака С.Ф., Голуб Г.А., Хмелевский В.С., Икальчик Н.И.

Исследовано влияние на форму траектории движения частицы навоза величины начальной скорости, угла подачи, коэффициента трения при равенстве других условий в каждом случае. Нижняя кромка скребка расположена не перпендикулярно направлению его перемещения, а под определенным углом. Получены траектории движения частицы навоза при принудительном ее перемещении по скребку с постоянной скоростью.

Abstract

Calculation of cylindrical surface of scraper in manure cleaning installation

S. Pilipaka, G. Golub, V. Khmelevskiy, M. Ikalchuk

Studied the effect on the shape of manure particle trajectory magnitude of the initial velocity, the angle of flow, friction coefficient at equal other conditions in each case. The lower edge of the scraper is not perpendicular to the direction of displacement and angle. Obtained manure particle trajectory at forced of its move by scraper with constant speed.