УДК 631.356.2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТИНКИ ПО ЗАВАНТАЖУВАЛЬНОМУ МЕХАНІЗМУ ГИЧКОЗБИРАЛЬНОЇ МАШИНИ

Березовий М.Г., к.т.н., Черниш О.М., к.т.н., Пришляк В.М., к.т.н.,
Національний університет біоресурсів і природокористування України,
Вінницький національний аграрний університет

Розроблена математична модель руху частинки гички буряку по лопатці швирялки завантажувального механізму, яка дозволяє при подальшому розв'язанні на ПЄОМ обґрунтувати раціональні параметри робочих органів.

Вступ. Застосування нових робочих органів сільськогосподарських машин потребує попереднього ґрунтовного їх теоретичного та експериментального дослідження, метою якого є встановлення оптимальних кінематичних і конструктивних параметрів, що забезпечать якісні показники роботи, меншу металомісткість, енергомісткість тощо.

Нами розроблена нова гичкозбиральна машина з завантажувальним механізмом зміненої конструкції, який являє собою лопатеву швирялку, з передбаченою можливістю використання лопаток різної геометричної форми [1].

Мета дослідження. Для обґрунтування раціональних параметрів лопатевих швирялок завантажувального механізму необхідно побудувати розрахункову математичну модель процесу завантаження гички.

Основний зміст дослідження. Розглянемо поперечний переріз механізму для завантаження гички (рис.1), який являє собою кожух циліндричної форми радіусом R, в якому на приводному валу радіуса $\boldsymbol{r}_0$ встановлена лопатева швирялка. Швирялка має чотири лопатки, які розташовані по дотичній до фланцю, тобто під деяким кутом до радіального напряму. Для спрощення зобразимо на еквівалентній схемі лише одну лопатку. Позначимо центр обертання системи точкою O, довжину лопатки – AB.

Розглянемо рух частинки гички по лопатці швирялки, а також її рух після сходження з лопатки, по внутрішній поверхні циліндричної частини напрямного кожуха та вздовж його прямолінійної частини, розглядаючи це як окремі операції технологічного процесу.

Для цього складемо диференціальне рівняння руху частинки гички по лопатці швирялки.

В початковий момент часу покажемо лопатку в положенні, коли її зовнішній кінець находиться в нижній точці траєкторії (рис.1). Частинка гички попадає на лопатку з гвинтового транспортного конвеєра в межах деякого сектора ABB'. Нехай за деякий час лопатка AB з частинкою гички, яка знаходиться на її поверхні в довільному положенні, повернеться на кут $\varphi = \omega t$.

Покажемо кутові параметри даної механічної системи, для чого введемо такі позначення: нехай ψ – кут між площиною лопатки і радіусом, проведеним через вісь обертання і точку M, яка відповідає положенню частинки гички на лопатці, при будь-якому її положенні; ψ_o – кут між горизонтальним радіусом і площиною лопатки на її початку (точка A); ψ_1 – кут між вертикальним радіусом і площиною лопатки на її кінці (точка B); β – кут між площиною лопатки і вертикаллю в будь-який момент часу t.

Введемо плоску декартову систему координат xAy, задамо напрям осі $\boldsymbol{x}$ через площину миттєвого положення лопатки.

Визначимо необхідні геометричні співвідношення між параметрами та їх зміну. З рис.1 видно, що $\psi_1 \le \psi \le \psi_o$, $\beta = \omega t - \psi_1$. Крім того,

$$x = r\cos\psi - r_o\cos\psi_o, \qquad (1)$$

$$r\sin\psi = r_o\sin\psi_o = const, \qquad (2)$$

Розглянемо відносний рух частинки гички буряку вздовж лопатки.

Для отримання диференціального рівняння руху частинки $\boldsymbol{M}$ необхідно врахувати усі сили, які діють на неї під час робочого процесу.

Оскільки швирялка при обертанні створює потік повітря, тобто працює подібно вентилятору, то, окрім гравітаційних сил, інерційних сил і сил тертя, необхідно враховувати силу тиску повітряного потоку [2].

