

**ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ В КОМПОЗИЦІЙНИХ ТІЛАХ ЦИЛІНДРИЧНОЇ
ФОРМИ ПРИ НАЯВНОСТІ ВНУТРІШНІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА**

Радько І. П.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Наведено систему рівнянь нелінійної нестационарної теплопровідності композиційного тіла при наявності внутрішнього джерела тепла.

Вказані методи вирішення сформульованої задачі.

Постановка проблеми. Композиційні матеріали широко використовуються в багатьох галузях техніки. Їм притаманні фізико-хімічні властивості. Прикладом слугують композиційні електричні проводи [1].

Мета статті. Формування і розв'язок системи нелінійних рівнянь нестационарної теплопровідності при наявності внутрішнього джерела тепла, тобто вирішення задачі теплообміну електропроводу, що складається з композиційних матеріалів

Основні матеріали дослідження. В загальному вигляді нелінійне рівняння нестационарної теплопровідності з внутрішнім джерелом тепла для області G з границею S може бути записане у вигляді [2-4]:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \nabla T \right) - \text{div}(\lambda \nabla T) - Q_v &= 0, \\ c &= c(T), \\ \rho &= \rho(T), \\ \lambda &= \lambda(T), \\ T &= T(\bar{x}, t), \\ Q_v &= Q_v(\bar{x}, T, t), \\ \bar{V} &= \bar{V}(T, t), \\ \bar{x} &\in G. \end{aligned} \quad (1)$$

Початкові умови:

$$T(\bar{x}, \bar{Q}) = T_0(\bar{x}) \quad (2)$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} c_1 \cdot \bar{n} \cdot k \cdot \nabla T|_{\bar{x}} + c_2 T|_{\bar{x}} &= f(\bar{x}, t), \\ \bar{x} = \bar{x}_s &\in S \end{aligned} \quad (3)$$

де c_1, c_2 – варійовані коефіцієнти, задаючи які можна отримати граничні умови будь-якого роду;

\bar{n} – вектор одиничної нормалі до границі області;

$$k = \frac{\lambda}{\alpha_r} \cdot L, \quad (4)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності;

α_r – коефіцієнт теплообміну на поверхні циліндричного тіла;

L – характерний розмір (наприклад діаметр).

Для композиційних матеріалів рівняння теплопровідності можна сформулювати наступним чином:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \nabla T \right) - \text{div}(\lambda \nabla T) - \\ - \bar{Q} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

де $\bar{\rho}_c$ – приведена теплоємність композиційного матеріалу;

$\bar{Q} = Q(T, t)$ – питомий тепловий потік внутрішнього джерела тепла;

\bar{V} – інтенсивність зміни джерела тепла.

Переходячи до циліндричних координат в двовимірній постановці система рівнянь (1 – 3) може бути записана таким чином:

$$\begin{aligned} &-\rho_c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \\ &-\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - Q_v = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

початкові умови:

$$T(r, z, 0) = T_0(r, z); \quad (7)$$

граничні умови:

$$\begin{aligned} c_1 \nabla T(r_s, z_s) + c_2(r_s, z_s) = f(r, z), \\ (r_s, z_s) \in S \end{aligned} \quad (8)$$

З достатньою точністю система рівнянь (6–8) може бути вирішена з застосуванням методів, які полягають у переході до криволінійних координат [3,5,6].

Для розв'язку поставлених математичних задач доцільно використовувати концепції CFD (Computational Fluid Dynamic), які дозволяють виконувати аналіз і розрахунок процесів тепло масообміну у вигляді потужних і зручних комп'ютерних програм [7].

Значення фізичних параметрів управління може бути визначене методом вирішення оброблених завдань, заснованої на заміну диференціального рівняння еквівалентним йому інтегральним рівнянням та інтерпретації з його допомогою експериментальної інформації.

Визначення коефіцієнтів диференціальних рівнянь може бути вироблено різними методами. В основі цих методів лежать ті чи інші способи інтегральних перетворень. Так як визначення похідних експериментальної функції є операцією некоректною, то диференціальне рівняння замінюють на інтегральний аналог.

На наш погляд, обґрунтованим є метод інтегральних алгоритмів. Заслуговує також уваги монографія П. Г. Круковського.

Висновки. Для аналізу процесів теплообміну в електропроводах із композиційних матеріалів необхідно виходити з системи рівнянь нестационарного, нелінійного теплообміну з внутрішнім джерелом тепла.

Розв'язок сформульованої математичної задачі доцільно виконати методом CFD - моделювання.

Список використаних джерел

1. Лыков А. В. Теплообмін / А. В. Лыков – М.: Энергия, 1972. – 560 с.

2. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности / Л. А. Коздоба – М.: Наука, 1975. – 227 с.

3. Утикова С. Применение преобразования координат, согласованных с границей области, к нестационарным задачам теплопроводности в многосвязных областях с произвольной формой границ / С. Утикова, Р. Такеда // Труды американского общества инж.-мех., серия С. – 1985. – Т. 407. – №2. – С. 223-226.

4. Бикмухаметова Д. Н. Нестационарные температурные поля в телах сложной геометрической формы при наличии внутренних стоков тепла и теплообмена с окружающей средой / Д. Н. Бикмухаметова – Казань: Казанский государственный технологический университет, 2000. – 17 с.

5. Поленазв Ю. В. Тепловая защита / Ю. В. Поленазв, Ф. Б. Юревич. – М.: Энергия. 1976. – 392 с.

6. Дегтярева О. М. Нестационарное температурное поле в телах сложной геометрической формы с неравномерным распределением теплофизических свойств / Авт. канд. дисс. – Казань, 1994. – 16 стр.

7. Круковский П. Г. Методологические подходы к CFD – МОДЕРОВАНИЮ тепловых режимов силовых пассивных радиаторов / [Круковский П. Г., Яцевский В. А., Конторович Л. Н., Ивенкив В. Ф., Юрченко Д. Д.] // Промышленная теплотехника, 2008. – Т.30. - №6 – С.57-66.

Аннотация

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В КОМПОЗИЦИОННЫХ ТЕЛАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПРИ ПРИСУТСТВИИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Радько И. П.

Приведена система уравнений нелинейной нестационарной теплопроводности композиционного тела при наличии внутреннего источника тепла.

Указанные методы решения сформулированной задачи.

Abstract

TEMPERATURE FIELD IN COMPOSITE CYLINDRICAL BODIES IN THE PRESENCE OF INTERNAL HEAT SOURCES

I. Radko

Shows the system of equations of nonlinear time-dependent thermal conductivity of the composite body in the presence of an internal heat source.

These methods for solving the above problem.