

АНАЛІЗ РЕЖИМУ ПУСКУ ОДНОМАСОВОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ПРИРОДНІЙ МЕХАНІЧНІЙ ХАРАКТЕРИСТИЦІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ІЗ КОРОТКОЗАМКНЕНИМ РОТОРОМ

Ловейкін В.С., д.т.н., Ромасевич Ю.О., к.т.н., Човнюк Ю.В., к.т.н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

В статті приведено аналіз процесу розгону асинхронного кранового приводу при апроксимації його механічної характеристики. Апроксимація виконується за допомогою лінійної та нелінійної (кубічної) залежності моменту від кутової швидкості. Кубічна апроксимація механічної характеристики не дозволяє знайти аналітичний розв'язок поставленої задачі

Постановка проблеми. Найбільш широко використовуваним приводом кранових механізмів є асинхронний із короткозамкненим та фазним ротором. Значна поширеність цього типу електроприводу зумовлена його незаперечними перевагами по відношенню до інших приводів, зокрема, їх регульовальними властивостями. Режим пуску асинхронного приводу із двигуном з короткозамкненим ротором супроводжується значними динамічними навантаженнями у механічних елементах приводу і струмовими навантаженнями у електричних частинах приводу. Аналіз перехідних режимів руху кранових механізмів із врахуванням особливостей приводного двигуна є важливою задачею.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Часто для аналізу динамічних явищ при перехідних процесах руху кранових механізмів використовують лінійну апроксимацію статичної механічної характеристики асинхронного двигуна [1-3]. Така апроксимація може використовуватись для реостатного ступеневого регулювання асинхронного двигуна із фазним ротором. При перемиканні реостатів у колі ротора робоча точка двигуна переходить із однієї штучної механічної характеристики на іншу. Такі штучні механічні характеристики можуть бути апроксимовані прямими лініями, які проходять через точку, яка відповідає швидкості ідеального холостого ходу двигуна. Нахил графіка механічної характеристики до осі моментів визначається величиною додаткового опору у колі ротора [4].

Статична механічна характеристика двигуна із короткозамкненим ротором описується рівнянням Клосса [4], яке є нелінійним рівнянням. Лінійна апроксимація або апроксимація за допомогою кусочно-постійної функції [5] може давати похибку при розрахунках. Звичайно, якщо збільшити кількість „кусків” у апроксимаційній функції, то похибка розрахунків зменшується, але при цьому значно збільшується складність розрахунків.

Постановка мети та задач дослідження. Метоюведеного дослідження є аналіз процесу розгону кранового механізму на природній механічній характеристиці апроксимованій лінійною та кубічною залежністю.

У відповідності до мети ставляться такі задачі: 1) встановити основні кінематичні характеристики при розгоні кранового асинхронного приводу на природній механічній характеристиці та проаналізувати їх; 2) проаналізувати задачу визначення кінематичних характеристик кранового механізму при апроксимації механічної характеристики привода кубічною залежністю; 3) намітити шляхи аналітичного розв'язання задачі визначення кінематичних характеристик при нелінійній апроксимації механічної характеристики асинхронного кранового приводу.

Виклад основного матеріалу. Для аналізу процесу пуску приймемо одномасову динамічну модель, яка описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$m\ddot{x} = F - W, \quad (1)$$

де: m - приведена до поступального руху маса кранового механізму;

x - узагальнена координата кранового механізму;

F - сила створена приводним двигуном;

W - сила опору переміщення маси m (у тому числі технологічного характеру), яка у даному дослідженні є незмінною (наприклад, у випадку підйому вантажу сила опору переміщення рівна вазі вантажу).

Точка над символом означає диференціювання за часом.

За умови поступального переміщення сила створена приводом описується, із врахуванням рівняння Клосса, наступною залежністю:

$$F = \frac{2M_{\max} (1 + s_{кр}) i \eta r}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s} + 2s_{кр}}, \quad (2)$$

де: M_{\max} - максимальний момент асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором;

$s_{кр}$ - критичне ковзання двигуна, яке відповідає максимальному моменту (

$$s_{кр} = \frac{s_{ном} \left[\frac{M_{\max}}{M_{ном}} + \sqrt{\left(\frac{M_{\max}}{M_{ном}} \right)^2 + 2s_{ном} \left(\frac{M_{\max}}{M_{ном}} - 1 \right) - 1} \right]}{1 - 2s_{кр} \left(\frac{M_{\max}}{M_{ном}} \right)};$$

s - поточне ковзання асинхронного короткозамкненого двигуна (

$$s = 1 - \frac{\dot{x}i}{\omega_0 r}); s_{ном} - \text{номінальне ковзання двигуна } (s_{ном} = 1 - \frac{\dot{x}}{v_{ном}});$$

$v_{ном}$ - номінальна швидкість кранового механізму, яка відповідає номінальній швидкості руху приводного двигуна;

ω_0 - швидкість ідеального холостого ходу двигуна;

i - передаточне число привода;
 η - ККД привода;
 r - радіус приводного колеса візка.

