

**О.В. Самохвалова**, канд. техн. наук, доц.

**Ж.А. Крутовой**, канд. техн. наук, проф.

**Г.В. Запаренко**, магістрант

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВМІСТУ ІНГРЕДІЄНТІВ У РЕЦЕПТУРІ КЕКСУ ЗІ ЗБАЛАНСОВАНИМ СКЛАДОМ ЕСЕНЦІАЛЬНИХ НУТРИЄНТІВ**

*Розроблено математичну модель вмісту інгредієнтів у рецептурі кексу з максимально можливим вмістом харчових волокон і збалансованим складом незамінних амінокислот. У моделі подано, по-перше, фізіологічні обмеження на співвідношення вмісту незамінних амінокислот, близькі до оптимальних, по-друге, фізіологічні умови збагачення виробу низкою важливих нутрієнтів, по-третє, технологічні обмеження, зокрема на вміст вологи в тісті.*

*Разработана математическая модель содержания ингредиентов в рецептуре кекса с максимально возможным содержанием пищевых волокон и сбалансированным содержанием незаменимых аминокислот. В модели представлены, во-первых, физиологические ограничения на соотношения незаменимых аминокислот, близкие к оптимальным, во-вторых, физиологические условия обогащения изделия группой важных нутриентов, в-третьих, технологические ограничения, в частности на содержание влаги в тесте.*

*Mathematical model of the ingredients' content in the formation of cake with maximum possible amount of dietary fibers and optimal amino acids content is developed. The model presents: firstly, physiologic limitations on the relations of the essential amino acids close to optimal; secondly, physiologic conditions for the enrichment of products with a group of important nutrients; thirdly, technological limitations on the amount of moisture in dough.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** У сучасному світі прогресує явище незбалансованого харчування, яке проявляється гострим дефіцитом у раціонах повноцінних білків, поліненасичених жирних кислот (ПНЖК), харчових волокон (ХВ), вітамінів, мінеральних речовин, антиоксидантів, а також надлишком споживання гідрогенізованих жирів, легкозасвоюваних вуглеводів. Це призводить до погіршення стану здоров'я населення та розвитку низки хронічних захворювань (зокрема, серцево-судинної системи, цукрового діабету). З іншого боку, борошняні кондитерські вироби, зокрема кекси, мають значний попит у населення та досить часто входять до складу раціонів

харчування. Кекси можуть виготовлятися з дріжджового, пісочного, бісквітного, здобного тіста, а до їх складу входить – борошно пшеничне, яйця, цукор, жир тощо, причому в таких співвідношеннях, які зазвичай не здатні забезпечити організм необхідними нутрієнтами у легкозасвоюваному вигляді. Із цього випливає необхідність науково обґрунтованого корегування нутрієнтного складу даної групи виробів з метою підвищення їх харчової та зниження енергетичної цінності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Розробка продукції функціонального та спеціального дієтичного призначення є невід’ємною частиною соціально-економічного розвитку України, що знайшло своє обґрунтування та підтримку в програмі Кабінету Міністрів України «Здорова нація», концепціях державної політики в галузі харчування населення України, поліпшення продовольчого забезпечення та якості харчування населення тощо. У нашій країні здійснюються дослідження щодо збагачення борошняних кондитерських виробів дефіцитними нутрієнтами [1; 2; 6; 7]. Слід зазначити, що зазвичай під час проектування нових рецептур виробів застосовується аналоговий підхід, тобто обирається базова рецептура, в яку вносяться певні зміни, а перевірка наукових гіпотез здійснюється шляхом аналізу якості лабораторних зразків продукції. При цьому очікуваний вміст нутрієнтів не визначається. Поряд із цим, окрім аналогового, як відомо, існує інший підхід, що успішно застосовується в різних сферах діяльності людини під час досліджень різних процесів та явищ. Він полягає у створенні математичної моделі, яка описує процес, що досліджується, з використанням математичної символіки. Потім відшукуються розв’язки математичної задачі (задач), аналізуються та обирається, якщо це можливо, найкращий (оптимальний) з точки зору того чи іншого критерію. Такий підхід реалізовано в багатьох роботах, зокрема в [3; 4]. Ідея математичного моделювання рецептур різних хлібобулочних виробів, зокрема з високим вмістом харчових волокон, уперше у вітчизняній науковій літературі була реалізована за участю одного з авторів наприкінці 80-х – на початку 90-х рр. ХХ ст. Однак викладені в цих роботах [5; 9] математичні моделі створено без урахування співвідношень між незамінними амінокислотами. Окрім того, не розглядалися умови збагачення борошняних виробів низкою важливих нутрієнтів.

