

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ ПОДРІБНЕННЯ ЗЕРНОВИХ КОРМІВ І ЇХ АНАЛІЗ

Нанка О.В., к.т.н., доцент

(Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка)

*Виконано аналіз найбільш поширених математичних моделей подрібнення твердих речовин та встановлена їх придатність при інтенсифікації процесів подрібнення зернових кормів*

**Постановка проблеми.** Подрібнення - найпоширеніша і найважливіша операція в технологічному процесі підготовки кормів до згодовування сільськогосподарським тваринам і, обумовлена фізіологією їх годування. В результаті подрібнення кормів утворюється безліч частинок з великою загальною питомою площею поверхні, що сприяє прискоренню травлення і підвищенню засвоюваності поживних речовин.

Особливе значення в раціонах годівлі тварин займають зернові корми, які володіють високим вмістом поживних речовин і хорошими смаковими якостями. Враховуючі, що зерно містить 27 найменувань мінеральних речовин, то стане ясно, чому воно має важливе значення в кормовому раціоні тварин. Проте зернові корми можуть бути малоефективними, якщо їх згодовувати в не подрібненому вигляді, а також при наявності пилоподібної фракції (менше 0,25 мм) в подрібненому кормі. Краще всього згодовувати зернові корми тваринам з розмірами частинок, які відповідають гранулометричному складу фізіології того або іншого виду тварин [1].

**Аналіз останніх досліджень.** Процес подрібнення зернових кормів відзначається енергоємністю і в залежності від виду комбикормів і технологічного оснащення підприємства, витрати електроенергії на подрібнення зернової сировини складають 40 - 70% від загальних витрат на технологічні цілі [2]. В зв'язку з цим, питання вивчення і удосконалення процесу подрібнення зернових кормів надто актуальне.

**Мета роботи.** Аналіз математичних моделей подрібнення зернових кормів і визначення їх придатності для моделювання процесу подрібнення зерна з ціллю інтенсифікації процесів подрібнення.

**Результати досліджень.** Із практики математичного моделювання процесів подрібнення відомі два напрямки їх вирішення. Перший побудований на описанні процесу в локальному об'ємі на основі методів механіки гетерогенних середовищ і отриманні в явному вигляді виразів для рушійних сил подрібнення частинок дисперсних фаз в багатофазному потоці і на цій основі розкриття механізму подрібнення, тобто аналітичне моделювання [3]. Це дозволяє в явному вигляді отримати науково-обґрунтовані вирази ймовірності

руйнування частинок. Однак складність даного підходу міститься в великій кількості ідентифікаційних параметрів в кожному конкретному випадку.

Другий напрямок побудований на складанні математичних моделей процесу подрібнення з урахуванням закономірностей, які мають місце в усьому робочому просторі подрібнювача, без врахування внутрішньої будови механізму подрібнення. В статистичних моделях [4] процес подрібнення зображується в вигляді вираженої поліномом залежності цільової функції від ряду факторів. В других випадках використовується математичний апарат випадкових марківських процесів «народження» і «гибелі» частинок подрібнювального продукту [5]. При використанні даної методики маємо достатньо прості залежності, параметри яких характеризують конкретний апарат для подрібнення. Заслужують також уваги матричні моделі [6], в яких припускається, що частинки всіх класів крупності руйнуються з визначеною вірогідністю, при цьому продукти руйнування можуть попадати або в початковий, або в любий менший клас крупності. Для цього складаються рівняння, які містять матричне уявлення функцій первинного гранулометричного складу, руйнування, відбору і класифікації для кожного класу крупності матеріалу.

В рамках другого напряму до моделювання процесу подрібнення були запропоновані ряд типових моделей структури потоку матеріалу в пристроях для подрібнення [7-12]: модель ідеального витиснення, модель ідеального змішування, дифузійна і чашечкова моделі.

**Модель ідеального витиснення** передбачає наступні припущення:

- всі частинки матеріалу рухаються через подрібнювач прямолінійно, незалежно від складних реальних траєкторій руху;
- властивості частинок, які знаходяться в подрібнювачі в один і той же час, однакові, але відрізняються від властивостей частинок, які знаходяться в ньому в який то другий час.

До такого потоку можна застосувати термін «поршневий», так як в поперечному перерізі зони подрібнення має місце плоский профіль швидкостей частинок матеріалу, тобто частинки, які мають різні властивості і не зміщуються відносно один одного. При цьому час знаходження всіх частинок в подрібнювачі однакове:

$$\tau = \frac{V}{Q}, \quad (1)$$

де  $V$  - об'єм зони подрібнення;

$Q$  - Об'ємна швидкість потоку матеріалу який подрібнюється.

