УДК 516.8:621.865.8

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ САМОСКИДНОГО БУНКЕРА ЗЕРНОЗБИРАЛЬНОГО КОМБАЙНА

Ловейкін В.С, д.т.н., професор, Човнюк Ю.В., к.т.н., доцент, Шимко Л.С., асистент

Національний університет біоресурсів і природокористування України.

Проведене математичне моделювання витоку зернової суміші при зміні закону руху похилої площини в межах в'язкої моделі. Розв'язана варіаційна задача витоку зернової суміші в рамках цієї моделі. Визначені режими роботи самоскидного бункера, що забезпечують мінімальний час вивантаження зернової суміші.

Актуальним напрямом удосконалення технологічного процесу збирання сільськогосподарських культур є вирішення проблем втрат і пошкоджень зернового матеріалу а також, затрат робочого часу на процес вивантаження. При цьому, важливим науково-практичним завданням є встановлення робочих режимів самоскидних бункерів збиральних машин і комбайнів, що забезпечують відповідні мінімальні чи максимальні показники процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що зазначене вище науково-практичне завдання вирішується за допомогою домінант класичної механіки: теорії пластичності, механіки сипкого тіла, реології з використанням методів математичного моделювання. Це, дозволяє отримати дані щодо закономірностей механіки зсувного потоку сипкого тіла [1-6], теоретично дослідити процеси, що відбуваються в сипкому середовищі, розрахувати параметри й одержати інформацію щодо режимів роботи реальних пристроїв, яка після експериментального підтвердження може бути використана для удосконалення об'єкта, що моделюється.

Мета даної роботи полягає в аналітичному дослідженні режимів роботи самоскидного бункера при якому час вивантаження буде мінімальним.

Виклад основного змісту дослідження. Розглянемо (рис. 1) прошарок зернової суміші (товщиною h), який обмежений зверху вільною поверхнею, а знизу – нерухомою площиною, нахиленою під кутом α до горизонту.

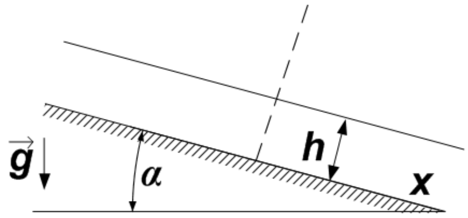


Рис. 1. Розрахункова схема задачі (у межах моделі квазірідини для зернового матеріалу)

Визначимо, використовуючи підхід [7], виникаючі під впливом поля тяжіння рухи зернової суміші. Тут $\vec{g}$ прискорення вільного падіння. Оберемо нерухому нижню площину у якості площини (x, y), вісь x направлена вподовж напрямку течії зернової суміші, а вісь z – перпендикулярно до площини (x, y). Шукаємо розв'язок, який залежить тільки від координати z. Рівняння Нав'є-Стокса [144] з $\vartheta_x = \vartheta(z)$ при наявності поля тяжіння мають вигляд:

$$\begin{cases} \eta \cdot \frac{d^2\vartheta}{dz^2} + \rho g \sin\alpha = 0; \\ \frac{d\rho}{dz} + \rho g \cos\alpha + 2\rho f \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \vartheta = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де: η – динамічна в'язкість $(\text{кг} \cdot (\text{м} \cdot \text{с})^{-1})$; ρ – щільність $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$ зерна;

ϑ – швидкість (м/с),

f – коефіцієнт зовнішнього тертя,

$2\rho f \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \vartheta$ – сила Коріоліса, відповідно,

$g \gg 2f \cdot \vartheta \cdot \frac{d\alpha}{dt}$. На вільній поверхні зернової суміші $(z = h)$ повинні виконуватись умови:

$$\sigma_{zz} = -p = -p_0; \qquad \sigma_{xz} = \eta \frac{d\vartheta}{dz} = 0, \quad (2)$$

де: σ_{zz}, σ_{xz} – компоненти тензора напружень,

p_0 – атмосферний тиск. При $z = 0$ повинно бути $\vartheta = 0$. Розв'язок (1), що задовольняє цим умовам, має вигляд:

$$p = p_0 + \rho g \cos\alpha \cdot (h - z); \quad \vartheta = \frac{\rho g \sin\alpha}{2\eta} \cdot z \cdot (2h - z). \quad (3)$$