**Мета та завдання статті** – розробити математичну модель вмісту інгредієнтів у рецептурі кексу зі збалансованим складом есенціальних нутрієнтів. При цьому рецептура виробу має бути спроектована так, щоб, по-перше, співвідношення вмісту восьми

незамінних амінокислот були близькими до оптимальних; по-друге, майбутній виріб характеризувався суттєвим вмістом низки важливих нутрієнтів; по-третє, виконувалися технологічні обмеження, зокрема на вміст вологи в тісті, яка забезпечує формування структури готового виробу.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Технологічна постановка задачі: розробити математичну модель вмісту інгредієнтів у рецептурі кексу здобного «Шоколадного» з максимально можливим вмістом харчових волокон, збалансованим амінокислотним складом, ураховуючи необхідні технологічні обмеження, а також умови збагачення виробу низкою нутрієнтів.

На основі аналізу хімічного складу різноманітної сировини для розробки математичної моделі вмісту інгредієнтів у рецептурі здобного кексу нами обрано борошно житнє обойне, а також соєве знежирене, які містять значно більше харчових волокон порівняно з пшеничним. Окрім того, названі інгредієнти, а також сир кисломолочний, яйця курячі містять білки, з амінокислотним складом, близьким до оптимального. Необхідні структурно-механічні й органолептичні показники якості виробів будуть забезпечені іншими компонентами рецептури – цукром білим, маслом вершковим, какао-порошком, содою харчовою, водою питною.

Прийняті позначення:

- |  |   |
|--|---|
| $x_i, \quad i = 1, 2, \dots, 9$                                  | – невідома кількість (г) сировини (вмісту інгредієнта) $i$ -го виду в рецептурі, що проектується;                                       |
| $Y_j, \quad j = 1, 2, \dots, 26$                                 | – вміст (г) нутрієнта $j$ -го виду в рецептурі, що проектується;  |
| $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$   | – відповідно вміст (г) харчових волокон, білка, жиру, вуглеводів у рецептурі, що проектується;  |
| $Y_5, Y_6, Y_7, Y_8, Y_9, Y_{10}, Y_{11}, Y_{12}$                | – відповідно вміст (г) триптофану, лейцину, ізолейцину, метіоніну, фенілаланіну, лізину, треоніну, валіну в рецептурі, що проектується; |
| $Y_{13}, Y_{14}, Y_{15}, Y_{16}, Y_{17}, Y_{18}, Y_{19}, Y_{20}$ | – відповідно вміст (г) фосфору, магнію, калію, кремнію, заліза,   |

	цинку, міді, марганцю в рецептурі, що проектується;
$Y_{21}, Y_{22}, Y_{23}, Y_{24}, Y_{25}, Y_{26}$	– відповідно вміст (г) вітамінів D, B <sub>1</sub> , B <sub>2</sub> , B <sub>6</sub> , A, E в рецептурі, що проектується;
$Y_{27}$	– енергетична цінність (ккал) виробу, що проектується;
$a_{ij}$	– вміст нутрієнта $j$ -го виду в 1 г $i$ -го інгредієнта;
$\beta_i$	– вміст води (г) в 1 г нутрієнта $i$ -го інгредієнта;
$Y_j^{\text{дн}}, j=1, 2, \dots, 26$	– добова потреба (г) в $j$ -му нутрієнті.

Математична модель оптимізації вмісту інгредієнтів у рецептурі, що проектується, з установленими числовими параметрами має такий вигляд:

#### Кекс здобний «Шоколадний»

Найменування сировини	Технологічні обмеження ( $z$ )
1. Борошно житнє обойне	$280 \leq x_1 \leq 310.$ (1)
2. Борошно соєве знежирене	$40 \leq x_2 \leq 48.$ (2)
3. Сир кисломолочний 11% жирності	$35 \leq x_3 \leq 40.$ (3)
4. Цукор білий	$170 \leq x_4 \leq 195.$ (4)
5. Яйця курячі	$220 \leq x_5 \leq 250.$ (5)
6. Масло селянське несолоне 72,5% жирності	$125 \leq x_6 \leq 140.$ (6)
7. Какао-порошок	$15 \leq x_7 \leq 20.$ (7)
8. Сода харчова	$9,8 \leq x_9 \leq 11.$ (8)
9. Вода питна	$0 \leq x_{10} \leq 50.$ (9)

