УДК 631.3

Пам'яті Шабельника Б.П. присвячується

ВИКОРИСТАННЯ МАГІСТРАМИ ПРОГРАМИ EXCEL ДЛЯ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ МЕТОДОМ КРИТЕРІАЛЬНИХ ОЦІНОК

Полупанов В.М. доц., Чигрин О.А. доц.
(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)

В матеріалі робота представлена методика математичної обробки магістрами матриці результатів лабораторних робіт

Експериментальні дослідження призначені, в окремих випадках, для перевірки висновків, отриманих в результаті теоретичних досліджень, а також можуть бути виконані незалежно від теоретичних розробок з метою отримання і обгрунтування окремих геометричних і кінематичних параметрів робочих органів та ін [6, 7].

Дана робота призначена для освоєння методики математичної обробки результатів спостережень. У ній містяться загальні положення за *визначенням об'єму вибірки*, числові приклади з рішеннями по виявленню і виключенню грубих помилок по *критерію Кохрена* і встановленню адекватності теоретичних рішень по *критерію Фішера*.

1 Загальні положення

1.1 Визначення об'єму вибірки

При плануванні вибіркових спостережень нерідко виникає питання: який повинен бути об'єм вибірки, щоб помилка у визначенні середньої не перевищувала встановленої величини.

Таблиця 1- Приклад Excel-таблиці вихідних даних параметрів експерементальних замірювань

	Параметр				Параметр				Параметр		
	№ п/п	Одиниці виміру	Значення		№ п/п	Одиниці виміру	Значення		№ п/п	Одиниці виміру	Значення
Серия 1	1			Серия 2	1			Серия 3	1		
	2				2				2		
	3				3				3		
	4				4				4		
	5				5				5		
	6				6				6		
	7				7				7		

Необхідний для досягнення певної точності об'єм вибірки з необмеженої сукупності можна знайти по формулі

$$n = \frac{t^2 s^2}{\Delta^2}, \tag{1}$$

де n – об'єм вибірки;

t – критерій Стьюдента [4];

s – середнє квадратичне відхилення;

Δ – планована помилка середньої.

Таблиця 2- Приклад Excel-таблиці даних визначення об'єму вибірки

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Об'єм вибірки	n	$= f(t, s, \Delta)$		
Критерій Стьюдента	t	15		
Середнє квадратичне відхилення	s	16		
Планована помилка середньої	Δ	17		

Значення t залежить від вибраного рівня значущості; зазвичай для 0,05 або 0,01 рівня. Оскільки точне значення s часто невідоме, то його визначають приблизно, по розмаху варіювання, або користуються його значенням попередніх досліджень, де він встановлений дослідним шляхом.

Приклад. Визначити об'єм вибірки при вимірюванні висоти рослин кукурудзи з помилкою середньою на 5%-ном рівні не більше 3 см, якщо відомо, по попередніх дослідженнях, що середнє квадратичне відхилення висоти стебла у кукурудзи приблизно рівне 6 см:

$$n = \frac{2^2 * 6^2}{3^2} = 16.$$

Щоб отримати таку точність, досить провести випадкову вибірку 16 рослин.

Якщо вибірку роблять з обмеженої генеральної сукупності, причому відносно невеликій чисельності, то її об'єм визначають по формулі:

$$n = \frac{t^2 s\ N}{\Delta^2 (N-1) + t^2 s^2}, \tag{2}$$

де N - об'єм генеральної сукупності

Таблиця 3- Приклад Excel-таблиці даних визначення об'єму вибірки генеральної сукупності

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Об'єм вибірки	n	$= f(t, s, N, \Delta)$		
Критерій Стьюдента	t	17		
Середнє квадратичне відхилення	s	18		
Планована помилка середньої	Δ	19		
Об'єм генеральної сукупності	N	111		

Приклад. За початковими даними попереднього прикладу визначити об'єм вибірки, якщо вимірюють рослини першого покоління нових гібридів при $N=30$:

$$n = \frac{4 * 36 * 30}{9 * 29 + 4 * 36} \approx 11 .$$

1.2 Характеристики достовірності вимірювань

Точність технічних вимірювань залежить від вимірювальних засобів і представляє ступінь наближення вимірювання до дійсного значення [3].