Якщо використати співвідношення $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, де ν – кінематична в'язкість зернової суміші $(\text{м}^2/\text{с})$, тоді кількість зернової суміші (квазірідини), що протікає за одиницю часу через поперечний переріз прошарку зернової суміші (віднесена до одиниці довжини вподовж вісі y), визначається з наступного виразу:

$$\tilde{Q} = \rho \cdot \int_0^h \vartheta dz = \frac{\rho g \sin\alpha}{2\nu} \cdot \int_0^h (2hz - z^2) dz = \frac{\rho g h^3 \sin\alpha}{3\nu}, \quad (4)$$

де: $\tilde{Q}$ – продуктивність вивантаження (кг/с).

Повний об’єм зернової суміші, котрий витікає за одиницю часу зі сказаного вище перерізу, має вигляд:

$$Q = \frac{L_y \tilde{Q}}{\rho} = \frac{h^3 g L_y \{\sin \alpha(t)\}}{3\nu}, \tag{5}$$

де: Q – повний об’єм зернової суміші, котрий витікає за одиницю часу $(м^3/с)$, L_y – ширина бункера вподовж вісі y. Якщо кут α замінюється на $d\alpha$, тоді як, L_x – довжина піддону бункера вподовж вісі OX, тоді об’єм зерна dV, який витікає за dt – час із бункера, можна знайти за формулою:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{L_y \tilde{Q}}{\rho}. \tag{6}$$

З (6) отримаємо:

$$dt = \frac{dV}{L_y \tilde{Q}/\rho} = \frac{dV 3\nu}{L_y g h^3 \{\sin \alpha(t)\}}. \tag{7}$$

Об’єм зернової суміші як квазірідини, що знаходиться на площині визначається з наступного виразу: $dV = \frac{1}{2} L_y L_x \cdot L_x \cdot d\alpha = \frac{1}{2} L_y L_x^2 \cdot d\alpha$.

Отже,

$$dt = \frac{L_x{}^2 \cdot d\alpha \cdot 3\nu}{2gh^3(t)\{\sin \alpha(t)\}}; \tag{8}$$

З виразу (8) маємо:

$$\int_0^T dt = \int_0^T \frac{L_x^2 \cdot d\alpha \cdot 3\nu}{2gh^3(t)\{\sin \alpha(t)\}} = \frac{L_x^2 \cdot 3\nu}{2g} \int_0^T \frac{\frac{d\alpha}{dt} dt}{h^3(t)\{\sin \alpha(t)\}} = \frac{L_x^2 \cdot 3\nu}{2g} \int_0^T \frac{\dot{\alpha}\, dt}{h^3(t)\{\sin \alpha(t)\}}. \tag{9}$$

де: $\dot{\alpha} \equiv \frac{d\alpha}{dt}$. Тоді для мінімізації часу вивантаження з самоскидного бункера зернового матеріалу (T) треба знайти екстремум (мінімум) функціоналу:

$$\int_0^T dt \Rightarrow min, \ \frac{L_x^2 \cdot 3\nu}{2g} \int_0^T \frac{\dot{\alpha} dt}{\{h^3(t) \cdot \sin \alpha(t)\}} \Rightarrow min. \tag{10}$$

Залежність $h(t)$ знайдемо із наступних міркувань. А саме, в технологічному процесі вивантаження зібраного матеріалу, в будь-який момент часу – t, кількість зернової суміші, що знаходиться у самоскидному бункері, можна визначити зі співвідношення:

$$V_t = \left\{ L_x \cdot L_y \cdot h_0 - \frac{gh^3(t) \cdot \sin \alpha(t) \cdot L_y}{3\nu} \cdot t \right\} = L_x \cdot L_y \cdot h(t), \tag{11}$$

де h_0 – початкова висота зернової суміші у самоскидному бункері (при $t = 0$).

