

## ТЕОРІЯ РУХУ БУЛЬБИ КАРТОПЛІ ПО ПОВЕРХНІ СПІРАЛЬНОГО СЕПАРАТОРА

Головач І.В., д.т.н., Калетнік Г.М., чл.-кор. НААН, Кравченко І.Є., к.т.н.,  
Пришляк В.М., к.т.н.

*Національний університет біоресурсів і природокористування України,  
Вінницький національний аграрний університет*

*Побудовано математичну модель руху бульби по поверхні спірального сепаратора картопляного вороху. Досліджено вплив конструктивних і кінематичних параметрів сепаратора на швидкість обертання бульби.*

Вступ. Підвищення якості очищення картоплі від ґрунтових домішок при викопуванні дозволяє суттєво підвищити основні показники технологічного процесу її збирання. Була розроблена нова конструкція спірального сепаратора картопляного вороху, яка відрізняється від існуючих високими сепаруючими властивостями і малою матеріалоемністю [1].

Мета дослідження. Визначення параметрів спірального сепаратора картопляного вороху.

Зміст дослідження. Для визначення оптимальних конструктивних і кінематичних параметрів розробленої конструкції необхідно аналітично дослідити процес взаємодії бульби картоплі з сепаруючою поверхнею очисника, тобто побудувати математичну модель вказаного процесу.

Складемо з початку еквівалентну схему (рис.), розглядаючи відносний рух одиничного тіла по поверхні спірального сепаратора. Останній представлено у вигляді спіралі, що обертається навколо нерухомій осі, при цьому на поверхні спіральної навивки радіуса  $R$  з кутом підйому гвинтової лінії  $\gamma$  знаходиться тіло (бульба)  $C$  радіусом  $r_6$ . Початкова швидкістю тіла  $\omega_0$ , дорівнює нулю.

У нерухомій системі координат  $O_1x_1y_1z_1$  вісь  $O_1z_1$  співпадає із віссю спіралі, а вісь  $O_1x_1$  напрямлена в сторону руху до сусідньої спіралі. Рухому систему координат  $Sx_1y_1z_1$  пов'яжемо з центром ваги бульби  $C_1$ .

Прикладемо до тіла  $C$  діючі сили. Вони будуть такими:

$\bar{G}$  – сила тяжіння тіла  $C$ , яке в рухомій системі координат рухається із кутовою швидкістю  $\omega$ :

$$G = mg,$$

де:  $m$  – маса тіла,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння;

$\bar{N}$  – сила нормальної реакції поверхні спіральної навивки, яка направлена по нормалі до траєкторії відносного руху тіла по спіралі;

$\bar{F}$  – сила тертя ковзання тіла по поверхні спіральної навивки і направлена проти напрямку відносного руху тіла. Визначається за формулою

$$F = fN,$$

де:  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання тіла по матеріалу спіральної навивки.

Для бульб картоплі можна прийняти (за умови металевої поверхні спіралі  $f = 0,2 \dots 0,3$ ) [2];

$\bar{P}_n^e$  – відцентрова сила інерції, яка напрямлена по нормалі до траєкторії руху:

$$P_n^e = m\omega^2 \rho,$$

де:  $\rho$  – радіальний параметр положення центру ваги тіла відносно вісі спіралі;

$\bar{P}_u^k$  – коріолісова сила інерції, яка напрямлена по нормалі до траєкторії відносного руху, протилежно напрямку коріолісового прискорення:

$$P_u^k = 2m\omega V \sin(\omega, V);$$

$\bar{P}_V$  – сила активної дії вороху на спіральний сепаратор, що призводить до згину спіралі (згинальна сила);

$M_r$  – момент сили тертя кочення, який визначається так:  $M_r = \delta N \cdot r_0$ ,

де:  $\delta = tg\mu$  – коефіцієнт тертя кочення,  
 $\mu$  – кут тертя кочення.

З початку складемо рівняння руху бульби картоплі по поверхні спіралі у векторному вигляді [3]:

$$m\bar{W} = \bar{G} + \bar{N} + \bar{F} + \bar{P}_n^e + \bar{P}_u^k + \bar{P}_V, \quad (1)$$

де:  $\bar{W}$  – прискорення руху тіла по поверхні спірального вальця.

Рух центра бульби опишеться наступними рівняннями, виходячи із загального векторного рівняння:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= -(P_n^e + N + P_u^k - P_V) \cos(x, n) - F \cos(\dot{x}, V), \\ m\ddot{y} &= (P_n^e + N + P_u^k - P_V) \cos(y, n) - F \cos(\dot{y}, V) - G. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Рівняння моментів обертання бульби навколо власної вісі матиме вигляд

$$I\ddot{\theta} = M_r - F \cdot r_0, \quad (3)$$

де:  $I$  – момент інерції тіла відносно центру його ваги. Для сферичного тіла момент інерції буде дорівнювати [4]  $I = \frac{2}{5} m \cdot r_0^2$ ;  $\ddot{\theta}$  – кутове прискорення руху тіла.