Здійснимо аналіз процесу розгону асинхронного кранового приводу із короткозамкненим ротором. Апроксимуємо механічну характеристику прямою, яка проходить через дві точки: точку, яка відповідає пусковому моменту (точка 1) та точку із нульовим моментом (точка 3) (рис. 1). На рис. 1. показані вказані точки та точка 2 із координатами, які відповідають номінальному моменту та номінальній кутовій швидкості двигуна. Дана апроксимація не досить коректно відображає реальну статичну механічну характеристику двигуна, тому її можна використовувати лише у першому наближенні. У приведених розрахунках використані дані для двигуна МТКФ011-6: $P_{ном}=1,7$ кВт, $n_{ном}=835$ об/хв, $\frac{M_{пуск}}{M_{ном}} = \frac{M_{max}}{M_{ном}} = 2,3$ [6].

Підставляючи відповідні значення можемо сформулювати задачу Коші: знайти розв'язок диференціального рівняння:

$$\ddot{x} + \dot{x} \frac{M_{пуск} i^2 \eta}{\omega_0 m r^2} - \frac{M_{пуск} i \eta}{m r} + \frac{W}{m} = 0, \quad (3)$$

де: ω_0 - швидкість ідеального холостого хода електродвигуна; при початкових умовах:

$$\begin{cases} x(0) = 0, \\ \dot{x}(0) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

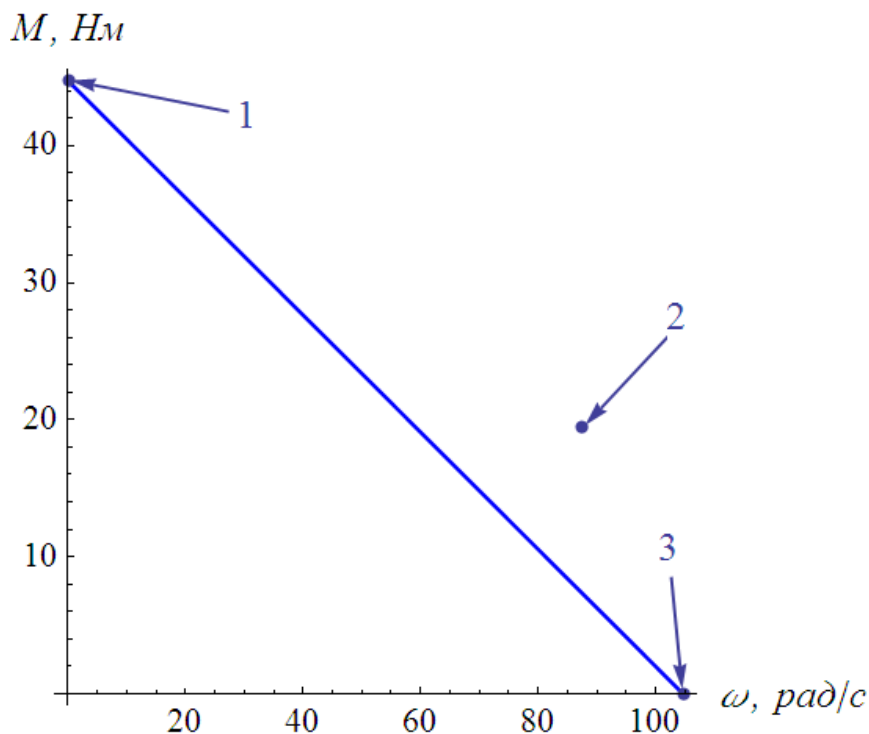


Рис. 1 – Апроксимація механічної характеристики асинхронного двигуна прямою

Розв'язок даної задачі Коші представляється у такому вигляді:

$$x = \frac{\omega_0^2 m^2 r^4}{M_{\text{нук}}^2 i^4 \eta^2} \left(\frac{M_{\text{нук}} i \eta}{m r} - \frac{W}{m} \right) \left(e^{-t \left(\frac{M_{\text{нук}} i^2 \eta}{\omega_0 m r^2} \right)} + t \frac{M_{\text{нук}} i^2 \eta}{\omega_0 m r^2} - 1 \right). \quad (5)$$

Диференціюючи вираз за часом, отримаємо функцію швидкості системи:

$$\dot{x} = \left(\frac{r}{r i} - \frac{W r^2}{i^2 \eta M_{\text{нук}}} \right) \left(1 - e^{-t \left(\frac{M_{\text{нук}} i^2 \eta}{\omega_0 m r^2} \right)} \right). \quad (6)$$

Для знаходження тривалості розгону системи до деякої швидкості необхідно розв'язати наступне рівняння:

$$\dot{x} = v^* \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}, \quad (7)$$

де: v^* - відносна швидкість усталеного руху. Розв'язок рівняння (7) представляється таким чином:

$$t = \frac{\lg \frac{1}{1 - v^*}}{M_{\text{нук}} i^2 \eta} m r^2 \omega_0. \quad (8)$$

Побудуємо графіки функцій (5), (6) та функції прискорення системи (рис. 2).