Тоді маємо:

$$h_0 - \frac{gh^3(t) \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}{3\nu \cdot L_x} = h(t). \quad (12)$$

$\frac{h_0}{h(t)} = \frac{gh^2(t) \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}{3\nu \cdot L_x} + 1$, при $t \to \infty$ і $\frac{h_0}{h(t)} \to \infty$, і $h(t) \to 0$. Таким чином, асимптотичний аналіз ($t \to \infty$) відношення $\frac{h_0}{h(t)}$, дозволяє стверджувати:

$$\frac{gh^2(t) \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}{3\nu \cdot L_x} \gg 1. \quad (13)$$

З (12) випливає:

$$\frac{[h_0 - h(t)] \cdot 3\nu \cdot L_x}{t} = gh^3(t) \cdot \{\sin\alpha(t)\}. \quad (14)$$

Вважаємо, що в технологічному процесі вивантаження зернової суміші з самоскидного бункера, $t \in (0, T)$ виконується нерівність:

$$\frac{g}{3\nu \cdot L_x} \cdot h^2(t) \cdot \sin\alpha(t) \cdot t \gg 1. \quad (15)$$

Необхідність існування умови (15) дозволяє позбутися певних незручностей, пов'язаних із розв'язком кубічного рівняння (11) відносно $h(t)$. Тоді при умові (15), розв'язок (11) має вид:

$$h(t) \cong \sqrt[3]{\frac{h_0 \cdot 3\nu \cdot L_x}{g \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}}. \quad (16)$$

В результаті чого для функціоналу (9) цієї оптимізаційної задачі можна записати:

$$\frac{L_x^2 \cdot 3\nu}{2} \int_0^T \frac{\dot{\alpha}\, dt}{gh^3(t)\{\sin\alpha(t)\}} = \frac{L_x^2 \cdot 9\nu^2}{2} \int_0^T \frac{\dot{\alpha} \cdot t \cdot dt}{h_0 - \sqrt[3]{\frac{h_0 \cdot 3\nu L_x}{g \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}}} \quad (17)$$

Вважаючи $\frac{h(t)}{h_0} < 1$ (майже завжди, крім $t = 0$), можемо підінтегральний вираз (17) спростити:

$$\frac{L_x^2 \cdot 9\nu^2}{2} \int_0^T \frac{\dot{\alpha} \cdot t \cdot dt}{h_0 - \sqrt[3]{\frac{h_0 \cdot 3\nu L_x}{g \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}}} = \frac{L_x^2 \cdot 9\nu^2}{2h_0} \int_0^T \dot{\alpha} \cdot t \left[1 + \sqrt[3]{\frac{3\nu L_x}{gh_0^2 \cdot \sin\alpha(t) \cdot t}}\right] dt \to min \quad (18)$$

Мінімуму вираз (18) досягає якщо виконується співвідношення $\dot{\alpha}(t) \cdot t = const_1$; $\sin\{\alpha(t)\} \cdot t = const_2$, тоді:

$$\int_0^T const_1 \underbrace{\left[1+\sqrt[3]{\frac{3\nu L_x}{gh_0^2\cdot const_2}}\right]}_{const_4} dt = const_1 \int_0^T const_3 dt = const_1 \cdot const_4,$$

$$\int_0^T dt \to min, \tag{19}$$

причому $(const_1,\ const_2) \neq 0$, тоді підінтегральний вираз (18) стає, в свою чергу константою, а умова (11) виконується автоматично. Використовуючи (19), можна легко показати, що:

$$\frac{\dot{\alpha}(t)\cdot t}{\sin\alpha(t)\cdot t} = \frac{const_1}{const_2} = const_3 = \omega_0, \tag{20}$$

де: ω_0 – швидкість обертання самоскидного бункера у момент $t\ =\ 0$ навколо вісі закріплення, (рад/с).