Таке ідеалізоване представлення реального потоку матеріалу дає можливість виразити швидкість зміни його властивостей простим рівнянням:

$$\frac{dC}{d\tau} = -u \frac{dC}{dz}, \quad (2)$$

де  $C$  - параметр який досліджується;

$u$  - лінійна швидкість потоку матеріалу;

$z$  - координата довжини.

**Модель ідеального змішування** передбачає припущення, що у всіх точках об'єму робочої камери подрібнювача властивості частинок однакові і рівні їх значенням на виході із подрібнювача. Це обумовлено тим, що в більшості випадків структура потоку матеріалу який подрібнюється не може бути апроксимована ідеалізованими моделями. Якою б не була причина, внутрішнє відхилення проявляється в тому, що час знаходження частинок потоку в подрібнювачі неоднаковий і відрізняється від середнього часу, який визначається рівнянням (1). В незалежності від механізму виникнення структурної неоднорідності потоку будь яке відхилення від ідеального витиснення умовно називають змішуванням. Математичне описання моделі ідеального змішування має вигляд

$$\frac{dC}{d\tau} = \frac{Q}{V}(C_{\text{вх}} - \tilde{N}_{\text{вх}}), \quad (3)$$

де  $Q$  – параметр процесу.

**Дифузійна модель** описується виразом формально відповідним закону молекулярної дифузії Фіка. По аналогії з коефіцієнтом молекулярної дифузії законі Фіка степінь продовжного перемішування в дифузійній моделі характеризується коефіцієнтом зворотного перемішування  $D_L$ . Стосовно до процесів подрібнення цей коефіцієнт визначає міру зміщення частинок різної дисперсності відносно одна одної в осьовому напрямку. Дифузійна модель описується наступним рівнянням:

$$\frac{dC}{d\tau} = -u \frac{dC}{dz} + D_L \frac{d^2C}{dz^2}, \quad (4)$$

В дифузійній моделі, як і в моделі ідеального витиснення, профілі швидкостей частинок подрібнювального матеріалу в поперечному перетині робочої камери рахуються однаковими. В реальних умовах роботи подрібнювача існують окремі області, в яких поведінка частинок матеріалу значно відрізняється від поведінки потоку в цілому. Найбільш характерними в цьому розумінні є так звані застійні області, в яких час перебування матеріалу в декілька разів перевищує середній час перебування потоку в подрібнювачі.

Коефіцієнт прокольного перемішування є єдиним параметром дифузійної моделі, який ураховує вплив різних факторів, які визивають структурну нерівномірність потоку. Однак він не дозволяє в повній мірі відобразити вклад цих факторів в загальну картину поведінки реального потоку. Включення в рівняння моделі додаткових членів з метою більш вірогідного відображення реальної структури потоку в подрібнювачі значно ускладнює математичне описання процесу подрібнення, що в свою чергу значно ускладнює практичне використання самої моделі.

**Чашечкова модель** дозволяє, окрім прокольного перемішування ураховувати і другі особливості руху потоку подрібнювального матеріалу. Згідно цієї моделі, подрібнювач представляється в вигляді послідовно з'єднаних чашечок. Якщо об'єм кожної чашечки однаковий, тоді модель описується системою рівнянь виду

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{dC_i}{d\tau} = \frac{Q}{V} \cdot (C_{i-1} - C_i), \quad (5)$$

де  $n$  – число чашечок, яке характеризує степінь нерівномірності розподілення частинок потоку по часу перебування в подрібнювачі. Тому, чашечкова модель не може в повній мірі відобразити складні явища, якими характеризується рух матеріалу в подрібнювачі.

Один із основних показників, в відповідності з яким здійснюється вибір і проектування технологічних апаратів, зв'язаних з процесом подрібнення є час, який потрібний для того, щоб подрібнення речовини відбувалося в повній мірі. Залежності характеристики готового продукту від часового фактора, а саме від добутку константи швидкості подрібнення на час подрібнення, дають рішення диференціальних рівнянь раніше приведених моделей:

- для моделі ідеального витиснення

$$C_{вих} = C_{ex} \frac{1}{1 + kt}; \quad (6)$$

- для моделі ідеального змішування

$$C_{вих} = C_{ex} e^{-kt}; \quad (7)$$

- для дифузійної моделі

$$C_{вих} = C_{ex} \frac{4\alpha}{(1 + \alpha)^2 \exp\left[-\frac{Pe}{2}(1 - \alpha)\right] - (1 - \alpha)^2 \exp\left[-\frac{Pe}{2}(1 + \alpha)\right]}; \quad (8)$$

- для чашечкової модель

$$C_{вих} = C_{ex} \frac{1}{(1 + kt)^n}. \quad (9)$$

Приведені рівняння дозволяють по початковій характеристиці подрібнювального матеріалу визначити характеристику на виході із подрібнювача після подрібнення. Однак, такі моделі не враховують неоднорідність потоку подрібненого матеріалу і не здатні прогнозувати його дисперсність, не відображають процес взаємодії подрібнюваних матеріалів з робочими органами в результаті їх механічної дії, а також позбавлені можливості вивчення питань енергетичних залежностей процесу подрібнення. Математичне моделювання процесів подрібнення методами статистичної теорії, що спирається на фундаментальні принципи статистичної механіки і теорії випадкових марківських процесів не дозволяють також встановити повний функціональний зв'язок між конструктивними параметрами механічного пристрою для подрібнення, технологічними режимами його роботи, механіко-технологічними властивостями подрібнювального матеріалу і якісно-кількісними показниками процесу подрібнення.