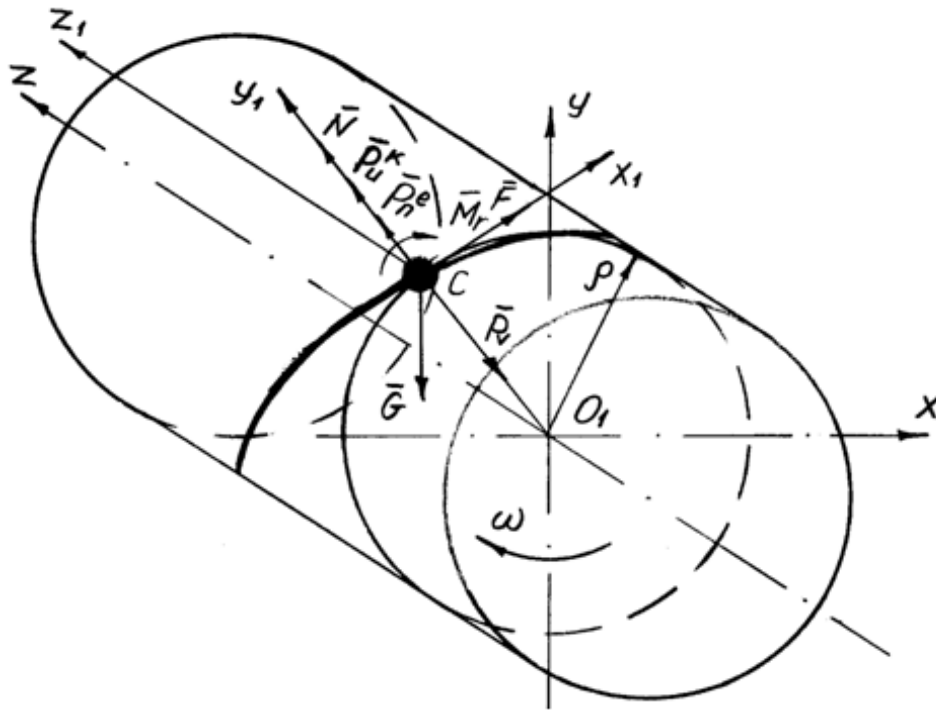


Рис.1 – Еквівалентна схема взаємодії бульби картоплі з поверхнею спірального сепаратора

Направляючі косинуси  $\cos(x, n)$ ,  $\cos(y, n)$ , які входять до системи рівнянь (2) визначаються такими залежностями [3]:

$$\cos(x, n) = \frac{\partial f / \partial x}{\Delta f}, \quad \cos(y, n) = \frac{\partial f / \partial y}{\Delta f},$$

де:  $\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$  – модуль градієнта,

$f = f(x, y, z)$  – рівняння в'язі, яке відповідає рівнянню поверхні спіральної навивки. Для циліндричної спіралі із наведеними розмірами [5]:

$$f = \frac{S^2}{4\pi^2} \left[ \frac{x \sin \frac{2\pi z}{S} - y \cos \frac{2\pi z}{S}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right] \cos \left( \frac{S}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}} \right) + \left( \sqrt{x^2 + y^2} - R \right)^2 - r^2 = 0. \quad (4)$$

Якщо продиференціювати рівняння в'язі і підставити в нього відповідні формули з кінематичного аналізу отримаємо:

$$\cos(x,n) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(\psi)}{R+e} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)}\right] + 2e \cdot \cos(\psi)}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi(R+e)}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2(R+e)^2} + 1\right] + 4e^2}},$$

$$\cos(y,n) = -\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{s \cos(\psi)}{R+e} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)}\right] + 2e \cdot \sin(\psi)}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi(R+e)}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2(R+e)^2} + 1\right] + 4e^2}}.$$
(5)

Направляючі косинуси  $\cos(\dot{x},V)$ ,  $\cos(\dot{y},V)$  шукають згідно таких виразів [3]:

$$\cos(\dot{x},V) = \frac{\dot{x}}{V} = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad \cos(\dot{y},V) = \frac{\dot{y}}{V} = \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}.$$

Після підстановки в систему диференціальних рівнянь (2) отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} & -\left(m\omega^2 \rho + N + 2m\omega V \sin(\omega, V) - P_V\right) \times \\ & \times \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(\psi)}{R+e} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)}\right] + 2e \cdot \cos(\psi)}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi(R+e)}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2(R+e)^2} + 1\right] + 4e^2}} + \\ & + fN \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} = 0, \\ & \left(m\omega^2 \rho + N + 2m\omega V \sin(\omega, V) - P_V\right) \times \\ & \times \frac{-\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{s \cos(\psi)}{R+e} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)}\right] + 2e \cdot \sin(\psi)}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi(R+e)}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2(R+e)^2} + 1\right] + 4e^2}} + \\ & + fN \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} - G = 0, \\ & I\ddot{\theta} = Nr_{\delta} \operatorname{tg} \mu - fNr_{\delta}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