Будемо вважати, що частинка гички потрапляє на лопатку з початковою швидкістю $\boldsymbol{V}_0 = 0$. Очевидно, що при обертанні диска навколо горизонтальної осі і русі частинки вздовж лопатки від центра диска до його краю, на частинку діють такі сили (рис.1):

1) сила ваги частинки $G = mg$,

де: m – маса частинки,
g – прискорення вільного падіння;

2) відцентрова сила $F_в = mr\omega^2$,

де: $r\omega^2 = a^n$ – нормальне прискорення частинки гички;

3) сила інерції Коріоліса $F_k = 2m\omega\dot{x}$,

де: $\dot{x}$ – відносна швидкість частинки вздовж лопатки і $2\omega\dot{x} = a^k$ – прискорення Коріоліса;

4) сила тертя $F_{тр} = fN$,

де: N – нормальна реакція, f – коефіцієнт тертя;

5) сила тиску повітряного потоку $F_n = k\left(V_n\cos\gamma - \dot{x}\right)$,

де $\overline{V}_n$ – вектор швидкості повітряного потоку;
γ – кут між векторами швидкості $\overline{V}_n$ і площиною лопатки;
k – коефіцієнт, який залежить від фізико-механічних властивостей частинки.

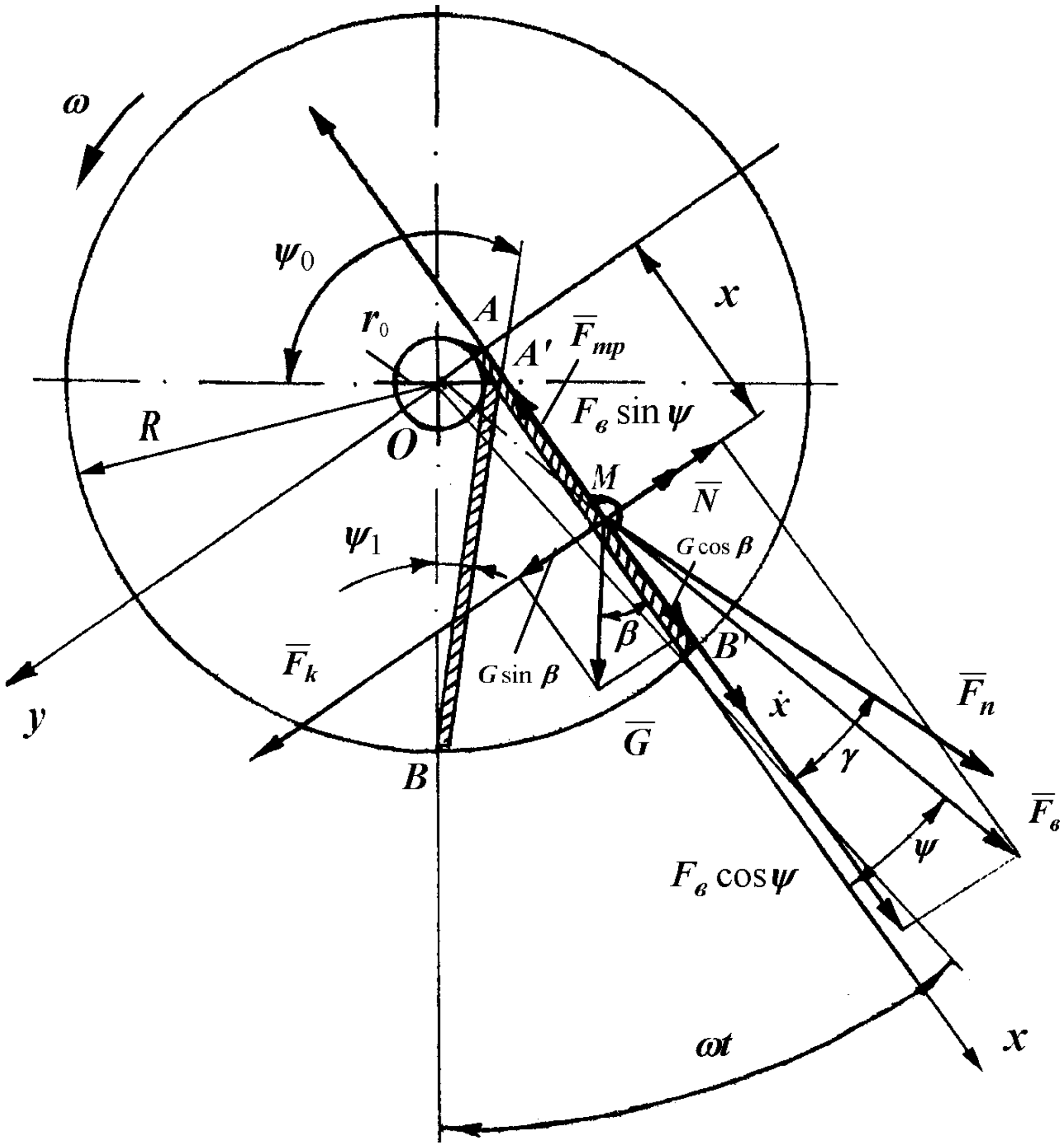

Рис. 1 – Еквівалентна схема процесу руху частинки гички по лопатці завантажувального механізму

Згідно [3] для повітря:

$$k = \frac{adF}{g},$$

де: a – постійна величина, яка залежить від форми частинки і міделевого перерізу;
F – міделевий переріз;
d – питома маса повітря;
g – прискорення сили тяжіння.

Тоді:
$$F_n = \frac{adF}{g}\left(V_n \cos\gamma - \dot{x}\right).$$

Очевидно, що в даному випадку на частинку діє плоска система сил.

Оскільки відносний рух частинки відбувається по поверхні лопатки, тобто тільки вздовж вісі x, то складемо диференціальне рівняння її руху в такому вигляді:

$$m\ddot{x} = \sum_{k=1}^{n} F_{kx} \ .$$

Спроектуємо сили, що діють на частинку, на вісь Ax. Сума проекцій сил дорівнює:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = mr\omega^2 \cos\psi + mg\cos\beta + k\left(V_n \cos\gamma - \dot{x}\right) - fN \ .$$

Для знаходження сили тертя $F_{mp} = fN$ необхідно, по–перше, визначити нормальну реакцію частинки гички $\boldsymbol{N}$. Для її знаходження треба скласти суму проекцій всіх сил на вісь Ay, з якої визначити нормальну реакцію, значення якої дає змогу отримати силу тертя такого вигляду:

$$F_{mp} = fN = f\left(2m\omega\dot{x} + mg\sin\beta - mr\omega^2 \sin\psi - kV_n \sin\gamma\right).$$

Тепер можемо підставити всі необхідні данні та скласти диференціальне рівняння відносного руху частинки $\boldsymbol{M}$ вздовж лопатки:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} = mr\,\omega^2 \cos\psi + mg\cos\beta + k\left(V_n \cos\gamma - \dot{x}\right) - \\ - f\left(2m\omega\,\dot{x} + mg\sin\beta - mr\omega^2 \sin\psi - kV_n \sin\gamma\right). \end{aligned} \tag{3}$$

Виразимо значення $\boldsymbol{r}$ через координату x. З (1) отримуємо:

$$r\cos\psi = x + r_o \cos\psi_o \ . \tag{4}$$

Підставивши (2), (4), а також співвідношення $\beta = \omega t - \psi_1$ в рівняння (3), матимемо:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} = m\omega^2 \left(x + r_o \cos\psi_o\right) + mg\cos\left(\omega t - \psi_1\right) + kV_n \cos\gamma - k\dot{x} - \\ - 2fm\omega\,\dot{x} - fmg\sin\left(\omega t - \psi_1\right) + fm\omega^2 r_o \sin\psi_o + fkV_n \sin\gamma \ . \end{aligned} \tag{5}$$