Основною причиною, яка заважає виконувати аналітичне моделювання є те, що в більшості випадків по своїй фізичній сутності процес подрібнення дисперсних матеріалів має випадковий характер. Наприклад, при подрібненні

зернових кормів в молоткових дробарках процес подрібнення відбувається за рахунок удару, в результаті чого неможливо спрогнозувати розміри частинок, які при цьому створюються, а також аналітично описати взаємодію робочих органів подрібнювача з зерновим матеріалом. Окрім того процес подрібнення є складний механічний процес - «система», що складається з окремих технологічних операцій, кожна із яких є окремим об'єктом дослідження, власне: подача матеріалу в зону подрібнення, процесу подрібнення і видалення матеріалу із зони подрібнення. Розглядаючи систему як в цілому так і окремими її складовими - підсистемами, з'являється можливість удосконалення кожної підсистеми окремо і в тому числі конструкції всієї машини.

Методологічне обґрунтування досліджень, як наслідок системного аналізу, дасть можливість розробити структуру, логічні взаємозв'язки, методики, форми і основні принципи побудови ієрархічної цілісності технологічного об'єкту.

**Висновки.** В результаті аналізу найбільш відомих математичних моделей процесів подрібнення встановлено, що їх застосування залежить в першу чергу від досконалості конструкцій подрібнювачів, а інтенсифікацію їх технологічних процесів необхідно виконувати з позицій системного аналізу та методологічного обґрунтування досліджень.

## Список використаних літературних джерел

1. Хохрин, С.Н. Корма и кормление животных [Текст] / С.Н. Хохрин. - М.: Лань, 2002. - 512 с.
2. Вараксин, А.В. Исследование процесса измельчения концентрированных кормов [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А.В. Вараксин. - Благовещенск, 2005. - 24 с.
3. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов [Текст] / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов. - М.: Наука, 1985. - 440 с.
4. Герасименко, В.Б. Технические основы создания машин [Текст] учеб. пособие / В.Б. Герасименко. - Белгород: изд-во "БелГТАСМ", 1998. - 70 с.
5. Баруча-Рид, А.Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения [Текст] / А.Т. Баруча-Рид. - М.: Наука, 1969. - 225 с.
6. Линч, А. Цикл дробления и измельчения: моделирование, оптимизация, проектирование [Текст] / А. Линч. - М.: Недра, 1981. - 456 с.
7. Вердиян, М.А. Анализ технологических схем измельчения [Текст] / М.А. Вердиян, В.В. Кафаров, В.Л. Петров // Цемент. - 1975. - №4. - С.15 - 17.
8. Вердиян, М.А. Математическое моделирование помольных агрегатов [Текст] / М.А. Вердиян, В.В. Кафаров // Цемент. - 1976. - №12. - С. 13 - 14.
9. Кафаров, В.В. Анализ и синтез химико-технологических систем [Текст]: учебник / В.В. Кафаров, В.П. Мешалкин - М.: Химия, 1991. - 432 с.
10. Кафаров, В.В. Математические модели структуры потока материала в мельницах [Текст] / В.В. Кафаров, М.А. Вердиян // Цемент. - 1977. - №5. - С. 9 - 11; - №6. - С. 12 - 13.

11. Кафаров, В.В. Определение оптимального числа и соотношения длин камер трубных мельниц [Текст] / В.В. Кафаров, М.А. Вердиян // Цемент. - 1975. - №8. - С. 9 - 11.

12. Кафаров, В.В. Основы кибернетического подхода к изучению процессов измельчения цементных материалов [Текст] / В.В. Кафаров, М.А. Вердиян // Цемент. - 1976. - №4. - С. 4 - 5.

## **Аннотация**

### **Математические модели процессов измельчения зерновых кормов и их анализ**

Нанка А.В.

*Выполнен анализ наиболее распространенных математических моделей измельчения твердых веществ и установлена их пригодность при интенсификации процессов измельчения зерновых кормов*

## **Abstract**

### **Mathematical models of processes of corn forages and their analysis**

A.Nanka

*The analysis of the most widespread mathematical models of grinding down of hard matters is executed and their fitness is set during intensification of processes of grinding down corn forages*