

## РАДИУС КАЧЕНИЯ И ОЦЕНКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСА МОБИЛЬНОЙ МАШИНЫ С ДОРОГОЙ

**Лебедев А.Т., д.т.н., проф., Артемов Н.П., к.т.н., доц.**

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства  
имени Петра Василенка*

**Подригало М.А., д.т.н., проф.**

*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет*

**Кот А.В.**

*Харьковский филиал УкрНИИПИТ имени Леонида Погорелого*

*Рассмотрены вопросы, раскрывающие взаимосвязь между линейной скоростью оси и угловой скоростью колеса при движении по твердой опорной поверхности.*

**Введение.** Радиус качения пневматического колеса мобильной машины представляет собой отношение линейной скорости оси колеса к угловой скорости его вращения. Отличие величины радиуса качения (кинематического радиуса) от величины свободного радиуса колеса связано с наличием окружной деформации шины и существованием упругого проскальзывания в пятне контакта.

В настоящей статье получены аналитические выражения, позволяющие оценить взаимосвязь динамического и кинематического радиусов эластичного колеса с учетом относительного буксования (скольжения). Предложено в качестве критерия оценки контакта колеса с дорогой использовать отношение кинематического радиуса к свободному радиусу колеса при заданном внутреннем давлении воздуха в шине.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Качение всякого деформируемого тела, например, по плоскости, как правило, сопровождается скольжением части точек этого тела относительно опорной поверхности [1, 2].

В площадке контакта катящегося деформируемого тела (эластичного колеса) одновременно существует как область, в которой действуют силы сцепления (точнее силы трения покоя), так и область или области, в которых действуют силы трения скольжения [2].

В этом случае речь идет о частичном или разновременном проскальзывании [3]. Упругим проскальзыванием Н.Е. Жуковский [4] назвал перемещение части точек колеса, находящихся в контакте, относительно опорной поверхности при одновременном наличии точек, неподвижных относительно этой поверхности.

Скольжением колеса [2] называется одновременное перемещение всех находящихся в контакте точек колеса относительно опорной поверхности.

Продольное скольжение колеса, направление которого совпадает с направлением тангенциальных скоростей точек колеса в контакте можно назвать буксованием колеса, а при несовпадении направления – юзом [2]. Качением без скольжения колеса с эластичной шиной по твердой опорной поверхности (частный случай) следует называть такое движение колеса, при котором в площадке его контакта с опорной плоскостью существует хотя бы одна нескользкая точка (нескользкий отрезок прямой, параллельный оси колеса) [2].

При качении колеса без скольжения радиус качения (кинематический радиус) отличается от динамического. Соотношение между радиусом качения ведомого колеса и его динамическим радиусом в зависимости от конструкции шины, нагрузки и давления воздуха может быть радиальным. У ведомого колеса радиус качения может быть больше и меньше динамического радиуса, а также равен ему [5].

При отсутствии проскальзывания и пробуксовывания колеса радиус качения определяется окружной деформацией шины [2, 5, 6].

Окружное сжатие элементов шины в процентах по отношению к длине окружности свободного радиуса составляет [5]

$$\Delta = \left(1 - \frac{r_k}{r_0}\right) \cdot 100\%, \quad (1)$$

где:  $r_k$  – радиус качения колеса;  
 $r_0$  – свободный радиус колеса.

Откуда радиус качения колеса

$$r_k = r_0 \left(1 - \frac{\Delta}{100}\right). \quad (2)$$

Проведенные экспериментальные исследования показали [5], что для диагональной шины основное влияние на окружную деформацию оказывает давление воздуха и нормальная нагрузка. Радиус качения может быть представлен в виде двух сложных функций, одна из которых зависит от окружной деформации шины, вызванной нормальной нагрузкой, а вторая – от окружной деформации, вызванной приложенным к колесу моментом [5]

$$r_k = f(\Delta G_k) + \varphi(\Delta M_k), \quad (3)$$

где:  $\Delta G_k$  – нормальная нагрузка на колесо;  
 $\Delta M_k$  – крутящий момент, приложенный к колесу.

По данным исследований [5] радиус качения ведущего колеса выражается следующей зависимостью

$$r_k = r_0 (l + \varepsilon \lambda) \left( l - \frac{2 \cdot P_k \cdot h}{G_p \cdot b \cdot K \cdot L^2} \right), \quad (4)$$

где:  $\varepsilon\lambda$  – окружная относительная деформация каркаса от вертикальной нагрузки;

$P_k$  – касательная сила в контакте;

$h$  – высота протектора;

$G_p$  – модуль сдвига резины протектора;

$K$  – коэффициент насыщенности рисунка протектора;

$L$  – длина пятна контакта.

