

## МЕХАНИКА КРУПНОЗЕРНИСТОЙ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ПОЧАТКОВ КУКУРУЗЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗАЧЕРПЫВАЮЩИХ ЛАП ПИТАТЕЛЯ

**Брагинец Н.В., д.т.н., профессор, Бахарев Д.Н., к.т.н., доцент.**  
(Луганский национальный аграрный университет)

*Предложена логическая модель крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы. Математически описаны основы движения крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы под действием зачерпывающих лап питателя.*

**Проблема.** В настоящее время достаточно хорошо изучена механика крупнозернистых сыпучих сред, применяемых в строительстве, горном деле и т.д. Однако механике крупнозернистых сельскохозяйственных материалов, к которым относятся початки кукурузы, уделено недостаточное внимание. Початки кукурузы, в отличие от горных пород, являются живыми организмами, состоящими из объединённых в единую систему зерен, каждое из которых требует защиты от механических повреждений. Кроме того, погрузочные и транспортирующие машины должны так перемещать массу початков, чтобы зерно не только не повреждалось, но и не отделялось от стержней. Разработка теоретических основ для создания и разработки погрузочных и транспортирующих машин, работа которых отвечает выдвинутым требованиям, является одной из сложных научных проблем требующих адекватного решения.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Изучением механики сыпучих сред занимались следующие ученые: К.В. Алферов, Р.Л. Зенков, Л.В. Гячев, В.А. Богомягких, И.И. Кандауров, Е.А. Ревякина, П.С. Бедило [1-7] и др.

Анализ работ вышеприведенных ученых показывает, что при теоретическом обосновании механики сыпучих сред выделяется малый объем, массой которого пренебрегают, а если пренебречь массой не представляется возможным, то среду рассматривают в статике. Это при математическом описании крупнозернистой сыпучей среды, состоящей из початков кукурузы, недопустимо. Также в работах слабо изучен вероятностный характер движения зерен среды в перемещающемся слое определенной толщины.

**Целью исследований** является разработка теоретических основ для описания движения крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы под действием зачерпывающих лап питателя.

### **Результаты исследований.**

Нами сделано предположение, что массу початков кукурузы можно рассматривать как систему стохастически сложенных балок на двух опорах (рис.1).

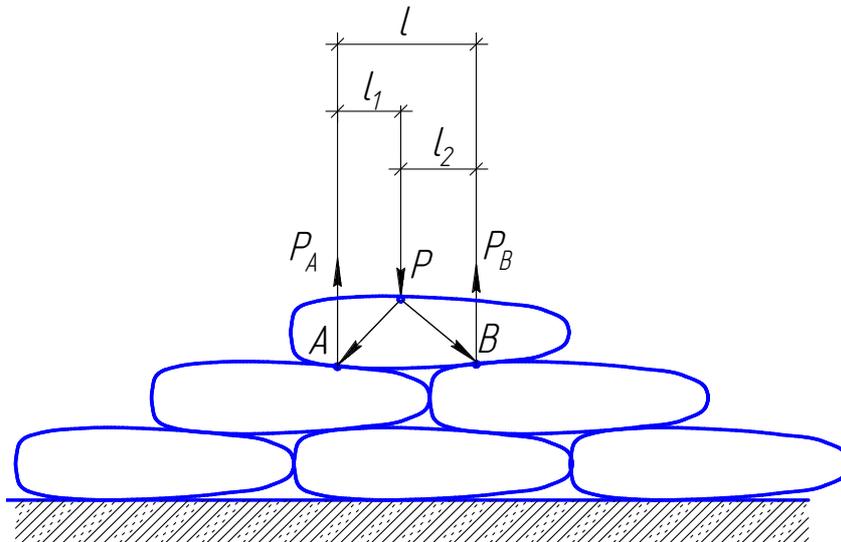


Рис.1. К применению вероятностного подхода распределения нагрузки в точках контакта початков кукурузы.

Согласно методике, приведенной в источнике [5, с. 58], предположим, что к початку приложена вертикальная сосредоточенная сила  $P$ . Вероятность приложения данной силы к початку равна 1. Следовательно, несмотря на стохастичность укладки початков в массе распределение силы будем представлять детерминировано. Все точки початка на длине  $l$  обладают равными возможностями в отношении приложения нагрузки, поэтому плотность распределения вероятности можно представить в виде [5, с. 58]:

$$f_{(x)} = \frac{1}{l}. \quad (1)$$

Как правило сила  $P$  приложена несимметрично, тогда вероятность распределения нагрузки в опорах составит [5, с. 58]:

$$q_A = \int_{l_1}^l f_{(x)} dx = \int_{l_1}^l \frac{1}{l} dx = 1 - \frac{l_1}{l}, \quad (2)$$

Полная вероятность событий составляет [5, с. 58]:

$$q_A + q_B = 1, \quad (3)$$

$$q_B = \frac{l_1}{l}, \quad (4)$$

где  $q_A$  – вероятность распределения нагрузки на опору А;

$q_B$  – вероятность распределения нагрузки на опору В.

