

## МЕМБРАНА ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПУЛЬСАТОРА ЯК ЧАСОЗАДАЮЧИЙ ЕЛЕМЕНТ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ДОЇЛЬНОМУ АПАРАТІ

Дмитрів В.Г., к.т.н., Дмитрів І.В., асистент  
(Львівський національний аграрний університет)

*Розглянута математична модель зусилля деформації “плоскої хлопаючої” мембрани в залежності від конструктивних параметрів і механічних характеристик матеріалу. Розроблено математичні залежності перехідної характеристики й передавальних функцій для дослідження динамічних параметрів перехідних процесів в електромагнітному пульсаторі з “плоскою хлопаючою” мембраною*

**Постановка проблеми.** В функціонуванні пульсатора доїльного апарата важливим є формування характеру зміни вакуумметричного тиску в міжстінковій камері доїльного стакана, який повинен відповідати особливостям молоковіддачі корови. Залежно від характеру молоковіддачі існує необхідність як плавної, так і стрибкоподібної зміни вакуумметричного тиску в міжстінковій камері доїльного стакана, що регулюється постійною часу перехідного процесу від такту стиску до такту ссання й навпаки.

Для регулювання постійної часу перехідного процесу роботи пульсатора найбільш придатні пружні виконавчі елементи, де вихідною величиною таких перетворювачів є механічна деформація тіла самого перетворювача.

**Аналіз стану останніх досліджень і публікацій.** Аналіз найбільш використовуваних пружних перетворювачів, а це стержні і кільця, плоскі пружини і мембрани з жорстким центром, підвісні і спіральні пружини, плоскі мембрани і мембранні коробки, сільфони і трубки Бурдона, показав, що чітких рекомендацій щодо їх використання у конкретних умовах і загальної методики розрахунку їх параметрів немає. В основному для їх розрахунку використовують загальні положення теорії пружності: рівняння для розрахунку прогинів і напружень в найбільш небезпечних точках [1]. Визначають максимальний прогин при максимальному навантаженні.

Узагальнюючи набутий досвід [1], ми прийшли до висновку, що для технічних засобів регулювання тиску найбільш доцільно використовувати мембранні виконавчі елементи з „плоскими” мембранами (на даний час використовуються круглі мембрани, які перекривають отвір по діаметру).

Для “плоскої хлопаючої” мембрани розроблена математична модель в статичній формі яка забезпечує визначення зусилля спрацювання в залежності від величини деформації, що враховує як повздовжні так і поперечні зусилля, які виникають при деформації [2].

Наведені попередні математичні моделі не можуть бути використані для моделювання постійних часу перехідних процесів при деформації й стрибкоподібної зміни геометрії плоскої мембрани.

**Мета досліджень.** Розробити математичні моделі для дослідження перехідних процесів в електромагнітному пульсаторі з “плоскою хлопаючою” мембраною.

**Виклад основного матеріалу.** Для розробленого нами електромагнітного пульсатора [3; 4] використана пружинна мембрана, виготовлена у вигляді прутка прямокутного перетину. Виготовлення таких виконавчих елементів, що уможливають регулювання параметрів технологічного процесу, вимагає розрахунку розмірів „плоскої” мембрани (довжини, ширини, товщини) для заданого матеріалу за допомогою чітких математичних узагальнень у вигляді рівнянь які дозволяють проектувати „плоскі хлопаючі” мембрани. [2]

Розглянемо схематичне зображення мембрани з необхідними параметрами (рис. 1). Дію сил і згинальних моментів показано на рис. 2а і 2б.

Кривизна прогину такої мембрани описується відповідними рівняннями лінії: для максимального прогину  $f_0$  (рис. 2.1):

$$Y_0(x) = \frac{f_0}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi \cdot X}{L} \right), \quad (1)$$

для заданої деформації  $f$  (рис. 2.2а):

$$Y(x) = \frac{f}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi \cdot X}{L} \right), \quad (2)$$

де  $X$  - віддаль від кінця мембрани, жорстко закріпленого;  $L$  - половина ширини мембрани (див. рис. 1).

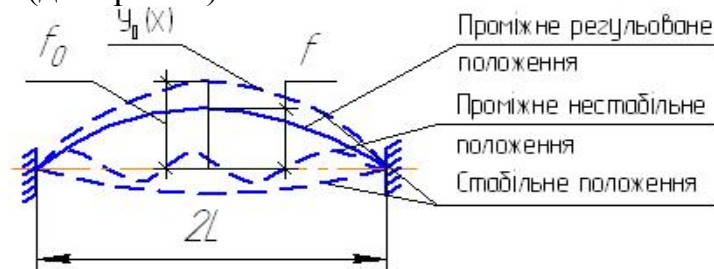


Рис. 1. Схема „плоскої хлопаючої” мембрани:  $2L$  – віддаль між защемленими кінцями мембрани;  $f_0$  – величина деформації мембрани при її стабільному положенні;  $f$  – величина деформації мембрани при її проміжному положенні.