Как показали результаты экспериментального исследования, приведенные в работе [5], действие окружной силы приводит к незначительному изменению окружной деформации шины, вызванной нормальной нагрузкой.

В тракторостроении [7] при оценке тяговых свойств используется показатель – зависимость относительного буксования ведущих колес  $\delta$  от безразмерного показателя нагрузки на крюке  $\varphi_{кр} = P_{кр} / G_T$ , ( $P_{кр}$  – усилие на крюке,  $G_T$  – общий вес трактора). Относительное буксование ведущих колес определяется следующей зависимостью [2]

$$\delta = 1 - \frac{V_0}{\omega_k \cdot r_\delta}, \quad (5)$$

где:  $V_0$  – линейная скорость оси автомобиля;

$\omega_k$  – угловая скорость колеса;

$r_\delta$  – динамический радиус колеса.

В формулу (5) необходимо вводить динамический радиус колеса  $r_\delta$ , а не кинематический  $r_k$ , поскольку последний определяется зависимостью [2, 3]

$$r_k = \frac{V_0}{\omega_k} \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5) получим  $\delta = 0$ .

Таким образом при наличии в площадке контакта эластичного колеса с опорной поверхностью хотя бы одной несскользящей точки между ведомой и ведущей координатами колеса соблюдается связь, подчиняющаяся уравнению неразрывности сплошной среды, в следствие чего скоростные потери при движении колеса в этих условиях отсутствуют [2]. При этом тангенциальная деформация в зоне несскользящих точек постоянна [2].

При наличии в площадке контакта эластичного колеса с опорной поверхностью несскользящих точек скоростные потери происходят ввиду наличия упругого скольжения (буксования). Такое скольжение в литературе принято называть псевдоскольжением или явлением крипа. Однако в известной литературе отсутствуют зависимости, позволяющие связать между собой скоростные потери с псевдоскольжением (упругим скольжением) и окружной скорости колеса (или линейной скорости оси колеса).

**Целью исследования** является определение радиуса качению колеса мобильной машины при движении по твердой опорной поверхности.

Для достижения указанной цели необходимо определить взаимосвязь между линейной скоростью оси и угловой скоростью колеса.

**Результаты исследования.** При определении взаимосвязи между угловой скоростью колеса и линейной скоростью его оси из выражения (5) определим

$$\frac{V_0}{\omega_k \cdot r_\partial} = 1 - \delta \quad (7)$$

Предположим, что динамический радиус колеса равен статическому, т.е.

$$r_\partial \cong r_{cm} = r_0 - z = r_0 - \frac{P_z}{C_z} = r_0 \left( 1 - \frac{P_z}{C_z \cdot r_0} \right), \quad (8)$$

где:  $r_{cm}$  – статический радиус колеса;  
 $z$  – радиальная деформация колеса;  
 $P_z$  – нормальная нагрузка на колесо;  
 $C_z$  – радиальная жесткость колеса.

После подстановки (8) в (7) определим из последнего

$$\omega_k = \frac{V_0}{(1 - \delta) \cdot r_0 \left( 1 - \frac{P_z}{C_z \cdot r_0} \right)} \quad (9)$$

При сопоставлении уравнений (9) и (6) определяется радиус качения (кинематический радиус) колеса

$$r_k = (1 - \delta) \left( 1 - \frac{P_z}{C_z \cdot r_0} \right) r_0 \quad (10)$$

Введем понятие о кинематическом параметре колеса  $K$ , который нужно определить из выражения (9)

$$K = \frac{V_0}{\omega_k \cdot r_0} = (1 - \delta) \left( 1 - \frac{P_z}{C_z \cdot r_0} \right) = (1 - \delta)(1 - \lambda z), \quad (11)$$

где:  $\lambda z$  – параметр радиальной деформации колеса,

$$\lambda z = \frac{P_z}{C_z \cdot r_0}. \quad (12)$$

Таким образом, радиус качения колеса можно определить через свободный радиус колеса  $r_0$  и кинематический параметр колеса  $K$

$$r_k = K \cdot r_0, \quad (13)$$

а линейная скорость оси колеса

$$V_0 = \omega_k \cdot r_k = \omega_k \cdot K \cdot r_0 \quad (14)$$

Потеря скорости оси колеса

$$\Delta V_0 = \omega_k \cdot r_0 - \omega_k \cdot K \cdot r_0 = \omega_k \cdot r_0 (1 - K) \quad (15)$$