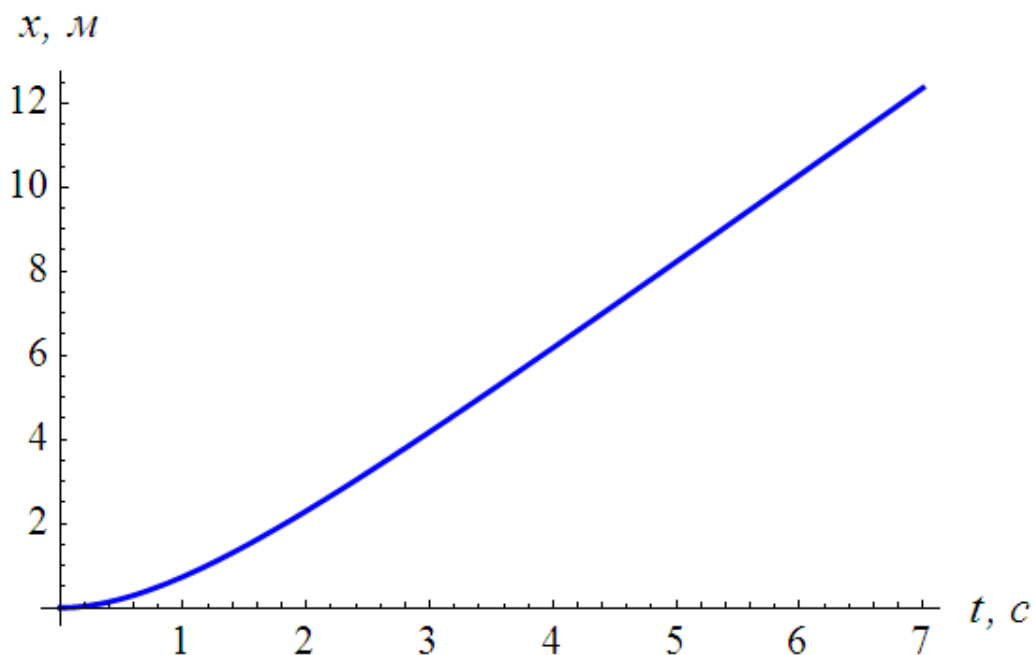


Рис. 2 – Графік функції переміщення системи

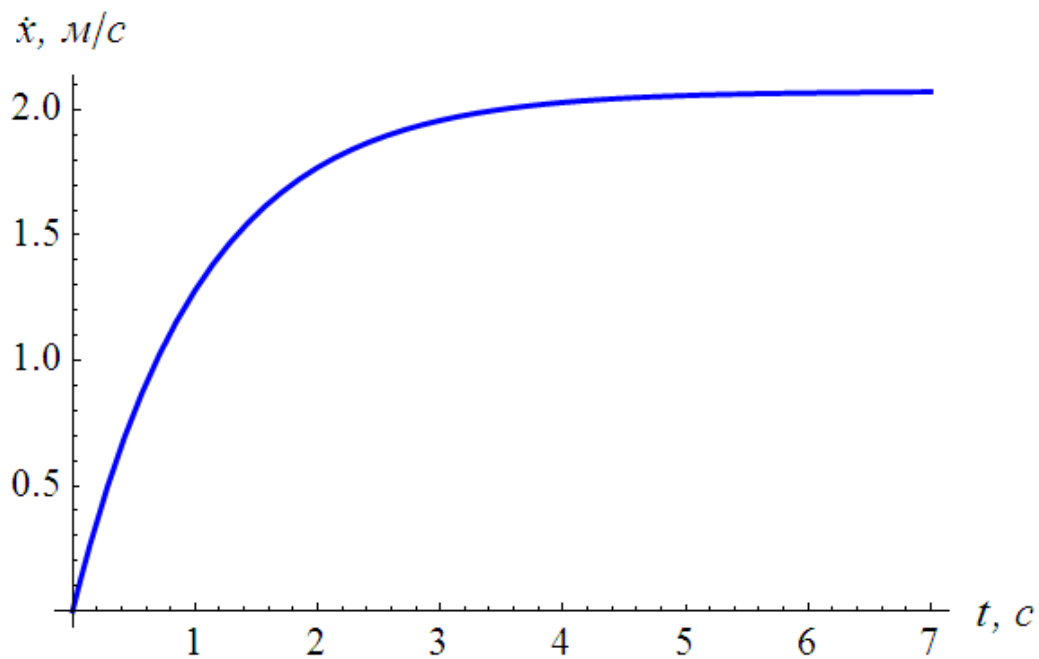


Рис. 3 – Графік функції швидкості системи

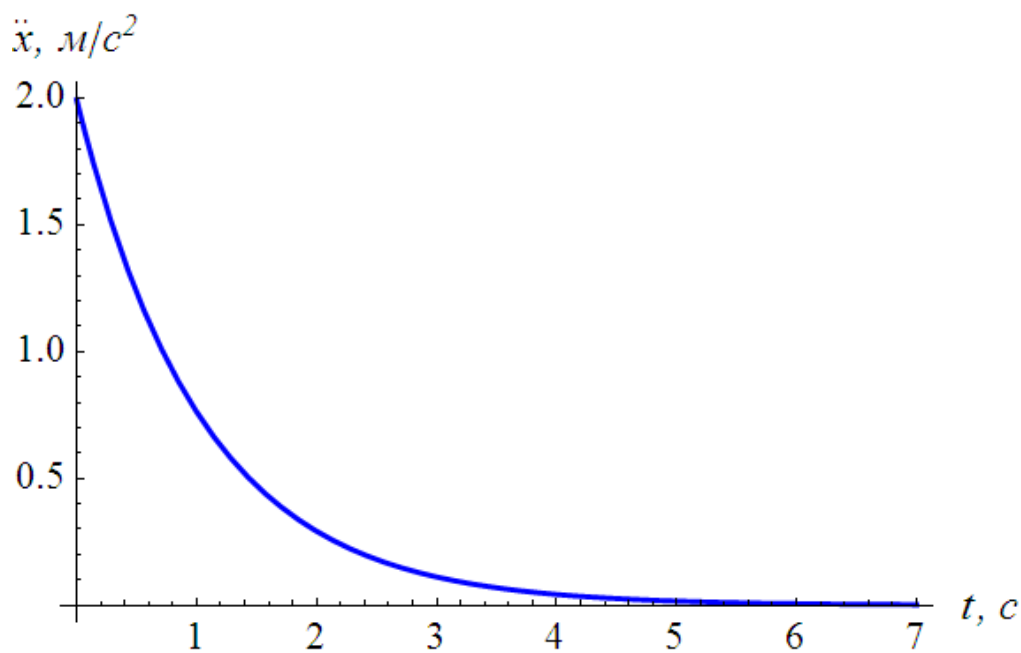


Рис. 4 – Графік функції прискорення системи

Повторимо, що приведені результати можна використовувати лише у якості першого наближення. Для того, щоб отримати більш наближену до реальності картину необхідно підібрати таку апроксимаційну функцію, яка б краще описувала механічну характеристику асинхронного двигуна і яку, до того ж, можна було б використати для знаходження аналітичних виразів для кінематичних характеристик кранового механізму. Використане вище слово „краще” означає, що апроксимаційна функція повинна проходити через всі точки (1, 2 та 3 на рис. 1), координати яких даються виробниками електродвигунів. Крім того, оскільки для розглядуваного електродвигуна

МТКФ011-6 пусковий момент співпадає із максимальним, то апроксимаційна функція повинна перетинати вісь моментів під прямим кутом.

Природно представити апроксимаційну функцію у вигляді полінома:

$$M = \sum_{i=0}^n A_i \omega^i, \quad (9)$$

де: A_i - невідомі коефіцієнти, які необхідно певним чином підібрати;
 ω - кутова швидкість електродвигуна;
 n – степінь полінома.

Поліном (9) повинен задовольняти наступні умови:

$$\begin{cases} M(0) = M_{\text{пуск}}; \\ \left. \frac{\partial M}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = 0; \\ M(\omega_{\text{ном}}) = M_{\text{ном}}; \\ M(\omega_0) = 0, \end{cases} \quad (10)$$

де: $\omega_{\text{ном}}$ - номінальна швидкість руху електроприводу;
 $M_{\text{ном}}$ - номінальний момент на валу двигуна.