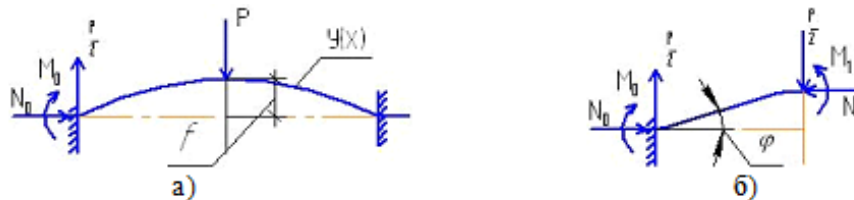


Рис. 2. Розрахункові схеми мембрани

Кривизну мембрани, яка закріплена жорстко в двох кінцях, можна розглядати з врахуванням закону Гука для згину, як: [5]

$$\frac{M(X)}{E \cdot J} = \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right), \quad (3)$$

де  $r, r_0$  – відповідно радіус кривизни нейтрального шару при максимуму прогині і заданій деформації;  $M(X)$  – змінний згинальний момент;  $E$  – модуль пружності;  $J$  – головний момент інерції поперечного перерізу мембрани відносно нейтральної осі.

Рівняння для моделювання зусилля  $P$ , яке створює мембрана при заданій її деформації  $f$  має вигляд [2]

$$P = \frac{2E \left[ J \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot (f_0 - f) + \frac{A}{2} \left( \frac{\pi}{4L} \right)^2 \cdot (f_0^2 - f^2) \cdot f \right]}{L \left( 1 + \frac{f^2}{L^2} \right)}. \quad (4)$$

З умови міцності матеріалу [5] визначають один із параметрів поперечного перетину мембрани:

$$\frac{M}{W} + \frac{P}{A} \leq [\sigma_{-1}], \quad (5)$$

де  $W$  – момент опору;  $A$  – площа поперечного перерізу мембрани;  $[\sigma_{-1}]$  – гранично допустимі напруження на згині.

Конструкція електромагнітного пульсатора є такою, що мембрана виконує функцію елемента з постійною часу, що забезпечує відповідну характеристику перехідного процесу від такту ссання до такту стиску і навпаки. Принцип роботи електромагнітного пульсатора з “хлопаючою” мембраною полягає в тому, що під дією механічної деформації мембрана переміщується на віддаль  $y_0$  що відповідає зусиллю мембрани  $P_0$  і знаходиться в цьому положенні. При прикладанні до мембрани електромагнітної сили  $F$ , мембрана деформується додатково на величину  $y$  що відповідає зусиллю мембрани  $P$  – яке тотожне величині вакуумметричного тиску. При коливанні вакуумметричного тиску в піддйковій камері мембрана адекватно реагує і забезпечує стабілізацію режиму роботи дойльного стакана шляхом власних згасаючих коливань відповідної частоти.

Переміщення мембрани буде здійснюватись під дією сили прикладеного електричного імпульсу до електромагніта і залежатиме від її жорсткості. Таке переміщення можна описати модифікованим диференціальним рівнянням другого порядку:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = k_M F_M, \quad (6)$$

де  $T_1, T_2$  – постійні часу;  $y$  – переміщення мембрани;  $t$  – тривалість переміщення мембрани;  $k_M$  – коефіцієнт передачі мембрани;  $F_M$  – зусилля прикладене до мембрани.

Постійну часу  $T_1$  що враховує параметри середовища можна визначити як:

$$T_1 = k_{oc} / C_M, \quad (7)$$

де  $k_{oc}$  – коефіцієнт демпфірування мембрани;  $C_M$  – коефіцієнт жорсткості мембрани.

Постійну часу  $T_2$  що враховує характеристики матеріалу і параметри конструкції мембрани можна визначити як:

$$T_2^2 = G_M / C_M, \quad (8)$$

де  $G_M$  – маса мембрани.

Коефіцієнт передачі мембрани  $k_1$  можна прийняти як відношення сили  $P$ , що створюється мембраною (рівняння 4) до сили  $F_B$ , що створюється різницею атмосферного і вакуумметричного тисків:

$$k_M = P / F_B. \quad (9)$$

Коефіцієнт демпфірування мембрани  $k_{oc}$  розраховуємо за формулою

$$k_{oc} = \Delta F_B / F_B, \quad (10)$$

де  $\Delta F_B$  – величина коливання вакуумметричної сили, яка виникає внаслідок допустимих меж коливання вакуумметричного тиску.