Тоді з (20) маємо диференціальне рівняння, яке визначає $\alpha(t)$, тобто закон руху повороту бункера навколо вісі закріплення під час виконання робочого процесу вивантаження квазірідини (зернового матеріалу):

$$\frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\sin\alpha(t)} = \omega_0 = \frac{d\alpha}{dt} = \omega_0 \sin\alpha. \tag{21}$$

Проінтегруємо рівняння (21) за початкової умови:

$$\alpha|_{t=0} = \alpha_0; \qquad \alpha_0 \neq 0; \qquad \alpha_0 > 0; \tag{22}$$

маємо:

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sin\alpha} = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \omega_0 dt. \tag{23}$$

З (23) можна отримати:

$$ln\left\{\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right\}\Big|_{\alpha_0}^{\alpha} = \omega_0 t, \tag{24}$$

або

$$ln\left\{\frac{\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{\mathrm{tg}\frac{\alpha_0}{2}}\right\} = \omega_0 t, \tag{25}$$

звідси

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \left(\mathrm{tg}\frac{\alpha_0}{2}\right)\cdot e^{\omega_0 t}, \tag{26}$$

Отже,

$$\alpha(t) = 2arc\,\mathrm{tg}\left\{e^{\omega_0 t}\cdot \mathrm{tg}\frac{\alpha_0}{2}\right\}. \tag{27}$$

Закон обертання самоскидного бункера $\alpha(t)$ (27) є оптимальним (в сенсі мінімізації функціоналу (9), відповідно до зменшення загальних витрат часу на процес вивантаження бункера, в межах «квазірідинної» моделі витоку зернового матеріалу під дією сили тяжіння і рухомого лотка бункера, за рахунок обертання навколо вісі закріплення). З виразу (27) легко знайти кутову швидкість обертання $\omega(t)$ самоскидного бункера:

$$\omega(t) = \frac{d\alpha}{dt} = 2 \cdot \frac{\omega_0 \cdot e^{\omega_0 t} \cdot \mathrm{tg}\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)}{1+\left[e^{\omega_0 t} \cdot \mathrm{tg}\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]^2}. \tag{28}$$

Відповідно, кутове прискорення самоскидного бункера визначається шляхом диференціювання за часом виразу (28). Для кутового прискорення бункера $(\varepsilon(t))$ матимемо вираз:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = 2{\omega_0}^2 \cdot \mathrm{tg}\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) \cdot e^{\omega_0 t}\left\{\frac{1-e^{2\omega_0 t} \cdot \mathrm{tg}^2\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)}{\left[1+e^{2\omega_0 t} \cdot \mathrm{tg}^2\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]^2}\right\}. \tag{29}$$

Кут α_0 у законі (27) обирається з наступних міркувань:

$$\vartheta = \frac{\rho g \sin\alpha}{2\eta} \cdot z \cdot (2h_0 - z), \tag{30}$$

де: h_0 – початкова товщина зернового прошарку в самоскидному бункері,

z – поверхня прошарку зерна, що не контактує з лотком, максимальна швидкість зернової маси з самоскидного бункера ϑ_{max}, буде досягатися при $h_0 = z$.

$$\vartheta_{max} = \frac{\rho g \sin\alpha}{2\eta} h_0^2; \tag{31}$$

Кут нахилу бункера до горизонту при якому починається рух зернової суміші і початкову швидкість руху зерна, знаходимо зі співвідношення:

$$\vartheta_0 = \frac{\rho g \sin\alpha_0}{2\eta} h_0^2; \tag{32}$$

$$\sin\alpha_0 = \frac{2\eta\vartheta_0}{\rho g h_0^2} = \frac{2\nu\vartheta_0}{g h_0^2}; \tag{33}$$

$$\alpha_0 = \arcsin\left\{\frac{2\nu\vartheta_0}{g h_0^2}\right\} = \arcsin\left\{\frac{2\eta\vartheta_0}{\rho g h_0^2}\right\}, \tag{34}$$

ϑ_0 – початкову швидкість руху зерна.