Тогда математическое ожидание реакции опоры А и опоры В составит [5, с. 58]:

$$P_A = q_A P; \quad P_B = q_B P. \quad (5)$$

Для изучения особенностей движения захватываемой массы целесообразно рассмотреть характерный случай захвата одного початка

кукурузы зачерпывающей лапой, когда контакт происходит ниже центра масс початка на величину  $z$  и на некотором расстоянии  $x$  и  $y$  от центральных осей, проходящих через центр масс початка (рис.2).

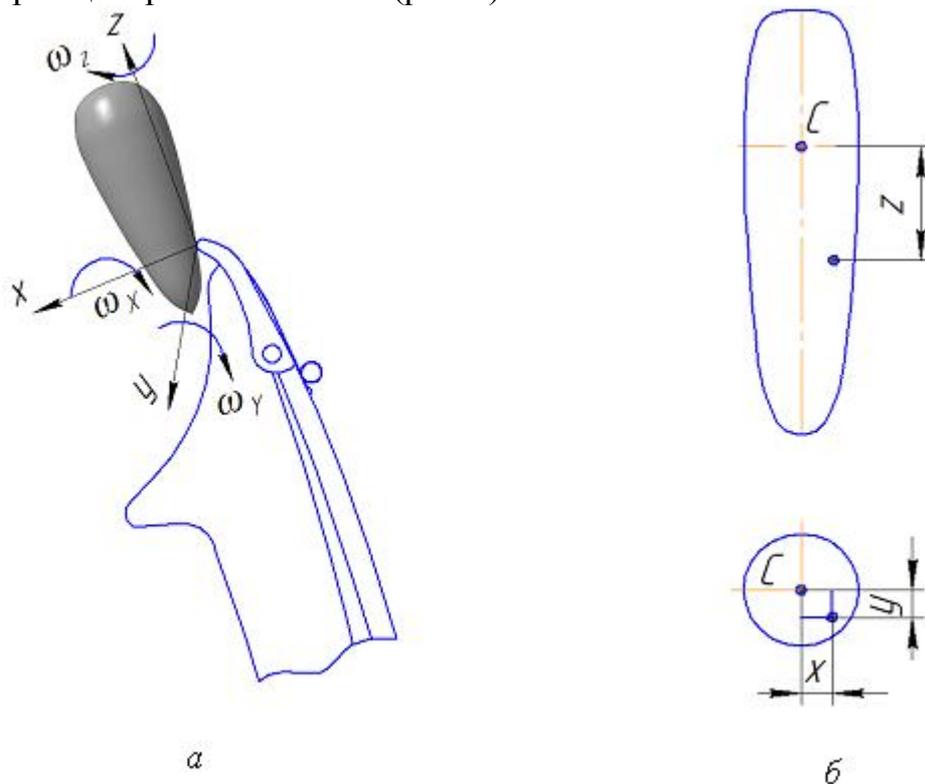


Рис. 2. К описанию захвата одного початка кукурузы зачерпывающей лапой:

$a$  – возможные направления вращения початка при контакте;  $b$  – схема к определению момента инерции початка.

Из приведенной схемы (см. рис. 2,  $a$ ) видно, что в вышеописанном случае контакта с пальцем лапы початок будет вращаться в 3-х направлениях.

Задавшись координатами точки контакта (в общем виде) можно записать момент инерции початка относительно точки контакта:

$$J_o = \frac{G_{II}}{g} (x^2 + y^2 + z^2), \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad (6)$$

где  $G_{II}$  – вес початка, Н;

$g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ .

Момент инерции - скалярная физическая величина, мера инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении. Характеризуется распределением масс в теле: момент инерции равен сумме произведений элементарных масс на квадрат их расстояний до базового множества (точки, прямой или плоскости).

При вращении початка вокруг поперечных осей, проходящих через центр тяжести, початок опишет сферу, радиус которой  $R_C$  равен расстоянию от носовой части до центра тяжести. Объем данной сферы равен [8, 9]:

$$V_C = \frac{4}{3} \pi \cdot R_C^3, \text{ м}^3. \quad (7)$$

Вращение початка вокруг продольной оси не требует дополнительного пространства. Объем початка можно определить, представив его в виде цилиндра, диаметр которого равен среднему диаметру початка [8, 9]:

$$V_{II} = \pi \cdot r_{II}^2 \cdot l_{II}, \text{ м}^3, \quad (8)$$

где  $r_{II}$  – радиус початка, м;

$l_{II}$  – полная длина початка, м.

Опираясь на данные полученные д.т.н. И.А. Петуниной примем среднее значение  $R_C = 0,12$  м [10, с. 79].