Обмеження на вміст інгредієнтів у рецептурі:

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 1000. \quad (10)$$

Технологічні умови забезпечення необхідного вмісту вологи в тісті:

$$\sum_{i=1}^9 \beta_i \cdot x_i \geq 0,24 \sum_{i=1}^9 x_i, \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^9 \beta_i \cdot x_i \leq 0,3 \sum_{i=1}^9 x_i. \quad (12)$$

Співвідношення для визначення величин  $Y_j$  виглядає таким чином:

$$Y_j = \sum_{i=1}^9 a_{ij} \cdot x_i, \quad j = \overline{1,27}. \quad (13)$$

Фізіологічні обмеження на співвідношення вмісту незамінних амінокислот:

- триптофану до лейцину  $0,17 \leq \frac{Y_5}{Y_6} \leq 0,25 \quad (14)$

або

$$\sum_{i=1}^9 a_{i5} \cdot x_i \geq 0,17 \sum_{i=1}^9 a_{i6} \cdot x_i, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^9 a_{i5} \cdot x_i \leq 0,25 \sum_{i=1}^9 a_{i6} \cdot x_i; \quad (16)$$

- триптофану до ізолейцину  $0,25 \leq \frac{Y_5}{Y_7} \leq 0,33; \quad (17)$

- триптофану до метіоніну  $0,25 \leq \frac{Y_5}{Y_8} \leq 0,60; \quad (18)$

- триптофану до фенілаланіну  $0,25 \leq \frac{Y_5}{Y_9} \leq 0,50; \quad (19)$

- триптофану до лізину  $0,20 \leq \frac{Y_5}{Y_{10}} \leq 0,33; \quad (20)$

- триптофану до треоніну  $0,33 \leq \frac{Y_5}{Y_{11}} \leq 0,50; \quad (21)$

$$\text{- триптофану до валіну} \quad 0,25 \leq \frac{Y_5}{Y_{12}} \leq 0,33. \quad (22)$$

Числові значення коефіцієнтів у нерівностях (14)–(22) були визначені, виходячи із рекомендацій щодо бажаного споживання амінокислот для дорослих людей [8], і які забезпечують їх збалансованість.

Додаткові умови збагачення нутрієнтами 100 г виробу, що проектується, у відсотках відносно добової потреби є такими:

$$\text{- збагачення харчовими волокнами} \quad \frac{10}{Y_1^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i1} \cdot x_i \geq 20\%; \quad (23)$$

$$\text{- збагачення білком} \quad \frac{10}{Y_2^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i2} \cdot x_i \geq 9\%; \quad (24)$$

$$\text{- збагачення фосфором} \quad \frac{10}{Y_{13}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i13} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (25)$$

$$\text{- збагачення магнієм} \quad \frac{10}{Y_{14}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i14} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (26)$$

$$\text{- збагачення калієм} \quad \frac{10}{Y_{15}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i15} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (27)$$

$$\text{- збагачення кремнієм} \quad \frac{10}{Y_{16}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i16} \cdot x_i \geq 25\%; \quad (28)$$

$$\text{- збагачення залізом} \quad \frac{10}{Y_{17}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i17} \cdot x_i \geq 15\%; \quad (29)$$

$$\text{- збагачення цинком} \quad \frac{10}{Y_{18}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i18} \cdot x_i \geq 8\%; \quad (30)$$

$$\text{- збагачення міддю} \quad \frac{10}{Y_{19}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i19} \cdot x_i \geq 14\%; \quad (31)$$

$$\text{- збагачення марганцем} \quad \frac{10}{Y_{20}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i20} \cdot x_i \geq 19\%; \quad (32)$$

$$\text{- збагачення вітаміном D} \quad \frac{10}{Y_{21}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i21} \cdot x_i \geq 40\%; \quad (33)$$

$$\text{- збагачення вітаміном B}_1 \quad \frac{10}{Y_{22}^{dn}} \sum_{i=1}^9 a_{i22} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (34)$$

$$\text{- збагачення вітаміном В}_2 \quad \frac{10}{Y_{23}^{\partial n}} \sum_{i=1}^9 a_{i23} \cdot x_i \geq 12\%; \quad (35)$$

$$\text{- збагачення вітаміном В}_6 \quad \frac{10}{Y_{24}^{\partial n}} \sum_{i=1}^9 a_{i24} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (36)$$

$$\text{- збагачення вітаміном А} \quad \frac{10}{Y_{25}^{\partial n}} \sum_{i=1}^9 a_{i25} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (37)$$

$$\text{- збагачення вітаміном Е} \quad \frac{10}{Y_{26}^{\partial n}} \sum_{i=1}^9 a_{i26} \cdot x_i \geq 10\%; \quad (38)$$