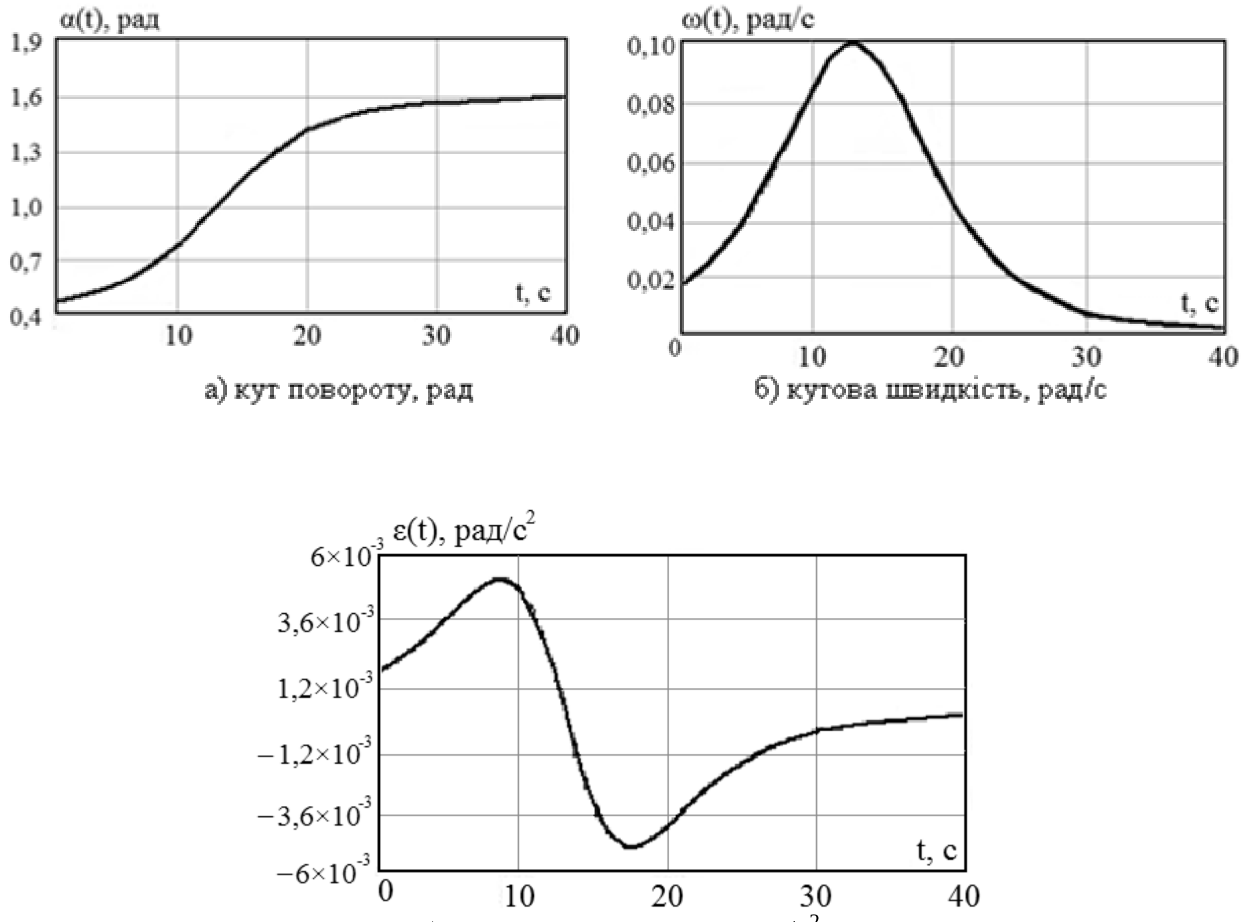
$$\frac{d\vartheta}{dt} = \alpha_0 = \frac{\rho g \cos\alpha_0 \cdot h_0^2 \cdot \omega_0}{2\eta} \text{ і } \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_0^2 \cdot L_x; \tag{35}$$

Прирівняємо ці два вирази:

$$\omega_0^2 \cdot L_x = \frac{\rho g \cos\alpha_0 \cdot h_0^2 \cdot \omega_0}{2\eta}; \tag{36}$$

$$\omega_0 = \frac{\rho g \cos\alpha_0 \cdot h_0^2}{2\eta}. \tag{37}$$

Для різних значень α_0 та ω_0, за допомогою відповідних програмних засобів, були побудовані графіки залежностей: $\alpha(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ (рис. 2.), що характеризують оптимальний режим технологічного процесу вивантаження самоскидного бункера з зерновим матеріалом (за мінімальний час вивантаження), де ω_0 – швидкість обертання самоскидного бункера навколо вісі обертання, рад/с; α_0 – початковий кут нахилу бункера (його дна) відносно горизонту, рад.



