

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ СКОРОСТИ ПОТОКА ЗЕРНА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ

**Ольшанский В.П., д-р ф.-м. н., проф., Кучеренко С.И., к.т.н., проф.,
Бурлака В.В., к.т.н., доц., Малец О.Н., асс.**

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко*

Построена и апробирована расчетами формула для вычисления скорости движения зерновой смеси в вертикальном цилиндрическом виброрешете, как вязкой неоднородной жидкости. При аппроксимации изменения вибровязкости смеси по толщине кольцевого слоя непрерывной функцией, расчет скорости потока зерна сведен к приближенному вычислению интеграла методом Симпсона.

Постановка проблемы. Математическое моделирование упрощает и ускоряет выбор оптимальных режимов виброрешетного разделения зерновых смесей при послеуборочной переработке урожая. Поэтому разработка теоретических моделей кинетики сепарируемой зерновой смеси относится к актуальным научно-прикладным задачам.

Анализ последних исследований и публикаций. Определению усредненной скорости движения виброоживленной зерновой смеси в вертикальном цилиндрическом решете посвящены работы [1,2,3]. В [1] выведены обобщенные уравнения Стокса, описывающие движение неоднородной вязкой жидкости, и рассмотрены те случаи неоднородности, когда удается решить уравнения в элементарных или специальных, затабулированных функциях. В [2] приближенное решение краевой задачи для виброоживленного кольцевого слоя представлено конечной суммой ряда Тейлора. В [3] построены приближенное и точное аналитические решения задачи установившегося движения смеси и проведено сопоставление численных результатов, к которым приводят полученные формулы. В отличие от указанных публикаций, в этой статье предложен другой способ приближенного решения краевой задачи для виброоживленной смеси. Он базируется на приближенном вычислении интеграла скорости методом Симпсона [4], что приводит к компактным расчетным формулам.

Целью работы является построение и апробация расчетами формулы скорости зернового потока в вертикальном цилиндрическом виброрешете методом приближенного интегрирования.

Основная часть работы. Используем расчетную схему, показанную на рис. 1.

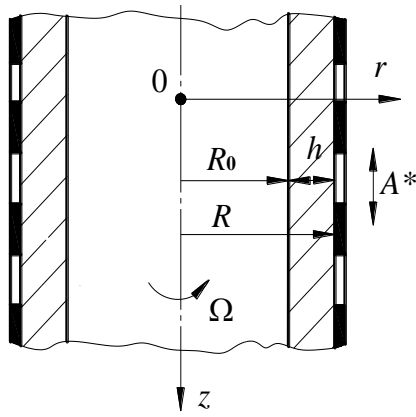


Рис. 1. Расчетная схема вертикального цилиндрического решета с сепарируемой зерновой смесью

Через r и z – обозначены радиальная и осевая координаты. Радиус решета R и внутренний радиус кольцевого слоя R_0 связаны соотношением $R_0 = R - h$, где h толщина слоя, которую считаем постоянной величиной.

Решето вращается вокруг оси oz с постоянной угловой скоростью Ω и совершает вертикальные колебания с амплитудой A^* и частотой ω .

В установившемся режиме осесимметричного движения смеси вертикальная проекция скорости $u_z(r)$ не зависит от времени и осевой координаты z .

Без учета разделения смеси на прохлодовую и сходовую фракции, в [1] она представлена интегралом:

$$u_z(r) = \frac{g}{2} \int_r^R \frac{r^2 - R_0^2}{rv(r)} dr, \quad (1)$$

где: g – ускорение свободного падения; $v(r)$ – кинематическая вибровязкость смеси, как функция r .

Если $v(r)$ – функция непрерывная, что согласуется с физическим смыслом, то интеграл (1) с хорошей точностью можно вычислить методом Симпсона, который приводит к формуле:

$$u_z(r) \approx \frac{g(R-r)}{12} \left[\frac{r^2 - R_0^2}{rv(r)} + 4 \frac{r_1^2 - R_0^2}{r_1 v(r_1)} + \frac{R^2 - R_0^2}{Rv(R)} \right], \quad (2)$$

где: $r_1 = 0,5(r + R)$.