Относительные потери скорости

$$\frac{\Delta V_0}{\omega_k \cdot r_0} = 1 - K. \quad (16)$$

(14) Определим линейное ускорение оси колеса, дифференцируя выражение

$$\frac{dV_0}{dt} = r_0 \left( \omega_k \frac{dk}{dt} + K \frac{d\omega_k}{dt} \right). \quad (17)$$

Дифференцируя выражение (11) определим

$$\frac{dK}{dt} = - \left[ \frac{d\delta}{dt} \left( 1 - \frac{P_Z}{C_Z \cdot r_0} \right) + (1 - \delta) \frac{1}{C_Z \cdot r_0} \cdot \frac{dP_Z}{dt} \right]. \quad (18)$$

Подставляя (18) в уравнение (17), получим

$$\frac{dV_0}{dt} = \frac{d\omega_k}{dt} \cdot r_0 (1 - \delta) \left( 1 - \frac{P_Z}{C_Z \cdot r_0} \right) - \omega_k \left[ \frac{1 - \delta}{C_Z \cdot r_0} \cdot \frac{dP_Z}{dt} + \left( 1 - \frac{P_Z}{C_Z \cdot r_0} \right) r_0 \frac{d\delta}{dt} \right]. \quad (19)$$

Используя выражение (19) можно в дальнейшем осуществлять моделирование движения колеса при переменных нормальной реакции  $P_Z$  и при буксовании  $\delta$ .

Например, при  $\omega_k = const (d\omega_k / dt = 0)$  выражение (19) примет вид:

$$\frac{dV_0}{dt} = -\omega_k r_0 \left[ \frac{1 - \delta}{C_Z \cdot r_0} \cdot \frac{dP_Z}{dt} + \left( 1 - \frac{P_Z}{C_Z \cdot r_0} \right) \frac{d\delta}{dt} \right]. \quad (20)$$

Таким образом, воздействие дорожных неровностей на колесо и изменение буксования  $\delta$  приводят к появлению линейного горизонтального ускорения оси колеса даже при  $\omega_k = const (d\omega_k / dt = 0)$ .

**Выводы.** В результате проведенного исследования предложен новый показатель – кинематический параметр колеса, позволяющий учесть скоростные потери при его качении. Указанные потери обусловлены как радиальной деформацией колеса, так и упругим скольжением в пятне контакта с твердой опорной поверхностью.

#### Список использованных источников

1. Крагельский, И.В. Развитие науки и техники [Текст] / И.В. Крагельский, В.С. Кедров. – М.: АН СССР, 1956. – 236 с.

2. Петрушов, В.А. Сопротивление качению автомобилей и автопоездов [Текст] / В.А. Петрушов, С.А. Шуклин, В.В. Московкин. – М.: Машиностроение, 1975.– 225 с.
3. Чудаков, Е.А. Качение автомобильного колеса [Текст] / Е.А. Чудаков.– М.: Машгид, 1947.– 72 с.
4. Жуковский, Н.Е. О скольжении ремня на шкивах [Текст] / Н.Е. Жуковский // Полное собрание сочинений, Т.8 – М.–Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937.– С. 19–36.
5. Кнороз, В.И. Работа автомобильной шины [Текст] / В.И. Кнороз, Е.В. Кленников, И.П. Петров, А.С. Шелухин, Ю.М. Юрьев; под ред. В.И. Кнороза.– М.: Транспорт, 1976.– 236 с.
6. Абдулгасис, У.А. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля [Текст] / У.А.Абдулгасис, А.У. Абдулгасис, Д.М. Клец, М.А. Подригало; под ред. У.А. Абдулгасиса. – Симферополь: ДИАЙПИ, 2010. – 208 с.
7. Анилович, В.Я. Конструирование и расчет сельскохозяйственных тракторов. Справочное пособие [Текст] / В.Я. Анилович, Ю.Т. Водолажченко; под ред. Б.П. Кашубы. – М.: Машиностроение, 1966.– 520 с.

## **Анотація**

### **РАДИУС КОЧЕННЯ І ОЦІНКА ВЗАЄМОДІЇ КОЛЕСА МОБІЛЬНОЇ МАШИНИ З ДОРОГОЮ**

Лебедев А., Артьомов М., Подригало М., Кот О.

*Розглянуті питання, що розкривають взаємозв'язок між лінійною швидкістю осі та кутовою швидкістю колеса при русі по твердій опорній поверхні.*

## **Abstract**

### **ROLLING RADIUS AND ESTIMATION OF INTERACTION BETWEEN MOBILE MACHINE WHEEL AND ROAD**

A. Lebedev, N. Artiymov, M. Podrigalo, A. Kot

*There have been considered the problems dealing with the interaction between axle linear speed and wheel angular speed when moving along a solid supportive surface.*