а) кут повороту, рад

б) кутова швидкість, рад/с

в) кутове прискорення, рад/с^2

Рис. 2

На графіках для $\alpha(t)$ у кожному варіанті розрахунку видно, що у цього графіка є точка перегину, де $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$. На графіках для $\omega(t)$ у кожному варіанті розрахунку видно, що у цього графіка є екстремум типу максимуму, який відповідає ω_0.

На представлених графіках $\varepsilon(t)$, у кожному із варіантів розрахунку, існує два екстремуми типу максимуму та мінімуму.

У кожному із варіантів набору робочих параметрів процесу вивантаження зернового матеріалу розраховані закон руху (обертання) бункера навколо вісі – $\alpha(t)$, закон зміни у часі швидкості цього руху – $\omega(t)$, а також закон зміни у часі кутового прискорення – $\varepsilon(t)$, рад/с^2.

Висновок: Розв’язана варіаційна задача витоку зернової суміші як квазірідини певної в’язкості. В рамках цієї моделі, визначені режими руху та значення їхніх параметрів, що забезпечують мінімальний час вивантаження зернової суміші з самоскидного бункера збирального комбайна. Розраховані закон руху (обертання) бункера навколо вісі – $\alpha(t)$, закон зміни у часі швидкості цього руху – $\omega(t)$, а також закон зміни у часі кутового прискорення – $\varepsilon(t)$.

Список використаних джерел:

1. Механіко-технологічні властивості сільськогосподарських матеріалів: Підручник /Царенко О.М., Войтюк Д.Г., Швайко В.М. та ін.; За ред. С.С. Яцуна. – К.: Мета, 2003. – 448 с.
2. Гячев Л.В. Основы теории бункеров / Л.В.Гячев. — Новосибирск: Изд-во Новосибирского университета, 1992. — 312с.
3. Механика влажных сводообразующих зерновых материалов в бункерах. / [Богомягких В.А., Кунаков В.С., Вороной Н.С. и др.]; под общей ред. В.А Богомягких – Зерноград.: РФРИАМА, 2000. – 100с.
4. Bagnold R.A., F.R.S. Experiment on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear//Proceedings of Royal Society, London. — 1954. — V.A225 — P.49-63.
5. Savage S.B., Cowin S.C. Theories for Flow Granular Materials // American Society of Mechanical Engineers, Buffalo, N.Y., June 1999. P. 79-82.
6. Долгунин В.Н. Быстрые гравитационные течения зернистых материалов: техника измерения, закономерности, технологическое применение./ [Долгунин В.Н., Борщев В.Я.]; — М.: «Издательство Машиностроение-1», 2005. —112с.
7. Ландау Л. Д. Теоретическая физика./ [Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.]; — Издание 4-е, стереотипное. — М.: Наука, 1988. — Т. VI. Гидродинамика. — 736 с.

Анотация

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ САМОСВАЛЬНЫХ БУНКЕРОВ УБОРОЧНЫХ КОМБАЙНОВ.

Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Шимко Л.С.

Математически смоделировано движение зерновой смеси определённой вязкости при изменении закона вращения самосвального бункера. Решена вариационная задача движения зерновой смеси в рамках этой модели. Определены режимы движения и значения их параметров, что обеспечивают минимальное время выгрузки зерновой смеси из самосвального бункера.

Abstract

OPTIMIZATION OF MODES OF SELF-DUMPING HOPPERS COMBINE HARVESTER

Loveykin V.S., Chovnyuk U.V., Shymko L.S.

Mathematical modeling of leakage grain mixture when changing the law of motion of an inclined plane within the viscous model. Variational problems solved leakage grain mixture in the framework of this model. Certain modes self-dumping hopper to ensure minimum time out unloading grain mixture.