Максимальное значение скорость зерна имеет на внутренней поверхности кольцевого слоя. Для его вычисления из (2) следует компактное выражение:

$$\max u_z(r) \approx \frac{gh}{12} \left[4 \frac{r_*^2 - R_0^2}{r_* v(r_*)} + \frac{R^2 - R_0^2}{Rv(R)} \right],$$

в котором $r_* = R - 0,5h$.

Чтобы убедиться в хорошей точности приближенной формулы (2), проведем сопоставление численных результатов, полученных приближенным и точным интегрированием (1) для отдельных $v(r)$.

При $v = const$ аналитическое интегрирование в (1) не вызывает затруднений и дает известный [1] результат:

$$u_z(r) = \frac{g}{2v} \left(R_0^2 \ln \frac{r}{R} + \frac{R^2 - r^2}{2} \right). \quad (3)$$

Вычисленные $u_z(r)$ для разных $\bar{r} = (r - R_0)h^{-1}$ по формулам (2) и (3), при $R = 0,3075$ м; $h = 0,01$ м; $\rho v = 0,66$ Пас; $\rho = 750$ кг/м³ записаны в табл. 1. В числители помещены значения скорости, полученные по (2), а в знаменатели – по (3). Результаты расчетов отличаются незначительно.

Таблица 1 – Значения $u_z(r)$, вычисленные по двум формулам

\bar{r}	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$10u_z$, м/с	$\frac{5,512933}{5,512934}$	$\frac{5,290467}{5,290476}$	$\frac{4,625069}{4,625069}$	$\frac{3,519628}{3,519624}$	$\frac{1,977020}{1,977018}$	$\frac{0}{0}$

При аппроксимации изменения вибровязкости показательной функцией

$$v(r) = K \exp(\lambda r), \quad (4)$$

коэффициенты в (4) можно выразить через значения $v_0 = v(R_0)$ и $v_1 = v(R)$ по формулам:

$$\lambda = \frac{1}{h} \ln \frac{v_1}{v_0}; \quad K = v_1 \exp(-\lambda R). \quad (5)$$

Для такого изменения вибровязкости в [1] получено:

$$u_z(r) = \frac{g}{2K} \cdot \left\{ R_0^2 [Ei(-\lambda r) - Ei(-\lambda R)] + \frac{1}{\lambda^2} [(1 + \lambda r) \cdot e^{-\lambda r} - (1 + \lambda R) \cdot e^{-\lambda R}] \right\}. \quad (6)$$

Определение скорости связано с вычислением интегральной показательной функции отрицательного аргумента, которая затабулирована в [4,5] и других изданиях по специальным функциям.

Результаты расчетов по формулам (2), (4), (5) и (5), (6) представлены в табл. 2. Использовали следующие исходные данные: $R = 0,3075$ м; $\rho = 750$ кг/м³, $\rho v_0 = 0,55$ Пас; $\rho v_1 = 0,77$ Пас. Значения скорости в числителях вычислены по (2), а в знаменателях – по (6).

Таблица 2 – Значения $u_z(r)$, вычисленные (2) и по (6)

\bar{r}	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$10u_z,$ м/с	$\frac{5,304}{5,308}$	$\frac{5,049}{5,052}$	$\frac{4,330}{4,332}$	$\frac{3,211}{3,212}$	$\frac{1,751}{1,751}$	$\frac{0}{0}$

Здесь также наблюдается хорошее согласование численных результатов, полученных разными способами.

Излагаемый приближенный метод позволяет вычислять $u_z(r)$ и в том случае, когда $v(R_0)=0$. Именно таким свойством обладает функция $v(r)$, выведенная в [6], где:

$$v(r) = a \cdot \frac{r^2 - R_0^2}{\sqrt{A^2 - (r^2 - R_0^2)^2}}; \quad (7)$$

$$a = \frac{c}{12\omega b \rho r_0}; \quad b = \frac{2c}{\pi M \omega^2}; \quad c = 0,35 f \rho (\pi r_0 \Omega)^2; \quad A = \frac{A^*}{b};$$

где: M – масса одной зернины шаровидной формы радиуса r_0 ;
 f – коэффициент внутреннего сухого трения в смеси.