З перших двох рівнянь цієї системи визначимо нормальну реакцію поверхні:

$$N = \frac{m \left[ g + (\dot{\psi}^2 \rho + 2\dot{\psi}V \cos \gamma) \cos \psi \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2(R+e)^2}} \right]}{\cos \psi \left( \frac{f(R+e)}{\sqrt{(R+e)^2 + \frac{S^2}{4\pi^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2(R+e)^2}} \right)}.$$

Отримане значення нормальної реакції поверхні  $N$  підставимо в третє рівняння системи (6). Після цього проведемо деякі математичні перетворення, в результаті чого отримаємо вираз кутового прискорення бульби навколо власної вісі:

$$\ddot{\theta} = \frac{2,5(r_0 \operatorname{tg}(\mu) - f\rho)g \sqrt{(R+e)^2 + \frac{S^2}{4\pi^2}}}{r_0^2(R+e) \cdot f \cdot \left[ \frac{-\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\cos(\psi)}{R+e} \cdot \cos \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)} \right] + 2e \cdot \sin(\psi)}{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(\psi)}{R+e} \cdot \cos \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)} \right] + 2e \cdot \cos(\psi)} - \cos(\psi) \right]},$$

при  $\psi = \omega \cdot t$ .

Проінтегруємо отриманий вираз по часу, при цьому отримуємо вираз кутової швидкості тіла навколо власної вісі при його русі по поверхні спірального сепаратора:

$$\dot{\theta} = \int \frac{2,5(r_0 \operatorname{tg}(\mu) - f\rho)g \sqrt{(R+e)^2 + \frac{S^2}{4\pi^2}}}{r_0^2(R+e) \cdot f \cdot \left[ \frac{-\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\cos(\psi)}{R+e} \cdot \cos \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)} \right] + 2e \cdot \sin(\psi)}{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(\psi)}{R+e} \cdot \cos \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot (R+e)} \right] + 2e \cdot \cos(\psi)} - \cos(\psi) \right]} dt.$$

Із зростанням кутової швидкості спіралі кутова швидкість обертання бульби навколо власної вісі зменшується наближаючись до нуля, тобто до умови руху тіла без перекочування. Тіло рухатиметься без проковзування за умови  $\dot{\theta} = 0$ , тоді кутова швидкість руху вантажу буде рівна швидкості обертального руху спіралі. Осьова швидкість переміщення тіла буде дорівнювати  $V_o = \frac{S}{2\pi} \omega$ , а з врахуванням перекочування  $V_o = \frac{S}{2\pi} (\omega - \dot{\theta})$ . Для виконання технологічного процесу необхідно, щоб швидкість обертального руху спіралей була більша кутової швидкості бульби відносно власної вісі. Тобто  $\omega > \dot{\theta}$ .

**Висновок.** Отриманий вираз свідчить про вплив на кутову швидкість обертання тіла відносно власної вісі радіуса спіралі, ексцентриситету закріплення спіралей та кроку навивки. При збільшенні перерахованих вище параметрів, кутова швидкість обертання тіла зменшується. Найбільший вплив на кутову швидкість тіла має зміна кроку навивки, а найменший – ексцентриситет. Отже, з вище викладеного слід зауважити, що для досягнення мінімальної кутової швидкості обертання бульби слід збільшувати ці параметри.

#### **Список літератури:**

1. Bulgakov V., Voytyuk D., Smolinskiy S., Frančák J., Jech J. Optimalizovanie konštrukcie rozdrúžovača zemiakov.– GRONECH NITRA 2001. Pol'nohospodárska technika na začiatku 21 storočia: Zbornik z medzinárodnej vedeckej konferencie. / Slovenská pol'nohospodárska univerzita v Nitre. – Nitra, Slovenská republika, 2001. – p. 73-79.
2. Митрофанов В.С. Физико-механические свойства картофеля. В кн. "Теория, конструкция и производство сельскохозяйственных машин". Том 5, М.-Л.: Машгиз, 1940, с. 629-634.
3. Василенко П.М. Введение в земледельческую механику.– Киев: Сільгоспосвіта, 1996.– 234 с.
4. Фаворин М.В. Моменты инерции тел: Справочник. – М.: Машиностроение, 1977. – 511 с.
5. Рогатинський Р.М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів з сировиною сільськогосподарського виробництва. Дисертація на здобуття наукового ступеня д.т.н. К. НАУ, 1997. –48 с.

#### **Анотация**

### **ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ КАРТОФЕЛЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ СПИРАЛЬНОГО СЕПАРАТОРА**

Головач И.В., Калетник Г.Н., Кравченко И.Е., Пришляк В.М.

*Построена математическая модель движения клубня по поверхности спирального сепаратора картофельного вороха. Исследовано влияние конструктивных и кинематических параметров сепаратора на скорость вращения клубня.*

#### **Abstract**

### **THE MATHEMATICAL MODEL OF DRIVING OF TUBER ON A SURFACE OF SPIRAL SEPARATOR**

Holovach I., Kaletnik G., Kravchenko I., Pruchliak V.

*The mathematical model of driving of tuber on a surface of spiral separator of potato heap. The influence of constructive and cinematic parameters to a speed of rotation of tuber is investigated.*