Погрішність вимірювання ε (абсолютна помилка вимірювання) — це алгебраїчна різниця між дійсним значенням $x_Д$ і отриманою при вимірюваннях величиною x_i:

$$\varepsilon = x_Д - x_i \qquad (3)$$

Таблиця 4- Приклад Excel-таблиці визначення погрішності вимірювань

F3

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Абсолютна помилка вимірювання	ε	$= f\,(x_Д, x_i\,)$		
Значення вимірювання	x_i	17		
Дійсним значенням текучого пораметру	$x_Д$	18		

Відносною помилкою вимірювання, вираженою у відсотках, називають відношення:

$$\delta = \pm \frac{\varepsilon}{x_Д} * 100 \qquad (4)$$

Таблиця 5- Приклад Excel-таблиці визначення відносної помилки

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Абсолютна помилка вимірювання	ε	1		
Значення вимірювання	x_i			
Дійсним значенням текучого пораметру	$x_Д$	17		
Відношення	δ	$= f\,(x_Д, x_i, \varepsilon\,)$		

Достовірність вимірювання характеризує ступінь довіри до отриманого результату вимірювань або вірогідність відхилення отриманого вимірювання до дійсного його значення.

Довірча вірогідність оцінюється дисперсією $Д$:

$$Д = \frac{\sum_{t=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}, \qquad (5)$$

де x_i - значення вимірювання;

$\bar{x}$ - середнє значення сукупності вимірювань або середньоарифметичне значення;

n - число вимірювань:

κ_B - коефіцієнт варіації.

Таблиця 6- Приклад Excel-таблиці визначення довірчої вірогідності

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Абсолютна помилка вимірювання	ε			
Значення вимірювання	x_i			
Дійсним значенням текучого пораметру	$x_Д$			
Відношення	δ			
Довірча вірогідність оцінюється дисперсією	$Д$	$= f\,(x_Д, x_i, \varepsilon, \delta, \bar{x}, n)$		
Середнє значення сукупності вимірювань	$\bar{x}$			
Число вимірювань	n			

$$\kappa_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} \tag{6}$$

Таблиця 7- Приклад Excel-таблиці визначення коефіцієнта варіації

Показники	Умовні познач.	Значення	Адреса	Діапазон
Коефіцієнт варіації	$К_в$	$= f\,(\sigma, \bar{x})$		
Середньоквадратичне відхилення	σ			
Середньоарифметичне значення	$\bar{x}$			

де σ — середньоквадратичне відхилення яке знаходиться з виразу:

$$\sigma = \sqrt{Д} \tag{7}$$

Таблиця 8- Приклад Excel-таблиці визначення дисперсії

Показники	Умовні значення	Адреса	Діапазон
Середньоквадратичне відхилення	σ	$= f\,(Д)$	
Дисперсія	Д		

Коефіцієнт варіації може бути також визначений з відношення:

$$\kappa_в = \frac{\sigma}{m(x)}, \tag{8}$$

Таблиця 9- Приклад Excel-таблиці визначення математичного очікування

Показники	Умовні значення	Адреса	Діапазон
Коефіцієнт варіації	$К_в$	$= f\,(\sigma, m(x))$	
Середньоквадратичне відхилення	σ		
Математичне очікування	$m(x)$		

де $m(x)$ — математичне очікування.

Середньоарифметичне значення визначається по формулі:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i . \qquad (9)$$

Таблиця 10 - Приклад Excel-таблиці оцінки середньоарифметичного значення

Показники	Умовні позначен.	Значення	Адреса	Діапазон
Середньоарифметичне значення	$\bar{x}$	$= f\,(n, x_i)$		
Число вимірювань	n			
Значення вимірювання	x_i			

Дисперсія може бути також визначена за допомогою формули представленої нижче:

$$Д = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m(x))^2 P_i , \qquad (10)$$

Таблиця 11 - Приклад Excel-таблиці оцінки вірогідності появи події

Показники	Умовні позначення	Значення	Адреса	Діапазон
Дисперсія	$Д$	$= f\,(x_i, m(x), P_i)$		
Значення вимірювання	x_i			
Математичне очікування	$m(x)$			
Вірогідність появи події	P_i			

де P_i — вірогідність появи події, в даному випадку вимірювання значень параметрів лабораторної роботи.