Зведемо рівняння (5) до вигляду, зручного для інтегрування:

$$\ddot{x} + \left(2f\omega + \frac{k}{m}\right)\dot{x} - \omega^2 x = \left[g\cos\left(\omega t - \psi_1\right) - fg\sin\left(\omega t - \psi_1\right)\right] +$$

$$+ r_o\omega^2\left(\cos\psi_o + f\sin\psi_o\right) + \frac{k}{m}V_n\left(\cos\gamma + f\sin\gamma\right).$$

Розкриємо дужки в правій частині та перегрупуємо складові правої частини так:

$$\ddot{x}+\left(2f\omega+\frac{k}{m}\right)\dot{x}-\omega^2 x=g\cos\omega t\cdot(\cos\psi_1+f\sin\psi_1)+$$
$$+g\sin\omega t(\sin\psi_1-f\cos\psi_1)+r_o\omega^2(\cos\psi_o+f\sin\psi_o)+$$
$$+\frac{k}{m}V_n(\cos\gamma+f\sin\gamma).$$

Введемо нові позначення:

$$A=g(\sin\psi_1-f\cos\psi_1);\quad B=g(\cos\psi_1+f\sin\psi_1);$$
$$C=\cos\gamma+f\sin\gamma;\qquad D=\cos\psi_o+f\sin\psi_o.$$

Тоді рівняння (5) зведеться до такого вигляду:

$$\ddot{x}+\left(2f\omega+\frac{k}{m}\right)\dot{x}-\omega^2 x=A\sin\omega t+B\cos\omega t+C\frac{k}{m}V_n+r_o\omega^2 D. \qquad (6)$$

Рівняння (6) є лінійним диференціальним рівнянням другого порядку з правою частиною.

Знаходимо спочатку загальний розв'язок $\boldsymbol{x}_1$ однорідного рівняння:

$$\ddot{x}+\left(2f\omega+\frac{k}{m}\right)\dot{x}-\omega^2 x=0.$$

Позначимо $2f\omega+\frac{k}{m}=P$.

Тоді $\ddot{x}+P\dot{x}-\omega^2 x=0$.

Складаємо характеристичне рівняння:

$$\lambda^2+P\lambda-\omega^2=0,$$

розв'язок якого буде: $\lambda_{1,2}=-\frac{P}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2+\omega^2}$.

Отже,

$$\lambda_1=-\frac{P}{2}+\sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2+\omega^2}=-\left(f\omega+\frac{k}{2m}\right)+\sqrt{\left(f\omega+\frac{k}{2m}\right)^2+\omega^2};$$

$$\lambda_2=-\frac{P}{2}-\sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2+\omega^2}=-\left(f\omega+\frac{k}{2m}\right)-\sqrt{\left(f\omega+\frac{k}{2m}\right)^2+\omega^2}.$$

Тоді $x_1=C_1e^{\lambda_1 t}+C_2e^{\lambda_2 t}$,

де: $\boldsymbol{C}_1$ і $\boldsymbol{C}_2$ – довільні сталі.

Частинний розв'язок рівняння (6) шукаємо у вигляді:

$$x_2=L\sin\omega t+N\cos\omega t+Q,$$

де: L, M і Q – постійні коефіцієнти, які необхідно визначити.

Оскільки:

$$\dot{x}_2 = L\omega\cos\omega t - N\omega\sin\omega t, \tag{7}$$

$$\ddot{x}_2 = -L\omega^2\sin\omega t - N\omega^2\cos\omega t, \tag{8}$$

то, підставивши (7) і (8) в (6), отримаємо:

$$- L\omega^2\sin\omega t - N\omega^2\cos\omega t + \left(2f\omega^2 + \frac{k\omega}{m}\right)L\cos\omega t -$$

$$-\left(2f\omega^2 + \frac{k\omega}{m}\right)N\sin\omega t - \omega^2 L\sin\omega t - \omega^2 N\cos\omega t - \omega^2 Q =$$