Оскільки умов чотири, то $n=3$. Із системи умов (10) можна знайти невідомі коефіцієнти A_i . Для цього сформуємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} A_0 = M_{\text{пуск}}; \\ A_1 = 0; \\ A_0 + A_1 \omega_{\text{ном}} + A_2 \omega_{\text{ном}}^2 + A_3 \omega_{\text{ном}}^3 = M_{\text{ном}}; \\ A_0 + A_1 \omega_0 + A_2 \omega_0^2 + A_3 \omega_0^3 = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Запишемо вирази для коефіцієнтів A_2 та A_3 :

$$A_2 = \frac{(M_{\text{ном}} - M_{\text{пуск}})\omega_0^3 + M_{\text{пуск}}\omega_{\text{ном}}^3}{\omega_0^2(\omega_0 - \omega_{\text{ном}})\omega_{\text{ном}}^2}; \quad (12)$$

$$A_3 = \frac{-M_{\text{ном}}\omega_0^2 + M_{\text{пуск}}(\omega_0^2 - \omega_{\text{ном}}^2)}{\omega_0^2(\omega_0 - \omega_{\text{ном}})\omega_{\text{ном}}^2}. \quad (13)$$

Підставляючи знайдені вирази у формулу (9) знайдемо формулу, яка описує статичну механічну характеристику асинхронного електродвигуна. Побудуємо графік цієї характеристики (рис. 5).

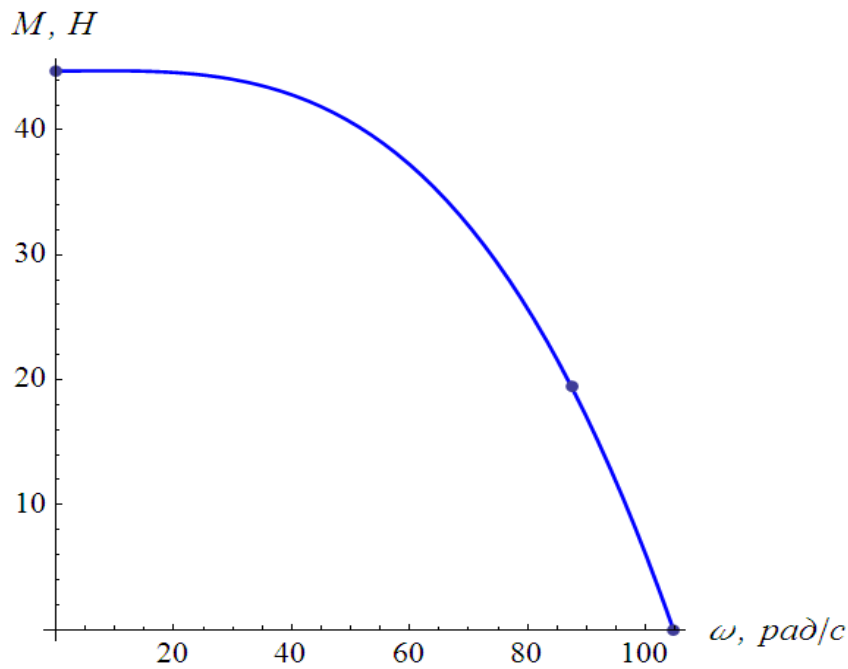


Рис. 5 – Графік апроксимованої механічної характеристики асинхронного двигуна МТКФ011-6

Враховуючи вирази (11)-(13) рівняння руху (1) можна переписати таким чином:

$$\ddot{x} = \frac{F - W}{m} = N_3 \dot{x}^3 + N_2 \dot{x}^2 + N_1 \dot{x} + N_0, \quad (14)$$

де: N_3, N_2, N_1, N_0 - певні коефіцієнти, які визначаються із наступних

$$\text{виразів: } N_3 = \frac{A_3 i^4 \eta}{m r^4}, N_2 = \frac{A_2 i^3 \eta}{m r^3}, N_1 = \frac{A_1 i^2 \eta}{m r^2} = 0, N_0 = \frac{A_0 i \eta}{m r} - \frac{W}{m}.$$

Вводячи позначення: $\dot{x} = v$, рівняння (14) запишемо таким чином:

$$\dot{v} = N_3 v^3 + N_2 v^2 + N_0. \quad (15)$$

Рівняння (15) є нелінійним диференціальним рівнянням Абеля із постійними коефіцієнтними [7]. Для знаходження розв'язку рівняння (15) необхідно знайти розв'язки кубічного алгебраїчного рівняння:

$$v^3 + \frac{N_2}{N_3} v^2 + \frac{N_0}{N_3} = 0. \quad (16)$$

Для визначення коренів рівняння (16) його необхідно звести до „неповного” виду [8]. Це робиться шляхом введення заміни: $\gamma = v + \frac{N_2}{3N_3}$. У

результаті рівняння (16) представляється у такому виді:

$$\gamma^3 + \gamma \frac{N_2^2}{3N_3^2} + \left(\frac{2N_2^3}{27N_3^3} + \frac{N_0}{N_3} \right) = 0. \quad (17)$$