Математичне очікування визначається рівнянням:

$$m(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i . \qquad (11)$$

Таблиця 12 - Приклад Excel-таблиці оцінки математичного очікування

Назва параметра	Позн.	Значення
Математичне очікування	$m(x)$	$= f\,(x_i, P_i)$
Вірогідність події	P_i	
Значення виміру	x_i	

Вірогідність події підраховується із співвідношення:

$$P_i = \frac{n(x_i)}{\Sigma n} , \qquad (12)$$

Таблиця 13 – Приклад Excel-таблиці розрахунку вірогідності події

Назва параметра	Позн.	Значення
Вірогідність події	P_i	$= f\,(n, n(x_i))$
Кількість однакових вимірів	$n(x_i)$	
Кількість провед. вимірів	Σn	

де $n(x_i)$ — число випадків появи події (вимірювання), $\sum n$— число можливих випадків.

В процесі проведення вимірювань можлива поява грубих помилок. Для їх виключення застосовуються декілька способів. Найпростішим є правило трьох сигм [2, 3]:

$$x_{max,min} = x \pm 3\sigma, \tag{13}$$

Таблиця 14 - Приклад Excel-таблиці розрахунку виключення появи грубих помилок

Назва параметра	Позн.	Значення
Максимальне значення виміру	x_{max}	$= f\,(x,\,\delta)$
Мінімальне значення виміру	x_{min}	$= f\,(x,\,\delta)$
Значення виміру	x	
Середнье квадр. відхилення	δ	
Потрійне сер.квадр відхилення	3δ	

тобто умови, при яких отримане вимірювання x_{max}, x_{min}, не виходить за вказані межі, де x_{max}, x_{min} - найбільше і найменше значення з сукупності вимірювань.

Виключення грубих помилок при аналізі проведених вимірювань точніше проводиться по критерію їх появи по наступних формулах:

$$\beta_1 = \frac{x_{max} - \bar{x}}{\sigma\sqrt{\frac{n-1}{n}}}, \qquad \beta_2 = \frac{\bar{x} - x_{min}}{\sigma\sqrt{\frac{n-1}{n}}}. \tag{14}$$

Таблиця 14 - Приклад Excel-таблиці розрахунку виключення появи грубих помилок по критерію їх появи

Назва параметра	Позн.	Значення
Критерії появи помилок	β_1	$= f\,(x_{max},\, x,\, \sigma,\delta,n\,)$
	β_2	$= f\,(x_{min},\, x,\, \sigma,\delta,n\,)$
Максимальне значення виміру	x_{max}	
Мінімальне значення виміру	x_{min}	
Середнье значення виміру	x	
Середнье квадр. відхилення	δ	
Число вимірювань	n	

За умови $\beta_1 > \beta_{max}$ і $\beta_2 > \beta_{max}$ вимірювання виключається із загального ряду, як груба помилка.

Для оцінки цих нерівностей при різній кількості вимірювань n і заданій довірчій вірогідності $P_д$ користуються таблицею 1.

Максимально допустиме значення критерію появи грубих помилок в результаті вимірювань [1, 5].

Точність вимірювань або довірчий інтервал помилки вимірювання визначається по рівнянню:

$$\Delta = \frac{\sigma_0}{\bar{x}}, \tag{15}$$

Таблиця 15 - Приклад Excel-таблиці визначення точності вимірювання (довірчій інтервал)

Назва параметра	Позн.	Значення
Довірчий інтервал вимірювання	Δ	$= f(\sigma_0, \bar{x})$
Середня похибка	σ_0	
Середнье значення вимірів	$\bar{x}$	

де σ_0 - средня похибка або середньоарифметичне значення середньоквадратичного відхилення, яка визначається рівнянням :

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{16}$$

Таблиця 16 - Приклад Excel-таблиці визначення средньої похибки або середньоарифметичне значення середньоквадратичного відхилення

Показники	Познач	Значен.	Адреса
Середня похибка	σ_0	$= f(\sigma, n)$	F3
Кількість вимірювань	n		F4
Серед.квад.відхил	σ		F5