Цільова функція: максимально можливий вміст харчових волокон у виробі, що проектується:

$$Z = Y_1 = \sum_{i=1}^9 a_{i,1} \cdot x_i \rightarrow \max. \quad (39)$$

Математичне формулювання задачі оптимізації вмісту інгредієнтів у виробі, що проектується: визначити вектор  $\vec{X} = \langle x_1, x_2, \dots, x_9 \rangle$ , який максимізує цільову функцію (39) за умови, що координати цього вектора задовольняють системам нерівностей та рівнянь (1) – (38).

Один із допустимих розв'язків задачі проектування рецептури кексу, який задовольняє одержаній системі нерівностей та рівнянь, отримано з використанням табличного процесору MS Excel і подано в табл. 1.

*Таблиця 1 – Вміст інгредієнтів у рецептурі кексу*

Сировина	Витрати сировини, г
1. Борошно житнє обойне	299
2. Борошно соєве знежирене	44
3. Сир кисломолочний 11% жирності	38
4. Цукор білий	194
5. Яйця курячі	246
6. Масло селянське несолоне 72,5% жирності	138
7. Какао-порошок	19
8. Сода харчова	11
9. Вода питна	11
<i>Разом</i>	<i>1000</i>

На подальших етапах дослідження передбачається на основі цих даних розробити рецептуру, яка має бути відпрацьована в лабораторних і виробничих умовах, урахувати технологічні затрати

(на оброблення тіста, випікання тощо) та технологічні втрати, пов'язані з особливостями організації виробництва, а також вміст сухих речовин сировини, величину виходу продукції тощо.

Основні фізіологічні співвідношення вмісту восьми незамінних амінокислот, забезпечені розробленою математичною моделлю вмісту інгредієнтів у рецептурі, подано в табл. 2. Видно, що співвідношення незамінних амінокислот у ній задовольняє умовам системи нерівностей (14)–(22), тобто відповідає рекомендованим нормам споживання для дорослих людей [8] і забезпечує найкраще їх засвоєння.

**Таблиця 2 – Основні фізіологічні співвідношення вмісту незамінних амінокислот, забезпечені рецептурою кексу**

Співвідношення триптофану до незамінних амінокислот:	Величина співвідношення	Межі діапазону сприятливих співвідношень триптофану до незамінних амінокислот	
		мінімум	максимум
лейцину	0,18	0,17	0,25
ізолейцину	0,31	0,25	0,33
метіоніну	0,57	0,25	0,60
фенілаланіну	0,26	0,25	0,50
лізину	0,25	0,20	0,33
треоніну	0,33	0,33	0,50
валіну	0,25	0,25	0,33

Харчову цінність виробу, який можна виготовити за змодельованою рецептурою, наведено в табл. 3. Рівень забезпечення основними нутрієнтами добової потреби зазначено (як приклад) для жінок віком 40–59 років із коефіцієнтом фізичної активності 2,2.

**Таблиця 3 – Харчова цінність 100 г виробу**

Нутрієнт	Вміст у 100 г	Рівень забезпечення добової потреби, %
1	2	3
Харчові волокна, г	5,27	21,07
Білки, г	7,15	9,16
Жири, г	14,15	17,91
Вуглеводи, г	38,47	8,44
Триптофан, г	0,124	12,42
Лейцин, г	0,701	14,02



Ізолейцин, г	0,402	11,50
Метіонін, г	0,217	7,22
Фенілаланін, г	0,477	15,91
Лізин, г	0,497	12,43
Треонін, г	0,382	15,26
Валін, г	0,499	14,26
Фосфор, г	0,16	13,13
Магній, г	0,04	11,63
Калій, г	0,23	11,39
Кремній, мг	7,79	25,96
Залізо, мг	2,73	16,08
Цинк, мг	1,07	8,88
Мідь, мг	0,22	14,36
Марганець, мг	0,99	19,72
Вітамін D, мкг	1,34	53,42
Вітамін B <sub>1</sub> , мг	0,18	13,47
Вітамін B <sub>2</sub> , мг	0,20	12,31
Вітамін B <sub>6</sub> , мг	0,19	10,52
Вітамін A, мг	0,12	11,90
Вітамін E, мг	1,63	10,87
Енергетична цінність, ккал	320	11,24

Очікуваний вміст харчових волокон у кексі здобному «Шоколадний» масою 100 г складає 5,27 г, що становить 21,07% від добової потреби, енергетична цінність – 320 ккал (11,24% добової потреби).