Подстановка (7) в (1) приводит к интегралу

$$u_z(r) = \frac{g}{2a} \int_r^R \frac{\sqrt{A^2 - (r^2 - R_0^2)^2}}{r} dr, \quad (8)$$

который можно приближенно вычислять по формуле:

$$u_z(r) \approx \frac{g(R-r)}{12a} \left[\frac{\sqrt{A^2 - (r^2 - R_0^2)^2}}{r} + 4 \frac{\sqrt{A^2 - (r_1^2 - R_0^2)^2}}{r_1} + \frac{\sqrt{A^2 - (R^2 - R_0^2)^2}}{R} \right]. \quad (9)$$

Формула (7) дает нулевое значение $v(r)$ на свободной внутренней поверхности кольцевого слоя, что приводит к завышенным расчетным скоростям движения смеси. Эти скорости и $v(r)$ записаны в табл. 3. Расчет проведен при $A^* = 0,008$ м; $\omega = 75,9$ с⁻¹; $f = 0,47$ м/с; $\Omega = 11,77$ с⁻¹; $\rho = 750$ кг/м³, $r = 0,001825$ м; $M = 0,000044$ кг; $h = 0,006$ м; $R = 0,3075$ м, что соответствует зерновой смеси пшеницы [7]. Результаты в числителях получены по (9), а в знаменателях – численным интегрированием (8) на компьютере. Расхождения результатов незначительные, чем подтверждается хорошая

точность формулы (9).

Таблица 3 – Значения $v(r)$ и $u_z(r)$, вычисленные для различных \bar{r}

\bar{r}	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8
$10^4 v(r),$ м ² /с	0,2044	0,6249	1,081	1,609	2,271
$u_z(r),$ м/с	$\frac{1,41594}{1,41645}$	$\frac{1,07416}{1,07438}$	$\frac{0,74224}{0,74229}$	$\frac{0,42654}{0,42655}$	$\frac{0,13444}{0,13443}$

Выводы. Анализ численных результатов показал, что вычисление интеграла скорости потока по формуле Симпсона вполне приемлемо в инженерных расчетах. Этот способ существенно упрощает расчет скорости потока неоднородной зерновой смеси в цилиндрическом виброрешете.

Список использованных источников

1. Ольшанский В.П. Применение обобщенных уравнений Навье-Стокса при моделировании движения зерна по цилиндрическому решету / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2011. – Вип. 107. Т. 1. – С. 153-161.
2. Тищенко Л.Н. Расчет потоков сепарируемой зерновой смеси в цилиндрическом виброрешете / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Сільськогосподарські машини: зб. наук. ст. – Луцьк: ЛНТУ, 2011. – Вип. 21. Т. 2. – С. 135-142.
3. Расчет скорости движения зернового слоя в цилиндрическом виброрешете/ В.П. Ольшанский, С.И. Кучеренко, В.В. Бурлака, О.Н. Малец // Вісник ХНТУСГ: Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв, 2011. – Вип.119- с.27-34.
4. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами) / А. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
5. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
6. Тищенко Л.Н. Сравнение двух способов определения коэффициента вибровязкости псевдооживленной зерновой смеси при виброцентробежном сепарировании / Л.Н. Тищенко, Ф.М. Абдуева, В.П. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2008. – № 1(50). – С. 96-100.
7. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко. – Х.: Основа, 2004. – 224 с.

Анотація

НАБЛИЖЕНИЙ РОЗРАХУНОК ШВИДКОСТІ ПОТОКУ ЗЕРНА В ЦИЛІНДРИЧНОМУ ВІБРОРЕШЕТІ

Ольшанський В.П., Кучеренко С.І., Бурлака В.В., Малець О.М.

Побудована і апробована розрахунками формула для обчислення швидкості руху зернової суміші у вертикальному циліндричному віброрешеті, як в'язкої неоднорідної рідини. При апроксимації зміни вібров'язкості суміші по товщині кільцевого шару неперервною функцією, розрахунок швидкості потоку зерна зведено до наближеного обчислення інтеграла методом Сімпсона.

Anotation

APPROXIMATE CALCULATION OF THE GRAIN FLOW SPEED ON THE CYLINDRICAL VIBROSIEVE

Olshanskij V.P., Kucherenko S.I., Burlaka V.V., Maletc O.N.

Formula for calculation grain mixture speed on the vertical cylindrical vibrosieve as a viscous inhomogeneous fluid are built and approved by calculations. When approximating of mixture vibroviscosity changing on the thickness of circular layer by the continuous function, grain layer speed calculation are taken to close calculation of integral by Simpson's method.