Таблиця 17 - Оцінки нерівностей при різній кількості вимірювань n і заданій довірчій вірогідності P_∂

n	β_{max} при P_∂,		
	$P_\partial = 0{,}90$	$P_\partial = 0{,}95$	$P_\partial = 0{,}99$
3	1,41	1,41	1,41
4	1,64	1,69	1,72
5	1,79	1,87	1,96
6	1,89	2,00	2,13
7	1,97	2,09	2,26
8	2,04	2,17	2,37
9	2,10	2,24	2,46
10	2,15	2,29	2,54
20	2,45	2,62	2,96
30	2,61	2,79	3,16
40	2,72	2,90	3,28
50	2,80	2,99	3,37

Відтворюємість вимірів перевіряється по критерію Кохрена K_{KP}, який представлений відношенням:

$$K_{KP} = \frac{max\, Д_i}{\sum_{i=1}^{n} Д_i}, \tag{17}$$

Таблиця 18 - Приклад Excel-таблиці визначення відтворюємості вимірів по критерію Кохрена

Показники	Познач	Значення	Адреса
Критерій Кохрена	K_{KP}	$= f(max Д_i, \sum_{i=1}^{n} Д_i)$	G3
Найбільше значення дисперсій із *m* вимірювань	max Д		G4
Сума дисперсій	$\sum_{i=1}^{n} Д_i$		G5

де $max\, Д_i$ - найбільше значення дисперсій з числа даних паралельних серій m вимірювань; $\sum_{i=1}^{n} Д_i$ -сумма дисперсій m серій.

Вимірювання вважаються відтворюємими за умови дотримання представленій нерівності:

$$K_{KP} \le K_{KT}, \tag{18}$$

де K_{KP} - розрахункове значення критерію Кохрена [4];

K_{KT} - табличное значення критерію Кохрена, визначене по таблиці 20.

Таблиця 19 - Приклад Excel-таблиці визначення умов відтворюємості вимірів по критерію Кохрена

Показники	Позначення	Значення
Розрахункове значення критерію	K_{KP}	
Табличне значення критерію	K_{KT}	
Відтворюємість		$= f(K_{KP}, K_{KT})$

Таблиця 20 - Критерій Корхена при довірчій вірогідності $P_д = 0,95$ і числі мір свободи $q = n - 1$

m	Значення K_{KT} при $P_д = 0,95$ і $q = n - 1$						
	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$	$q = 5$	$q = 6$	$q = 8$
2	0,99	0,97	0,93	0,90	0,87	0,85	0,81
3	0,97	0,93	0,76	0,74	0,70	0,66	0,63
4	0,90	0,76	0,68	0,62	0,59	0,56	0,51
5	0,84	0,68	0,60	0,54	0,50	0,48	0,44
6	0,78	0,61	0,53	0,48	0,44	0,42	0,38
7	0,72	0,56	0,48	0,43	0,39	0,37	0,34

Позначення параметрів в таблиці 20:

m — число серій дослідів;

n — число вимірювань в серії;

q — число ступенів свободи, яке на одиницю менше числа вимірювань (повторностей).

Адекватність теоретичних рішень, тобто визначення помилки апроксимації, встановлюється, в більшості випадків, по критерію Фішера $К_ф$. За умови адекватності моделі необхідне дотримання нерівності:

$$K_{ФЭ} < K_{ФТ} \tag{19}$$

де $K_Э$ - експериментальне (дослідне) значення критерію Фішера;

$K_{ФТ}$ - теоретичне (табличне) значення критерію Фішера.

Таблиця 21 - Приклад Excel-таблиці визначення помилки апроксимації по критерію Фішера

Показники	Познач	Значення
Експерементальне значення критерію	$K_Э$	
Теоретичне значення критерію	$K_{ФТ}$	
Помилка апроксимації		$=f\,(K_{ФЕ}, K_{ФТ})$

Експериментальне (дослідне) значення критерію Фішера [4, 6, 7] визначається по формулі

$$K_{ФЭ} = \frac{Д_a}{Д_{ср}}, \tag{20}$$

де $Д_a$ - дисперсія адекватності;

$Д_{ср}$ — середня дисперсія всього експерименту.