Корені „неповного” кубічного рівняння (17) знаходяться за такими виразами:

$$\begin{cases} \gamma_1 = A + B; \\ \gamma_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm i \frac{A-B}{2} \sqrt{3}, \quad i^2 = -1, \end{cases} \quad (18)$$

де: $A = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{D}}, \quad A = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{D}}, \quad D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 - \left(\frac{q}{2}\right)^2, \quad p = \frac{N_2^2}{3N_3^2},$

$$q = \frac{2N_2^3}{27N_3^3} + \frac{N_0}{N_3}.$$

Для подальшого аналізу необхідно встановити знак дискримінанта D . Враховуючи введені вище позначення можемо записати вираз для дискримінанту:

$$D = \frac{r^6 \omega_{ном}^4 \omega_0^4 (rW - iM_{ном} \eta \lambda)^2 (\omega_0 - \omega_{ном})^2}{4i^8 M_{ном}^2 \eta^2 (\omega_0^2 (\lambda - 1) - \lambda \omega_{ном}^2)^2}. \quad (19)$$

Аналіз виразу (19) показує, що завжди $D > 0$.

Отже рівняння (17) буде мати один дійсний корінь та два комплексно-спряжені.

Тепер можемо записати розв’язок рівняння (15) у неявному вигляді:

$$\int \frac{dv}{\left(v - \gamma_1 + \frac{N_3}{3N_3}\right) \left(v - \gamma_2 + \frac{N_3}{3N_3}\right) \left(v - \gamma_3 + \frac{N_3}{3N_3}\right)} = tN_3 + \lg C_1, \quad (20)$$

де: C_1 - постійна інтегрування.

Після інтегрування лівої частини виразу (20) його можна переписати у такому вигляді:

$$\lg \left(v - \gamma_1 + \frac{N_3}{3N_3}\right)^{G_1} + \lg \left(v - \gamma_2 + \frac{N_3}{3N_3}\right)^{G_2} + \lg \left(v - \gamma_3 + \frac{N_3}{3N_3}\right)^{G_3} = tN_3 + \lg C_1, \quad (21)$$

де: $G_1 = \frac{(\gamma_2 - \gamma_3)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)}, \quad G_2 = \frac{(\gamma_3 - \gamma_1)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)},$

$$G_3 = \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)}.$$

Надалі необхідно знайти постійну інтегрування C_1 , яка входить у вираз (21). Для цього потрібно задатись початковою умовою: $v(0) = 0$. Із врахуванням цієї умови можемо знайти вираз для постійної інтегрування C_1 :

$$C_1 = \left(-\gamma_1 + \frac{N_3}{3N_3} \right)^{G_1} \left(-\gamma_2 + \frac{N_3}{3N_3} \right)^{G_2} \left(-\gamma_3 + \frac{N_3}{3N_3} \right)^{G_3}. \quad (22)$$

Таким чином, ми знайшли залежність $t = f(v)$. Цю залежність також можна трактувати як неявну залежність $v = f(t)$. Для знаходження явної залежності $v = f(t)$ необхідно розв'язати рівняння (21), причому представляє інтерес саме аналітичний розв'язок, який знайти досить складно. Можна шукати розв'язок рівняння (21) при відомих параметрах, які в нього входять. Але навіть при умові, що всі параметри відомі розв'язування рівняння (21) може бути досить складним. Звичайно використання наближених (наприклад, ітераційних) методів розв'язку дозволяє знаходити певні наближення до точного розв'язку. Це не універсальний результат, тому він не представляє інтересу з точки зору проведення загального аналізу процесу розгону кранового механізму. Однак, для даних параметрів кранового механізму можна отримати графічну залежність швидкості від часу. Для цього побудуємо графік функції $t = f(v)$ та „повернемо” його на 90 градусів. Отриманий графік показаний на рис. 7 штриховою лінією. Для перевірки правильності проведених розрахунків проведемо чисельне інтегрування диференціального рівняння (14). У результаті отримаємо інтерполяційну функцію $\delta = f(t)$, графік якої показано на рис. 6. Графіки вищих похідних інтерполяційної функції $\delta = f(t)$ показано на рис. 7 та рис. 8.