Для технологічного процесу роботи пульсатора необхідно забезпечити аперіодичний перехідний процес. Тому розв'язок рівняння (6) будемо знаходити в наступному вигляді [6], що є перехідною характеристикою:

$$y(t) = k_M \cdot F_M [1 - \beta_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + \beta_2 e^{-\lambda_2 t}], \quad (11)$$

де  $\beta_1 = \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1)$ ,  $\beta_2 = \lambda_1 / (\lambda_2 - \lambda_1)$ ;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – корені рівняння (6).

Для дослідження чутливості мембранного механізму диференціальне рівняння (6) запишемо в операторній формі

$$(T_2^2 s^2 + T_1 s + 1)y(s) = k_M F_M. \quad (12)$$

Передавальна функція з рівняння (12) набуде вигляду

$$W(s) = \frac{k_M}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}. \quad (13)$$

Для дослідження мембранної системи на комплексну чутливість на основі рівняння (13) запишемо: частотну характеристику для мембрани

$$W(j\omega) = \frac{k_M}{T_2^2 \omega^2 + T_1 j\omega + 1} = \frac{k_M (1 - T_2^2 \omega^2)}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2} - j \frac{k_M T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}; \quad (14)$$

амплітудно-частотну характеристику

$$|W(j\omega)| = \frac{k_M}{\sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}}; \quad (15)$$

фазочастотну характеристику

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)}. \quad (16)$$

**Висновок.** Одержані залежності (11, 13-16) дозволяють моделювати переміщення мембрани, перехідні й амплітудно-фазочастотні характеристики “плоскої хлопаючої” мембрани в електромагнітному пульсаторі, амплітуду коливань, провести дослідження режимів роботи мембрани в залежності від постійних часу, що характеризують як конструктивні параметри мембрани так і механічні характеристики матеріалу.

## Список використаних джерел

1. Электрические измерения неэлектрических величин / [Туричин А.М., Новицкий П.В., Левашина Е.С. и др.]; под ред. П.В. Новицкого. – [5-е, изд., перераб. и доп.]. - Л.: Энергия, 1975. – 576 с.
2. Дмитрів В.Т. Розрахунок виконавчих елементів мембранного типу / В.Т. Дмитрів // Вісник Львівського державного аграрного університету: Агроінженерні дослідження (№1) Львів: Львів. Держ агроуніверситет, 1997 р. С. 43-48.
3. Пат. на кор. модель № 34048 UA, МПК А01J 5/007 Електромагнітний пульсатор попарної дії доїльного апарата / В.Т. Дмитрів, Р.С. Ткачишин, І.В. Дмитрів, О.Б Ткачишин, замовник і патентотримач Дмитрів Василь Тарасович. 2008 02449. Заявл. 25.02.2008; Опубл. 25.07.2008, Бюл. № 14.
4. Пат. № 89416 UA, МПК А01J 5/14 Електромагнітний пульсатор попарної дії / В.Т. Дмитрів, Ю.М. Лаврик, І.В. Дмитрів, В.І. Банга, замовник і патентотримач Дмитрів Василь Тарасович. 2008 01847. Заявл. 12.02.2008; Опубл. 25.01.2010, Бюл. № 2.
5. Пасацький С.Л. Опір матеріалів / С.Л. Пасацький. – Львів: Видавництво Львівського університету, 1963. – 360 с.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов / Пискунов Н.С.– [4-е изд. доп.] - М.: Гос. издат. физ.-мат. лит., 1962.– 856 с.

## Аннотация

### **Мембрана електромагнітного пульсатора як часозадаючий елемент переходних процесів в доїльному апараті**

Дмитрів В.Т., Дмитрів І.В.

*Рассмотрена математическая модель усилия деформации “плоской хлопающей” мембраны в зависимости от конструктивных параметров и механических характеристик материала. Разработаны математические зависимости переходной характеристики и передаточной функции для исследования динамических параметров переходных процессов в электромагнитном пульсаторе с “плоской хлопающей” мембраной*

## Abstract

## **Membrane of electromagnetic pulsator as element to set time of transitional process in a milking vehicle**

V. Dmytriv, I. Dmytriv

*The mathematical model of effort of deformation of “flat slamming” membrane is considered depending on structural parameters and mechanical descriptions of material. Mathematical dependences of transitional description and transmission function are developed for research of dynamic parameters of transients in electromagnetic pul'satore with a “flat slamming” membrane*