Таблиця 22 - Приклад Excel-таблиці визначення адекватності теоретичного рішення (помилки апроксимації)

Показники	Познач	Значення	Адреса
Критерій Фішера	$K_{ФЕ}$	$=f\,(Д_a, Д_{ср})$	G3
Дисперсія адекватності	$Д_a$		G4
Середня дисперсія експерименту	$Д_{ср}$		G5

Дисперсія адекватності визначається по наступному рівнянню:

$$Д_a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{iT} - y_{iэ})^2}{n-d}, \tag{21}$$

де d - число коефіцієнтів рівняння теоретичної регресії;

n - число вимірювань в серії;

y_{iT} - теоретичне значення функції для кожного вимірюванн;

Таблиця 23 - Приклад Excel-таблиці розрахунку дисперсії адекватності рівняння регресії

Показники	Умовні позначен.	Значення
Число коефіцієнтів рівняння теоретичної регресії	d	
Число вимірювань в серії	n	
Теоретичне значення функції для кожного вимірювання	y_{iT}	
Середнє експериментальне значення функції з m серій	y_{iE}	
Дисперсія адекватності	$Д_a$	$=f\,(n, d, y_{iT}, y_{iE})$

$y_{iЭ}$ - середнє експериментальне значення функції з m серій, яке визначається із рівняння:

$$y_{iЭ} = \frac{1}{m}(y_{1Э} + y_{2Э} + \ldots + y_{nЭ}). \quad (22)$$

Таблиця 24 - Приклад Excel-таблиці розрахунку середнього експериментального значення функції з m серій

Показники	Позначення	Значення
Число серій дослідів	m	
Середнє експериментальне значення функції	y_{iE}	$= f(m, y_{if})$

Середня дисперсія всього експерименту визначається рівнянням:

$$Д_{CP} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}(y_{iT} - y_{iЭ})^2}{m \cdot n}, \quad (23)$$

де $y_{iЭ}$ -экспериментальное значення функції.

Таблиця 25 - Приклад Excel-таблиці розрахунку середньої дисперсії всього експерименту

Позначення	Умовні	Значення
Число серій дослідів	m	
Число вимірювань в серії	n	
Екпериментальне значення функції	$y_{iЭ}$	
Теоретичне значення функції для кожного вимірювання	y_{iT}	

У таблиці 26 представлені теоретичні значення критерію Фішера прийнятої довірчої вірогідності з урахуванням числа мір свободи:

$$\begin{cases} q_1 = n - d; \\ q_2 = n \cdot (m - 1) \end{cases}. \quad (24)$$

де m - число серій дослідів;

n - число вимірювань в серії;

де d - число коефіцієнтів рівняння теоретичної регресії.

Таблиця 26 - Теоретичне значення критерію Фішера при довірчій вірогідності $P_Д$ рівною 0,95 для різних мір свободи

q_1	Значення $K_{ФТ}$ при $P_Д$ = 0,95 для різних q_2								
	1	2	3	4	5	6	12	24	36
1	16	19	21	22	23	23	24	24	25
2	18	19	19	19	19	19	19	19	19
3	10	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5

Список літератури

1. Вентцель Е. С, Овчаров Л. А. Теория вероятностей.—2-е изд., стереотип. — М. Наука, 1973. — 366 с.

2. Грушко И. М., Сиденко В. М. Основы научных исследований.— 3-е изд., перераб. и доп. — Харьков: Вища шк., 1983. — 224 с.

3. Мельников С. В., Алешкин В. Р., Рощин П. М. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Колос, 1980.—168 с.

4. Снедекор Дж.У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии : Пер.с англ. – М.: Сельхозиздат, 1961. – 503.

5. Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. — 51: Наука, 1985. — 640 с

6. Шабельник Б.П. Математическая обработка результатов экспериментального исследования. – Харьков. ХИМЭСХ, 1988. – 15с.

7. Полупанов В.М., Скорик О.П., Каретніков Р.В., Теслюк Є.В. Базові критерії обгрунтування результатів досліджень методом математичної обробки спостережень // Харків: Вісник ХДТУСГ. Сучасні проблеми вдосконалення технічних систем і технологій у тваринництві, СПДФО "Червяк В.С." Вип. 95, 2010. - С. 235-246.

Abstract

Use of the program Excel master's degrees for treatment of results of laboratory works by the method of criterion estimations

V. Polupanov, O. Chygryn

The method of mathematical treatment of matrix of results of laboratory works master's degrees is presented in material of work

Аннотация

Использование магистрами программы Excel для обработки результатов лабораторных работ методом критериальных оценок

Полупанов В.Н. доц., Чигрин А.А. доц.

В материале работы представлена методика математической обработки магистрами матрицы результатов лабораторных работ