$$= A\sin\omega t + B\cos\omega t + C\frac{k}{m}V_n + r_o\omega^2 D.$$

Прирівнявши коефіцієнти при відповідних функціях, одержуємо систему лінійних рівнянь відносно невідомих L, M і Q:

$$\begin{cases} - L\omega^2 - \left(2f\omega^2 + \dfrac{k\omega}{m}\right)N - \omega^2 L = A; \\ - N\omega^2 + \left(2f\omega^2 + \dfrac{k\omega}{m}\right)L - \omega^2 N = B; \\ - \omega^2 Q = C\dfrac{k}{m}V_n + r_o\omega^2 D. \end{cases}$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь, матимемо:

$$Q = -\frac{CkV_n}{m\omega^2} - r_o D; \tag{9}$$

$$L = \frac{2Bf\omega + \dfrac{kB}{m} - 2A\omega}{4\omega^3 + \omega\left(2f\omega + \dfrac{k}{m}\right)^2}; \tag{10}$$

$$N = \frac{-2Af\omega - \dfrac{kA}{m} - 2B\omega}{4\omega^3 + \omega\left(2f\omega + \dfrac{k}{m}\right)^2}. \tag{11}$$

Таким чином, загальний розв'язок рівняння (6) має такий вигляд:

$$x = x_1 + x_2 = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + L\sin\omega t + N\cos\omega t + Q, \tag{12}$$

де: L, N, Q визначаються за формулами (10), (11), (9) відповідно.

Довільні сталі C_1 і C_2 визначаються з початкових умов:
при $t = 0$ $\dot{x} = 0$, $x = 0$.

Оскільки:

$$\dot{x} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} + L\omega\cos\omega t - N\omega\sin\omega t,$$

то, враховуючи початкові умови, отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + L\omega = 0, \\ C_1 + C_2 + N + Q = 0, \end{cases}$$

звідки знаходимо:

$$C_1 = \frac{\lambda_2 (N + Q) - L\omega}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad C_2 = \frac{-\lambda_1 (N + Q) + L\omega}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Отже, загальний розв'язок рівняння (6), який задовольняє даним початковим умовам, буде:

$$x = \frac{\lambda_2 (N + Q) - L\omega}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1 (N + Q) - L\omega}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} + \\ + L\sin\omega t + N\cos\omega t + Q. \tag{13}$$

Висновок. Складено рівняння руху частинки гички по поверхні лопатки повністю враховує конструктивні та силові параметри процесу завантаження і представлені в замкнутому вигляді. Її рішення дасть змогу визначати оптимальні параметри даного процесу.

Список літератури:

1. Булгаков В.М., Войтюк Д.Г., Березовий М.Г., Сипливець О.О. Універсальна косарка-подрібнювач для фермерських господарств // Технічний прогрес у сільськогосподарському виробництві: Матеріали. міжнар. наук.-техн. конф. – Глеваха: ІМЕСГ УААН, 1997. – Секція 3: Технічний прогрес у тваринництві. – С. 14-16.
2. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – К.: УАСХН, 1960. – 284 с.
3. Василенко П.М. Введение в земледельческую механику. – К.: Сільгоспосвіта, 1996. – 252 с.

Анотация

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ЗАГРУЗОЧНОМУ МЕХАНИЗМУ БОТВОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ.

Березовой Н.Г., Черныш О.Н., Пришляк В.Н.

Разработана математическая модель движения частицы ботвы свеклы по лопатке швырялки загружающего механизма, позволяющая при дальнейшем решении на ЭВМ обосновать рациональные параметры рабочих органов.

Abstract

MATHEMATICAL MODEL OF MOVING OF A PARTICLE OF BEET TOPS.

Berezovyy M., Chernush O., Pruchliak V.

The mathematical model of moving of a particle of beet tops on a vane of end-effector of the loading mechanism, on an interior surface of a cylindrical part of a cover and along its rectilinear part is designed which allows at a further solution on a computer to justify rational parameters of end-effectors.