**Висновки.** Одержано один із допустимих розв'язків задачі проектування вмісту інгредієнтів у рецептурі кексу здобного «Шоколадний», який задовольняє сформульованій системі нерівностей та рівнянь і забезпечує високий вміст харчових волокон (більше 20% добової потреби) та високий рівень збалансованості восьми основних незамінних амінокислот. Подальша оптимізація моделі буде здійснена в середовищі MathCAD.

Запропонований підхід до проектування рецептур нових виробів відкриває широкі можливості для створення значного асортименту борошняних кондитерських виробів, у тому числі функціонального призначення.

#### Список літератури

1. Дорохович А. М. Установлення можливості наближення хімічного складу зтяжного печива до вимог нутриціології / А. М. Дорохович, О. М. Яременко // Харчова наука і технологія. – 2009. – № 1 (6). – С. 8–14.
2. Иоргачева Е. Г. Современные тенденции в производстве кондитерских изделий / Е. Г. Иоргачева // Харчова наука і технологія. – 2009. – № 1 (6). – С. 15–18.

3. Крутовий Ж. А. Оптимізація вмісту інгредієнтів у раціонах одноразового споживання з високим вмістом кальцію / Ж. А. Крутовий, Н. В. Манжос, Г. В. Запаренко // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв, ресторанного господарства і торгівлі : зб. наук. праць / ХДУХТ. – Х., 2011. – Вип. 1 (13). – С. 390–397.

4. Математичне моделювання раціонів харчування, що містять збалансований кальцій / В. М. Михайлов [та ін.] // Обладнання та технології харчових виробництв : темат. зб. наук. праць / Донецький нац. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2011. – С. 105–110.

5. Оптимизация рецептур и технология высокобелковых хлебобулочных изделий пониженной энергетической ценности / Э. В. Юрина [и др.] // Теоретические и практические аспекты применения инженерной физико-химической механики с целью совершенствования технологических процессов пищевых производств : [тезисы докл.] / Моск. ин-т прикл. биотехнологии. – М., 1990.

6. Самохвалова, О. В. Збагачення мафінінів харчовими волокнами / О. В. Самохвалова, К. Р. Касабова // Наукові праці ОНАХТ. – Одеса, 2011. – Вип. 40, Т. 1 : Техн. науки. – С. 161–163.

7. Технологічні аспекти створення хлібобулочних і кондитерських виробів спеціального призначення / Г. М. Лисюк [та ін.] // Харчова наука і технологія. – 2009. – № 1. – С. 25–30.

8. Фізіологія харчування : підручник / Л. Ф. Павлоцька [та ін.] – Суми : Університетська книга, 2011. – 473 с.

9. Юрина Э. В. Оптимизация рецептур булочных изделий, удовлетворяющих требованиям сбалансированого питания / Э. В. Юрина, Ж. А. Крутовой, Н. С. Синекоп // Проблемы индустриализации общественного питания: Вторая Всесоюзн. научнoу конф. : [тезисы докл.] – Х., 1989.

Отримано 30.10.2012. ХДУХТ, Харків.

© О.В. Самохвалова, Ж.А. Крутовий, Г.В. Запаренко, 2012.

УДК 637.523.2

**Л.В. Пешук**, д-р с.-г. наук, проф. (НУХТ, Київ)

**О.О. Галенко**, асп. (НУХТ, Київ)

**Н.В. Будник**, асп. (ПУЕТ, Полтава)

## **ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ АЛЬТЕРНАТИВНИХ ДЖЕРЕЛ Кальцію В ТЕХНОЛОГІЇ М'ЯСОПРОДУКТІВ**

*Визначено хімічний склад, радіологічну та токсикологічну безпечність основних джерел кальцію зі ступок мідій, раковин рапани, шкаралупи перепелиних та курячих яєць, проведено їх порівняльну оцінку з іншою кальцієвмісною сировиною. Методом комп'ютерного моделювання розроблено рецептури варених ковбас, збагачених кальцієм.*