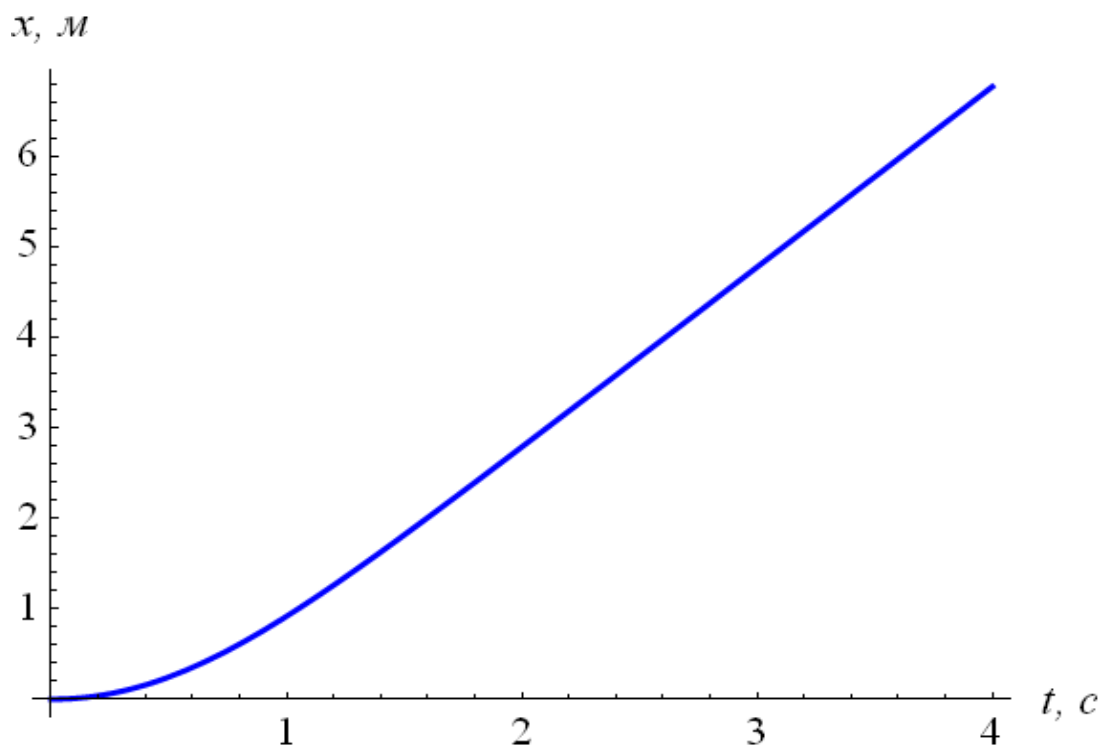


Рис. 6 – Графік функції переміщення системи

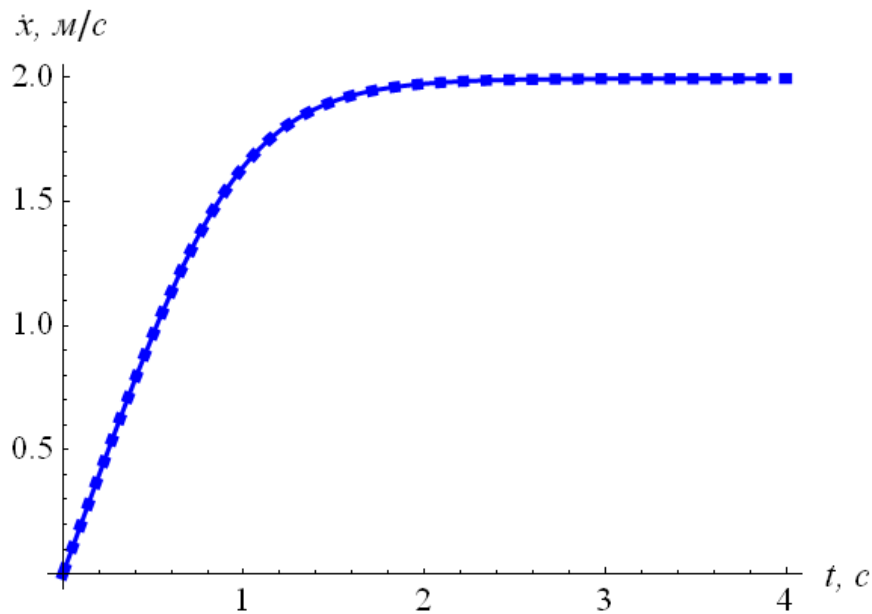


Рис. 7 – Графік функції швидкості системи

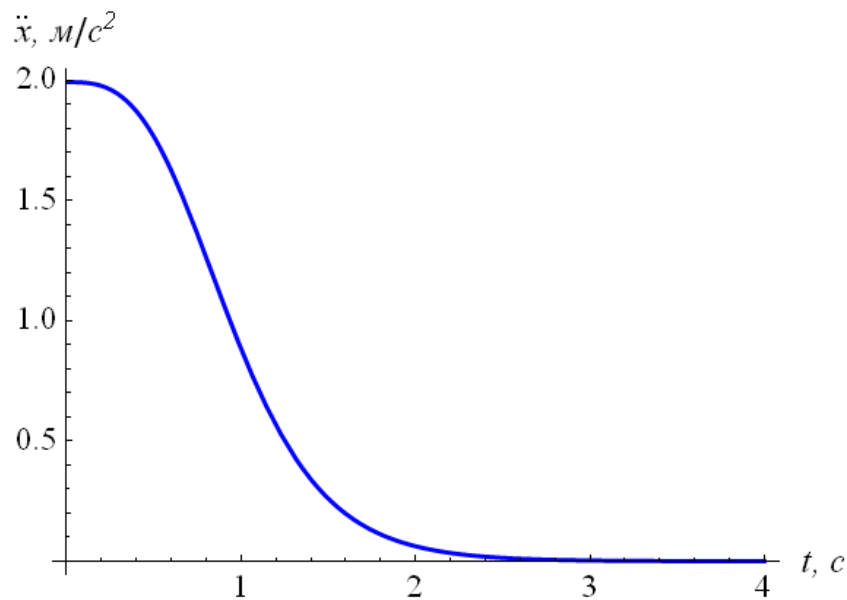


Рис. 8 – Графік функції прискорення системи

На рис. 7 побудовано графіки при чисельному інтегруванні рівняння (14) та функція $t = f(v)$ повернута на 90 градусів. Графіки даних функцій мають абсолютний збіг, що свідчить про правильність проведених аналітичних розрахунків. Причиною складнощів при розв’язуванні задачі знаходження аналітичного виразу, що описує рух кранового механізму, є вид диференціального рівняння (15), яке у свою чергу є „продуктом” апроксимаційної функції (9). Тому доцільно апроксимаційну функцію представляти у іншому вигляді, наприклад, у вигляді квадратичного полінома (при $n=2$). Однак, при цьому не виконуються усі умови (11). Тому механічну характеристику асинхронного двигуна необхідно шукати у вигляді сплайна [9], який складається із двох квадратичних поліномів і які „зшиваються” у точці із координатами $(M_{ном}; \omega_{ном})$.

Висновок. Приведені дослідження стосуються аналізу процесу пуску кранового механізму у першому наближенні (при використанні лінійної апроксимації механічної характеристики). Кубічна апроксимація механічної характеристики не дозволяє встановити аналітичні залежності для кінематичних параметрів руху кранового механізму. Така апроксимація не універсальна, а тому не представляє інтересу. Для знаходження аналітичного розв'язку поставленої задачі необхідно використати квадратичну апроксимацію механічної характеристики.

Список використаних джерел

1. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / Комаров М.С. – М.: Машиностроение, 1969. – 206 с.
2. Казак С.А. Динамика мостовых кранов / Казак С.А. – М.: Машиностроение, 1968. – 331 с.
3. Грузоподъемные краны. Кн. 2 / Шеффлер М., Дресиг Х., Курт Ф.; [пер. с немецкого М.М. Рунов, В.Н. Федосеев]; под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение, 1981. – 287 с.
4. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник [для студ. вузов] / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. - [6-е изд., доп. и перераб.]. - М.: Энергоиздат, 1981. - 576с.
5. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа / Будиков Л.Я. – Луганск: Издательство ВУГУ, 1997. – 210 с.
6. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе / С.Н. Вешеневский. – М. : Энергия, 1977. – 432 с.
7. Прокопеня А.Н. Применение системы Mathematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений / Прокопеня А.Н., Чичурин А.В. – Мн.: БГУ, 1999. – 265 с.
8. Корн Г. Справочник по высшей математике для научных работников и инженеров / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
9. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения. / Н.П. Корнейчук. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

Аннотация

АНАЛИЗ РЕЖИМА ПУСКА ОДНОМАССОВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ПРИРОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ

Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.О.

В статье приведен анализ процесса разгона асинхронного кранового привода при аппроксимации его механической характеристики. Аппроксимация производится с помощью линейной и нелинейной (кубической) зависимости момента от угловой скорости. Кубическая аппроксимация механической характеристики не позволяет найти аналитическое решение поставленной задачи

Abstract

ONE-MASS DYNAMIC SYSTEM START-UP MODE ANALYSIS WHICH TAKING INTO ACCOUNT MECHANICAL CHARACTERISTIC OF ASYNCHRONOUS ENGINE

V. Loveikin, Y. Romasevich

In article the analysis of process of dispersal asynchronous crane drive is resulted at approximation of its mechanical characteristic. Approximation is made by means of linear and nonlinear (cubic) dependence of the moment on angular speed. Cubic approximation of the mechanical characteristic doesn't allow to find the analytical decision of a task in view