На основании проведенных нами исследований, результаты которых приведены в [11, с. 221], примем  $l_{II} = 0,21$  м, а  $r_{II} = 0,021$  м.

Тогда,  $V_C = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ , а  $V_{II} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Соотношение объёмов составляет 1:24. Поскольку  $V_{II}$  это объем одного початка, то при разработке теоретических основ для описания движения крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы под действием зачерпывающих лап питателя целесообразно рассматривать массу состоящую как минимум из 24 початков. Именно в этой массе будет образовываться уплотненное ядро среды, движение которого в общей массе початков определяет характер изменения сопротивления перемещению лапы. Форма и размер уплотненного ядра определяется вероятностью распределения нагрузки по схеме, приведенной на рис.1.

Кроме того для адекватного описания массы початков кукурузы, как крупнозернистого сыпучего тела, целесообразно сделать следующие допущения:

- силы внутреннего трения между частицами и силы трения о рабочие органы машин пропорциональны соответствующим нормальным усилиям [1-5];
- масса початков в покое не сохраняет постоянной свою плотность  $\gamma$  по причине колебательных воздействий окружающей среды, он стремится к более плотной укладке;
- при движении масса початков переходит от уплотненного расположения частиц к более рыхлому,  $\gamma = \gamma_{min} = const$ ;
- угол естественного откоса початков кукурузы  $\theta$  не равен углу внутреннего трения  $f$  [11, с. 223];
- коэффициент внутреннего трения початков кукурузы составляет  $32-38^\circ$ , зерна  $23-26^\circ$  а стержней  $39-44^\circ$  [11, с. 223];
- массу початков кукурузы можно представить как совокупность конических тел различных размеров;
- влияние совокупности различных по размерам початков на распределение напряжений (усилий) в объеме конических тел проявляется через средний (эффективный) размер початков и среднее квадратическое отклонение размеров всех початков от их среднего (эффективного) размера [1-5];

- передача усилий в объеме кукурузного вороха осуществляется через точки контакта от початка к початку;

- величина напряжений (усилий) в каждой точке кукурузного вороха имеет статистическую природу и характеризуется некоторым средним значением, относительно которого с некоторой вероятностью напряжение (усилие) в конкретной точке может отклоняться в сторону увеличения или уменьшения, в зависимости от действующих внешних сил;

- ворох початков кукурузы - это дискретный материал, у которого действие сжимающих сил приводит к относительному движению частиц (так называемое «идеально сыпучее тело») [1-5];

- понятие сыпучее тело и зернистое тело равнозначно;

- трение между початками приближенно относится к предельному случаю сухого трения.

Для разработки общей теории перемещения початков кукурузы под действием загребующих лап питателя необходимо бурт початков разделить на такие малые объемы, которые сохраняют все свойства крупнозернистого сыпучего материала. Затем от состояния малого объема перейти к состоянию массива.

*Уплотненное ядро* крупнозернистой среды состоящей из початков кукурузы представляет собой перемещающуюся в теле бурта малую массу початков, обладающую минимальной пористостью. Перемещаясь, уплотненное ядро, встречает сопротивление от трения смежных слоев. Определить данное сопротивление можно решив предложенную нами целевую функцию:

$$P_{я} = \Phi(h_{л}, R_{(a,b,c)}, r_{д}, B_{зл}, \gamma, N_{п}, \Phi_{п}, J_{о}) \rightarrow \min, H, \quad (9)$$

где  $h_{л}$  – эффективная высота лапы, м;

$R_{(a,b,c)}$  – эффективный размер початка, м;

$r_{д}$  – радиус ведущего диска привода лапы, м;

$B_{зл}$  – ширина захвата лапы, м;

$N_{п}$  – количество пальцев лапы, штук;

$\Phi_{п}$  – форма пальцев лапы.

Очевидно, что в функции (9) зависимость между составляющими не линейная. Кроме того, функциональная связь между составляющими зависит от времени, поэтому решать ее целесообразно методом динамического программирования [12, с. 260]. В течение времени, проходя определенные участки пути, уплотненное ядро меняет количество початков. В таком случае необходимо обозначить через  $x_{ij}$  суммарное сопротивление перемещению уплотненного ядра, которое на  $i$ -м участке пути ( $i = \overline{1, m}$ ) оказывает  $j$ -е количество початков ядра ( $j = \overline{1, n}$ ). А через  $(U = x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$  необходимо обозначить дифференцированное усилие, создаваемое пальцами лапы, то есть усилие пальцев лапы передаваемое початкам на каждом конкретном участке пути. Тогда оптимальное управление перемещением уплотненного ядра составит:

$$\begin{cases} U_1 = x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}, \\ U_2 = x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ U_m = x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}. \end{cases} \quad (10)$$

Данное управление обеспечит:

$$P_{я} = \Phi(U_1, U_2, \dots, U_m) \rightarrow \min. \quad (11)$$

Из вышеизложенного видно, что данная задача формулируется следующим образом. Необходимо найти такие значения переменных  $x_{ij}$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ), при которых  $P_{я} = \Phi(x_{11}, \dots, x_{1n}; x_{21}, \dots, x_{2n}; \dots; x_{m1}, \dots, x_{mn}) \rightarrow \min$ .

Следовательно, движение крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы под действием зачерпывающих лап питателя можно описать, разбив траекторию перемещения уплотненного ядра, образованного действием лапы, на определенное число малых участков и изучая участки в отдельности перейти к общим значениям. В данном конкретном случае траектория движения уплотненного ядра, сопротивление его перемещения и конструктивные особенности лапы питателя тесно связаны.

### **Выводы**

1. Несмотря на стохастичность укладки початков в массе распределение силы от зачерпывающей лапы целесообразно представлять детерминировано.

2. Для описания основ движения крупнозернистой сыпучей среды состоящей из початков кукурузы под действием зачерпывающих лап питателя целесообразно рассматривать массу состоящую минимум из 24 початков. Именно в этой массе будет образовываться уплотненное ядро среды, движение которого в общей массе початков определяет характер изменения сопротивления перемещению лапы.

3. Уплотненное ядро крупнозернистой среды состоящей из початков кукурузы представляет собой перемещающуюся в теле бурта малую массу початков, обладающую минимальной пористостью.

4. В течение времени, проходя определенные участки пути, уплотненное ядро меняет количество початков, то есть зависит от времени, поэтому решать задачу об изменении траектории движения и перемене сопротивления перемещению ядра целесообразно методом динамического программирования.

### **Список литературы**

1. Алферов К.В. Бункерные установки / К.В. Алферов, Р.Л. Зенков. – М.: МАШГИЗ, 1955. – 308 с.
2. Зенков Р.Л. Бункерные устройства / Р.Л. Зенков, Г.П. Гриневич, В.С. Исаев. – Машиностроение, 1977. – 224 с.
3. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах / Л.В. Гячев – М.: Машиностроение, 1968. – 184 с.

4. Богомягих В.А. Теория и расчет бункеров для зернистых материалов / В.А. Богомягих.– Ростов-на-Дону: Издательство Ростовского университета, 1973.-152 с.
5. Кандауров И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И.И. Кандауров – Л.: Стройиздат, Ленингр. Отд-ние, 1988. – 280 с.
6. Ревякина Е.А. Метод определения параметров погрузочных машин с парными нагребными лапами с учетом масштабного фактора и формы кусков погружаемого материала: дис. ... кандидата □ехн.. наук: 05.05.06 / Ревякина Елена Александровна. – Новочеркасск 2007. – 262 с.
7. Бедило П.С. повышение эффективности погрузчика непрерывного действия для буртованных сельскохозяйственных грузов: дис. ... кандидата □ехн.. наук: 05.20.01 / Бедило Петр Снргеевич. – Саратов, 2003. – 160 с.
8. Турбин Б.И. Сборник задач по теоретической механике / Турбин Б.И., Рустамов С.И. – К.: Вища шк., 1988.- 232 с.
9. Кухлинг Х. Справочник по физике / Кухлинг Х. – М.: Мир, 1982. – 520 с.
10. Петунина И.А. Разработка ресурсосберегающих процессов очистки и обмолота початков семенной кукурузы: дис. ... доктора □ехн.. наук: 05.20.01 / Петунина Ирина Александровна. – Краснодар, 2008. – 329 с.
11. Брагинец Н.В. К методике исследований некоторых механико-технологических свойств початков и зерна основных подвидов кукурузы / Брагинец Н.В., Бахарев Д.Н., Демченко В.Н. // Науковий вісник Луганського національного аграрного університету. Серія: Технічні науки. - Луганськ: ЛНАУ, 2011. - № 29.- С. 220-232.
12. Боровик О.В. Дослідження операцій в економіці / О.В. Боровик, Л.В. Боровик. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 424 с.

## **Анотація**

### **Механіка крупнозернистої сипкої середи, що складається з качанів кукурудзи під дією зачерпуючих лап живильника**

Брагінець М.В., Бахарєв Д.М.

*Запропонована логічна модель крупнозернистої сипкої середи, що складається з качанів кукурудзи. Математично описано основи руху крупнозернистої сипкої середи, що складається з качанів кукурудзи під дією зачерпуючих лап живильника.*

## **Abstract**

### **Mechanics of a coarse granular medium consisting of corn cobs under action feeder**

N. Braginets, D. Bakharev

*Proposed a logical model of a coarse granular medium consisting of corn cobs. Mathematically describes the basics of movement coarse granular medium consisting of corn cobs under the legs scoop feeder.*